

На правах рукописи



Кондратьева Наталья Сергеевна

**РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО ЧИСЛЕННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ПРОЦЕССОВ С УЧЕТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В
ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Рояк Михаил Эммануилович

Официальные оппоненты: **Мезенцев Николай Александрович**,
доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук, Лаборатория 8-2, советник дирекции, г. Новосибирск;
Чернышев Антон Владимирович,
кандидат технических наук, доцент, Закрытое Акционерное Общество «Аэрогеофизическая разведка», ведущий научный сотрудник, г. Новосибирск

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «**Институт автоматике и электрометрии**» Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

Защита состоится «24» декабря 2019 г. в 16 часов в конференц-зале на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте <http://nstu.ru>.

Автореферат разослан «__» ноября 2019 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Андрей Владимирович Фаддеенков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Численное моделирование электромагнитных полей необходимо при современном подходе к проектированию сложных технических устройств, таких как ускорители заряженных частиц. Для достижения оптимального результата проектирования необходима возможность проводить моделирование трехмерной конструкции с учетом нелинейности, нестационарных полей и эффектов гистерезиса. При этом требуется, чтобы моделирование можно было проводить с достаточной скоростью и точностью на персональном компьютере проектировщика, что приводит к необходимости применения наиболее эффективных методов и алгоритмов. Широко используемые в настоящее время при проектировании программные комплексы зачастую позволяют решать только двумерные задачи, что делает невозможным качественное проектирование сложных конструкций. Комплексы, позволяющие решать трехмерные электромагнитные задачи, обычно основаны на методе конечных элементов (см. работы O. Zienkiewicz, J.-L. Coulomb, М.Э. Рояка), что приводит к необходимости использования трехмерной расчетной сетки, качественное построение которой может быть весьма трудной задачей, что усложняет работу проектировщика, а использование некачественной сетки приводит либо к недостаточной точности расчетов, либо к большим вычислительным затратам.

Для моделирования электромагнитных полей также может использоваться метод граничных элементов, описанный в работе O. Steinbach. Перспективные подходы, связанные с совместным использованием конечных и граничных элементов, достаточно активно разрабатываются зарубежными учёными, см., например, работы R. Hiptmair, U. Langer, O. Steinbach и др. Однако в их работах рассматривается использование либо только векторных элементов для решения нестационарных задач, либо только скалярных элементов для задач магнито-статике.

В мире существует достаточно много коммерческих программных комплексов, позволяющих решать трехмерные задачи электромагнетизма. Наиболее распространенные из них, ANSYS, NX Nastran, Altair Flux и Cobham Opera не используют метод граничных элементов. В разработанном CERN программном комплексе ROXIE применяется совместный метод конечных и граничных элементов, однако используется постановка с векторным магнитным потенциалом, менее эффективная по сравнению с постановкой, предложенной в диссертационной работе. Кроме того, все эти комплексы не позволяют учитывать эффекты гистерезиса. Существуют пакеты программ, такие как Nmag и OOMMF, позволяющие моделировать эффекты гистерезиса через решение задачи микромагнетизма, однако такой подход не позволяет проводить расчеты для макроконструкций, таких как ускорители заряженных частиц. В настоящее время единственным программным комплексом, позволяющим учитывать гистерезис при моделировании электромагнитного поля, является COMSOL Multiphysics.

Несмотря на то, что явление гистерезиса в ферромагнитных материалах достаточно хорошо изучено, задача прецизионного трехмерного математического

моделирования с его учетом по-прежнему практически не решена. Одной из причин этого является то, что наиболее адекватные из математических моделей ферромагнитного гистерезиса основываются на уравнениях микромагнетизма, и применение их для расчета реальных технических устройств является малореальным, поскольку требует дискретизации на микроуровне. Единой же и универсальной модели гистерезиса на макроуровне нет, основные современные публикации в российских и зарубежных источниках отдают предпочтение модели Preisach (см. работы I. Mayergoyz, И. Б. Подберезной, А. Bermúdez) и модели Jiles–Atherton (см. работы N. Sadowski, K. Hoffmann, А. В. Чернышева, П. А. Денисова). Также в последнее время развиваются модели гистерезиса, основанные на минимизации энергии, например, модификации модели сухого трения, предложенной Bergqvist (см. работы А. Bergqvist, F. Henrotte).

Заметим, что в России, за исключением НГТУ, моделированию трёхмерных электромагнитных полей в сложных областях уделяется явно недостаточное внимание. Большинство современных работ в области численного моделирования электромагнитных полей выполнено в НГТУ (например, работы М.Э. Рояка, Ю.Г. Соловейчика, М.Г. Персовой, Э.П. Шуриной и др.). Работы других российских авторов в основном направлены на решение либо одно- и двумерных задач, либо достаточно простых трёхмерных задач (например, работы А. П. Мосина, В. С. Могилатова, А. В. Мариненко, Е. В. Онеговой).

В диссертационной работе предлагаются новые подходы для численного моделирования трёхмерных нестационарных электромагнитных процессов, позволяющие учесть вихревые токи и эффекты гистерезиса. Моделирование проводится на основе совместного использования векторного потенциала в проводящих частях конструкций и скалярного магнитного потенциала в непроводящих частях конструкции. При этом для аппроксимации векторного потенциала используется метод конечных элементов с векторными базисными функциями, а для аппроксимации скалярного магнитного потенциала используются два подхода: метод конечных элементов со скалярными базисными функциями и метод граничных элементов. Второй подход позволяет избавиться от необходимости строить конечноэлементную сетку в непроводящих подобластях, сохранив возможности метода векторных конечных элементов по достаточно точному учёту вихревых токов в проводящих подобластях.

Также в данной работе разработана вычислительная схема, совмещающая вышеописанные подходы с возможностью учета зависимости намагниченности от предыстории в подобластях с векторным магнитным потенциалом. В рамках диссертационных исследований, разработанные методы были апробированы при трёхмерном моделировании реального дипольного магнита.

Цели и задачи исследования

Основной целью исследования является разработка эффективных вычислительных схем и алгоритмов численного моделирования нестационарных электромагнитных полей с использованием неполного скалярного магнитного потенциала, аппроксимируемого конечными или граничными элементами, и полного

векторного магнитного потенциала, аппроксимируемого векторными конечными элементами, позволяющих учитывать зависимость намагниченности от поля и предыстории, и реализация их в виде комплекса программ.

Для достижения этой цели были решены следующие задачи.

1. Разработка математических моделей для решения задачи моделирования нестационарных электромагнитных процессов с использованием неполного скалярного магнитного потенциала в непроводящей среде и полного векторного магнитного потенциала в проводящей среде, позволяющих учитывать вихревые токи и предысторию намагниченности в ферромагнитных объектах.
2. Разработка эффективных вычислительных схем на основе совместного использования методов конечных и граничных элементов для разработанных математических моделей.
3. Разработка вычислительных схем и алгоритмов для учета предыстории намагниченности в ферромагнитных объектах и их интеграция в схемы решения нестационарных нелинейных задач электромагнетизма.
4. Программная реализация разработанных схем и методов в виде программного комплекса.
5. Оценка адекватности разработанных математических моделей путем сравнения результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Научная новизна

В используемых в настоящее время программных комплексах используется либо только метод конечных элементов, либо вычислительные схемы на основе только векторного магнитного потенциала. Предлагаемые вычислительные схемы и алгоритмы на основе совместного использования конечных и граничных элементов являются более эффективными за счет использования скалярного магнитного потенциала в непроводящих областях и векторного в проводящих областях. Доступных программных комплексов, позволяющих учитывать предысторию намагничивания материалов при моделировании ускорительных магнитов, в настоящее время в мире не существует.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит в том, что были разработаны эффективные вычислительные схемы и алгоритмы численного моделирования нестационарных электромагнитных полей с использованием методов конечных и граничных элементов, позволяющие учитывать зависимость намагниченности от поля и предыстории.

Практическая значимость работы состоит в том, что одной из областей приложения разработанных вычислительных схем является численное моделирование магнитных систем ускорителей заряженных частиц. Поскольку гистерезисные явления и вихревые токи неизбежны при изменениях основного поля, например, при включении электромагнитов, и значительно усложняют процедуру настройки ускорителей заряженных частиц, реализованные схемы особенно

важны для проектирования фрагментов ускорителей с высокими требованиями к качеству поля. Учет явлений гистерезиса и вихревых токов при численном моделировании поможет существенно повысить эффективность проектирования ускорителей.

Программный комплекс Quasar, в котором автором были реализованы все описанные в работе вычислительные схемы и алгоритмы, успешно применялся для расчета вихревых токов, возникающих при включении магнитов, а также для моделирования явлений гистерезиса в ФГБУН Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук, что подтверждается соответствующими документами о внедрении.

Методология и методы исследования

Методы исследования основаны на использовании метода конечных и граничных элементов для решения трехмерных нестационарных нелинейных задач моделирования электромагнитного поля.

Личный вклад

Лично соискателем были разработаны конечноэлементные вычислительные схемы с использованием скалярного магнитного потенциала для аппроксимации поля в непроводящей среде и векторного магнитного потенциала для аппроксимации решения в проводниках с учетом вихревых токов, а также эффективные вычислительные схемы и алгоритмы с использованием скалярного магнитного потенциала, аппроксимируемого конечными или граничными элементами, и векторного магнитного потенциала, аппроксимируемого векторными конечными элементами. Соискателем была разработана математическая модель и вариационная постановка для учета намагниченности в векторном магнитном потенциале. Разработанная постановка требует задания зависимости намагниченности не от напряженности магнитного поля, как в постановке для скалярного магнитного потенциала, а от индукции магнитного поля. Поскольку в большинстве моделей гистерезиса намагниченность зависит от напряженности поля, а не от индукции, соискателем был разработан метод, позволяющий использовать такие модели в разработанной вычислительной схеме. Постановка была интегрирована соискателем в вычислительные схемы с использованием скалярного магнитного потенциала в непроводящей среде и векторного потенциала в проводниках. Разработанные вычислительные схемы были реализованы соискателем в программном комплексе Quasar и верифицированы путем решения тестовых и модельных задач. Получены результаты моделирования реального магнита и проведено сравнение с предоставленными ФГБУН ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН результатами экспериментальных измерений.

На защиту выносятся:

1. Математическая модель для решения задачи моделирования нестационарных электромагнитных процессов с использованием неполного скалярного магнитного потенциала в непроводящей среде и полного векторного магнитного потенциала в проводящей среде, позволяющих учитывать вихревые токи и предысторию намагниченности в ферромагнитных объектах.

2. Вычислительные схемы на основе совместного использования методов конечных и граничных элементов для разработанной математической модели.
3. Вычислительные схемы и алгоритмы для учета предыстории намагниченности в ферромагнитных объектах при решении нестационарных задач электромагнетизма.
4. Части и модули объектно-ориентированного программного комплекса Quasar, реализующие все описанные в работе вычислительные схемы и алгоритмы.

Степень достоверности и апробация результатов

Основные результаты работы были представлены и докладывались на конференциях

- XII международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП-2014, НГТУ, 2-4 октября 2014 г.),
- Всероссийская научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (НТИ-2014, НГТУ, 2-6 декабря 2014 г.),
- The 11th International Forum on Strategic Technology 2016 (IFOST-2016, Novosibirsk State Technical University, Russia, June 1-3, 2016)
- XIII международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП-2016, НГТУ, 3-6 октября 2016 г.),
- The 13th International Forum on Strategic Technology 2018 (IFOST-2018, Harbin University of Science and Technology, China, May 30-June 1, 2018),
- Российская научно-техническая конференция «Обработка информации и математическое моделирование» (ОИиММ-2019, СибГУТИ, Новосибирск, 25–26 апреля 2019 г.),
- 42nd International Conference on Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods (BEM/MRM 42, Coimbra, Portugal, July 2-4, 2019),
- 21st EAGE conference on oil and gas geological exploration and development (Geomodel 2019, Gelendzhik, September 9-13, 2019).

По материалам диссертационных исследований лично и в соавторстве опубликовано 19 научных работ, в том числе 4 научные публикации, опубликованные в журналах, входящих в перечень ВАК, 6 научных публикаций, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus, а также 11 работ, опубликованных в других изданиях и в сборниках трудов конференций.

Работа проводилась в рамках научных исследований, выполняемых при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

- Проект РФФИ 15-02-07776 А “Учёт гистерезиса при численном моделировании полей в магнитных системах ускорителей заряженных частиц”, 2015-2016;

- Проект РФФИ 17-41-543174 p_мол_а “Численное моделирование электромагнитных процессов с существенным влиянием вихревых токов и зависимостью намагниченности от предыстории”, 2017-2018;

а также при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

- Проект 5.978.2017/4.6 (проектная часть государственного задания);
- Проект RFMEFI57417X0156 (соглашение №14.574.21.0156).

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы (93 наименования), приложения. Общий объем диссертации – 80 страниц, в том числе 18 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, показана научная новизна полученных результатов, практическая значимость работы, приведены основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** диссертационной работы рассматривается задача моделирования электромагнитного поля с учетом вихревых токов. Описывается подход, основанный на совместном использовании полного векторного магнитного потенциала и неполного скалярного магнитного потенциала. Преимуществом этого подхода является не только единственность решения в непроводящей подобласти, но также возможность исключить токовые обмотки из МКЭ сетки, что упрощает ее построение.

Вариационная постановка для описываемого подхода имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\mu_c} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{A}}, \operatorname{rot} \vec{\Psi} \right)_{\Omega_c} + \left(\gamma \vec{\mathbf{A}}, \vec{\Psi} \right)_{\Omega_c} + \\ & + \left(\operatorname{grad} u \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\Psi} \right)_{\Gamma_I} = \left(\vec{\mathbf{F}}, \vec{\Psi} \right)_{\Omega_c} + \left(\vec{\mathbf{H}}_{ext} \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\Psi} \right)_{\Gamma_I}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & - \left(\vec{\mathbf{A}}, \operatorname{grad} v \times \vec{\mathbf{n}}_c \right)_{\Gamma_I} + (\mu_0 \operatorname{grad} u, \operatorname{grad} v)_{\Omega_0} = \\ & = - \left(\mu_0 \vec{\mathbf{H}}_{ext} \cdot \vec{\mathbf{n}}_c, v \right)_{\Gamma_I}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{\mathbf{A}}$ – векторный магнитный потенциал, u – скалярный магнитный потенциал, $\vec{\mathbf{n}}_c$ – нормаль к границе Γ_I между проводящей подобластью Ω_c и непроводящей подобластью Ω_0 , $\vec{\Psi}$ и v – векторная и скалярная пробные функции соответственно.

Для демонстрации возможности постановки, была решена следующая задача. После включения дипольного магнита, ток в обмотках линейно возрастает 100 секунд. Необходимо определить задержку магнитного поля между полюсами, вызванную вихревыми токами. Эта задача является частью комплексной

проблемы проектирования магнита. Значение магнитного поля в центре магнита между полюсами показано на рисунке 1. Результаты получены при увеличении тока в обмотках до 1А в течение 100 секунд (задача была решена как линейная задача с постоянной магнитной проницаемостью $\mu = 100\mu_0$ и проводимостью $\sigma = 10^7$). Для того чтобы наглядно показать задержку магнитного поля, вызванную вихревыми токами, также добавлен «идеальный» магнит (т.е. магнит без проводимости). Кривая для идеального магнита получена решением скалярной электромагнитной задачи на той же сетке.

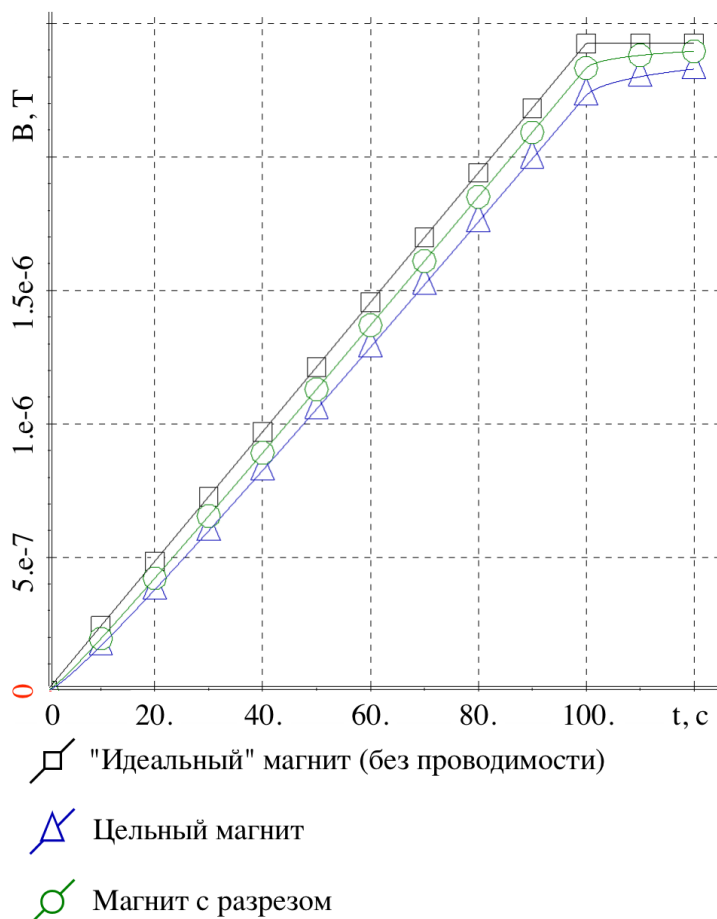


Рисунок 1 – Значение магнитного поля в центре между полюсами для различных магнитов

Для оценки погрешности численного решения, эта же задача была решена на вложенной (удвоенной) сетке. Разность магнитных полей не превышала 1%, что является достаточным для решения данной задачи.

Во **второй главе** диссертационной работы описывается подход, основанный на совместном использовании метода конечных элементов, используемого для аппроксимации поля в областях с проводимостью, и метода граничных элементов, используемого для аппроксимации поля в воздушной среде. Преимуществом этого подхода является отсутствие необходимости строить конечно-элементную сетку в непроводящих подобластях, что существенно упрощает решение задачи. Исследуется эффективность предложенного подхода в сравнении с представленным ранее подходом с использованием только метода конечных элементов.

Вариационная постановка для описываемого подхода имеет следующий вид:

$$\left(\frac{1}{\mu_c} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{A}}, \operatorname{rot} \vec{\Psi}\right)_{\Omega_c} + \left(\gamma \vec{\mathbf{A}}, \vec{\Psi}\right)_{\Omega_c} + \left(\operatorname{grad} u \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\Psi}\right)_{\Gamma_I} = \left(\vec{\mathbf{F}}, \vec{\Psi}\right)_{\Omega_c} + \left(\vec{\mathbf{H}}_{ext} \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\Psi}\right)_{\Gamma_I}, \quad (3)$$

$$(Vt, w)_{\partial\Omega_0} - (Ku, w)_{\partial\Omega_0} = 0, \forall w \in H^{-1/2}(\partial\Omega_0). \quad (4)$$

$$\begin{aligned} - \left(\vec{\mathbf{A}}, \operatorname{grad} v \times \vec{\mathbf{n}}_c\right)_{\Gamma_I} + \mu_0 (Du, v)_{\partial\Omega_0} + \mu_0 (K't, v)_{\partial\Omega_0} = \\ = - \left(\mu_0 \vec{\mathbf{H}}_{ext} \cdot \vec{\mathbf{n}}_c, v\right)_{\Gamma_I}, \end{aligned} \quad (5)$$

где t – поток скалярного магнитного потенциала, w – пробная функция, V – оператор простого слоя, K – оператор двойного слоя, K' – сопряженный оператор двойного слоя, а D – гиперсингулярный граничный интегральный оператор.

Для демонстрации возможностей граничноэлементной аппроксимации скалярного потенциала, была решена та же задача, что и в предыдущей части. Сравним точность полученных решений. На рисунке 2 представлена погрешность вычисления поля вдоль линии, проходящей через центр магнита, на времени 60 с, за точное решение принято решение с использованием совместной постановки на самой подробной сетке. Из представленных на рисунке 2 графиков видно, что решение с совместной постановкой заметно точнее, чем решение только конечноэлементной постановкой на одной и той же сетке. Более того, оно практически не уступает по точности конечноэлементному решению на следующей по подробности сетке.

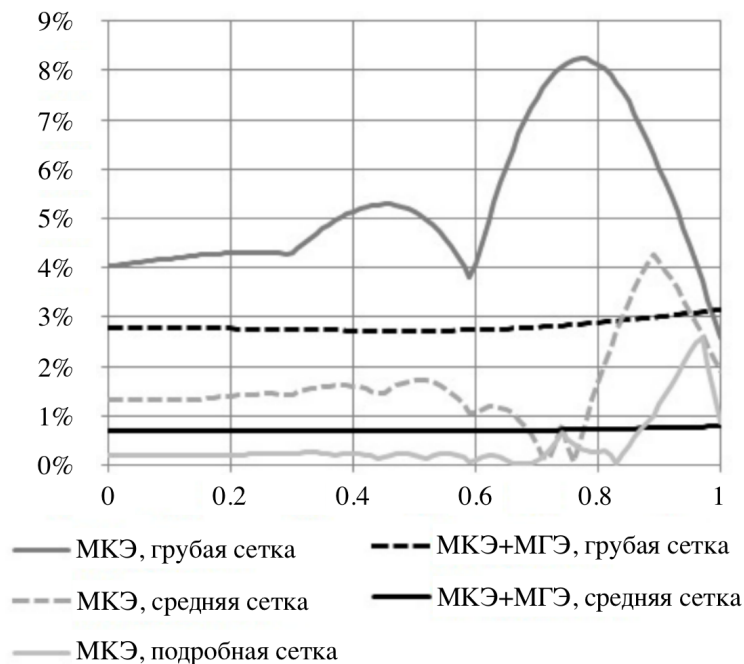


Рисунок 2 – Относительная разница решений на вложенных сетках

Таким образом, время, затраченное на получение решения с соответствующей точностью, заметно меньше при граничноэлементной аппроксимации, а само решение более гладкое.

Третья глава работы посвящена разработке эффективных методов численного моделирования магнитных полей в магнитах с ферромагнитным магнитопроводом, позволяющих учитывать остаточную намагниченность и вихревые токи в ферромагнетиках при изменении возбуждающих поле токов. Эта задача особенно важна для магнитов циклических ускорителей заряженных частиц (например, синхротронов, где частицы низкой энергии инжектируются в магнитную систему с малым полем, а затем при ускорении поле растет в несколько раз) с жесткими допусками на пространственную зависимость поля.

В первом разделе главы описывается простая феноменологическая модель магнитного гистерезиса, предложенная Н.А. Винокуровым, которая может быть использована для численного расчета. Проводится сравнение аппроксимации по рассматриваемой модели с измерениями для частичных циклов гистерезиса в стальном кольце.

Во втором разделе описан алгоритм расчёта магнитного поля с применением предложенной модели остаточной намагниченности железа. Для этого используется связь напряженности и индукции магнитного поля через намагниченность $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$. Вариационная постановка для описываемого подхода для решения задачи магнитостатики имеет следующий вид:

$$\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega = \int_{\Omega_H} \mathbf{M} \cdot \nabla v \, d\Omega + \oint_{\partial\Omega_A} \mathbf{H}_{ext} \cdot \vec{n} v \, d\Gamma, \quad (6)$$

где \mathbf{M} – намагниченность, определяемая макромоделью гистерезиса.

В результате конечноэлементной дискретизации, получаем нелинейную систему уравнений. Вклад в матрицу и в правую часть от конечного элемента для метода Ньютона для макромоделли гистерезиса будет иметь следующий вид

$$\frac{\partial F_i^{\Omega_k}}{\partial q_j} = -\frac{1}{|\Omega_k|} \sum_{n=1}^N w_n M'(\mathbf{H} \cdot \vec{r}_n) \left(\vec{B}_i^k \cdot \vec{r}_n \right) \left(\vec{B}_j^k \cdot \vec{r}_n \right), \quad (7)$$

где N – число точек используемой квадратуры для усреднения скалярной модели гистерезиса по направлениям, через \vec{r}_n обозначены сами точки, а через w_n – соответствующие им веса, с учетом коэффициента нормировки.

В третьем разделе рассмотрен подход, позволяющий одновременно учитывать как остаточную намагниченность, так и вихревые токи при численном моделировании. Вариационная постановка для этого подхода отличается от рассмотренной во второй главе постановки (3)–(5) тем, что является нелинейной из-за вклада от намагниченности в правую часть $\left(\vec{\mathbf{M}}, \text{rot } \vec{\Psi} \right)_{\Omega_c}$. Для решения нелинейной задачи так же, как и в предыдущем разделе, будем использовать метод Ньютона. Если принять, что намагниченность является постоянной на

каждом конечном элементе и зависит от среднего на нем значения \mathbf{B} , то выражение, соответствующее интегралу от намагниченности, будет иметь вид

$$f_i^{\text{mag}} = \int_{\Omega_F} \mathbf{M} \cdot \text{rot } \psi_i d\Omega = \sum_k \mathbf{M}(\tilde{\mathbf{B}}^k) \cdot \mathbf{R}_i, \quad (8)$$

где $\mathbf{R}_i = \int_{\Omega_F^k} \text{rot } \psi_i d\Omega$, $\tilde{\mathbf{B}}^k$ - среднее значение \mathbf{B} на k -том конечном элементе.

Производные, необходимые для метода Ньютона, выражаются следующим образом:

$$\frac{\partial f_i^{\text{mag}}}{\partial q_j} = \sum_k \frac{1}{|\Omega_F^k|} \mathbf{R}_j^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{B}} \mathbf{R}_i. \quad (9)$$

В большинстве моделей гистерезиса намагниченность зависит не от \mathbf{B} , а от \mathbf{H} . В таком случае $\mathbf{M}(\mathbf{B})$ можно получить, решая уравнение $\mathbf{H} + \mathbf{M}(\mathbf{H}) = \mathbf{B}/\mu_0$ относительно \mathbf{H} при заданной зависимости $\mathbf{M}(\mathbf{H})$, а для вычисления производных использовать выражение

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{B}} = \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{H}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{H}}. \quad (10)$$

Таким образом, конечноэлементная дискретизация имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} V & -K & 0 \\ K^T & D & -C \\ 0 & C^T & A^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f^s \\ f^v + f^{\text{mag}} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} A_{ij}^v &= \left(\frac{1}{\mu_c} \text{rot } \vec{\psi}_i, \text{rot } \vec{\psi}_j \right)_{\Omega_c} + \left(\gamma \vec{\psi}_i, \vec{\psi}_j \right)_{\Omega_c}, & A_{ij}^s &= (\mu_0 \text{grad } \varphi_i, \text{grad } \varphi_j)_{\Omega_0}, \\ C_{ij} &= \left(\text{grad } \varphi_i \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\psi}_j \right)_{\Gamma_I}, & f_i^v &= \left(\vec{\mathbf{F}}, \vec{\psi}_i \right)_{\Omega_c} + \left(\vec{\mathbf{H}}_{\text{ext}} \times \vec{\mathbf{n}}_c, \vec{\psi}_i \right)_{\Gamma_I}, \\ f_i^s &= - \left(\mu_0 \vec{\mathbf{H}}_{\text{ext}} \cdot \vec{\mathbf{n}}_c, \varphi_i \right)_{\Gamma_I}, & V_{ij} &= \mu_0 (V \phi_j, \phi_i)_{\partial \Omega_0}, \\ K_{ij} &= \mu_0 (K \varphi_j, \phi_i)_{\partial \Omega_0}, & D_{ij} &= \mu_0 (D \varphi_j, \varphi_i)_{\partial \Omega_0}. \end{aligned}$$

Продемонстрируем работоспособность предлагаемого подхода на примере расчета поля с заметным влиянием вихревых токов и эффектов гистерезиса. Расчеты будем проводить для магнита из предыдущей части, в которой для него были подобраны параметры моделей гистерезиса. На этом магните были проведены измерения поля в центре магнита при токе в обмотках, имеющем пилообразную зависимость от времени с периодом 10 с и амплитудой, уменьшающейся от 7,5 А до 0 за 300 с.

На рисунке 3а приводятся графики зависимости индукции магнитного поля от тока (при этом для наглядности из индукции вычтен ток, умноженный на

50) для расчета с использованием рассматриваемого подхода и для результатов измерений. Удельная проводимость σ при моделировании была задана равной $3 \cdot 10^6$ См/м.

Для оценки влияния вихревых токов на рисунке 3б приводится зависимость от времени разности результатов расчета и измерений. Для сравнения на этом же графике приводится результат расчета методом описанным в предыдущей части, в котором эффект гистерезиса учитывается без влияния вихревых токов.

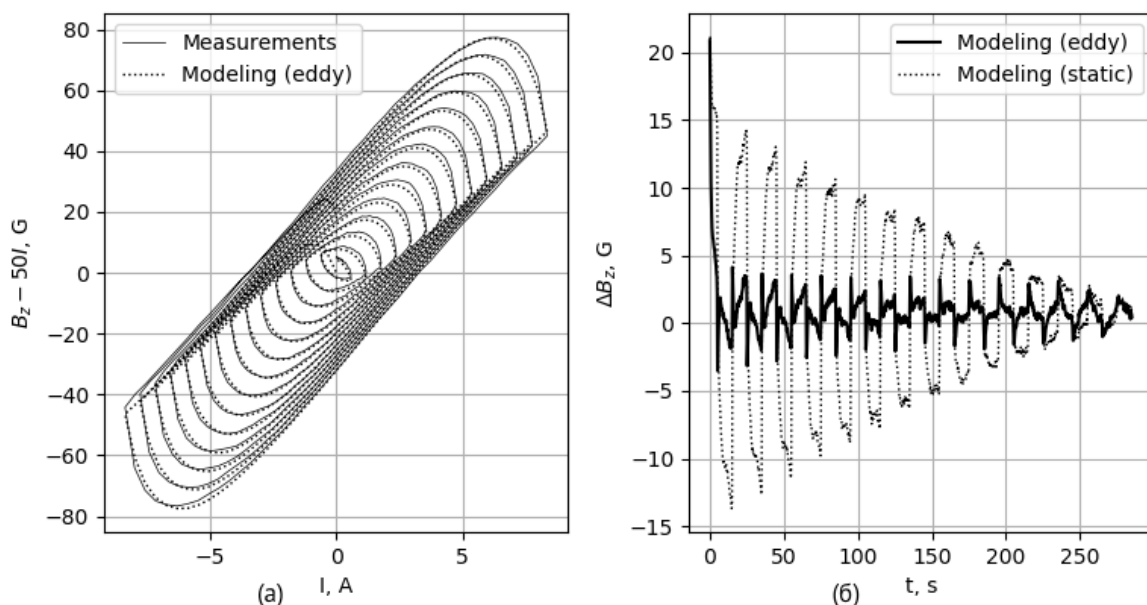


Рисунок 3 – Сравнение результатов численного моделирования с результатами измерений

Таким образом, реализован подход с интеграцией постановки для учета намагниченности в вычислительные схемы с использованием скалярного магнитного потенциала в непроводящей среде и векторного потенциала в проводниках. Полученные результаты вычислительных экспериментов показали, что без учета вихревых токов отличие результатов численного моделирования от результатов экспериментальных измерений достигает 15 Гс (что составляет около 3% от величины поля). При этом с использованием предложенного в диссертационной работе подхода отличие не превышает 3 Гс (0,6%).

В **четверой главе** представлена общая архитектура программного комплекса Quasar и описаны части и модули программного комплекса, реализованные в рамках научно-квалификационной работы.

Комплекс разрабатывался автором с 2011 года совместно с И.М. Ступаковым. Комплекс реализован на языках программирования **C#** и **C++** с использованием платформы **.NET**, что позволило реализовать объектно-ориентированную архитектуру с широкими возможностями для расширения и интеграции.

Программный комплекс имеет графический интерфейс. Входные данные для комплекса задаются в интерфейсе вручную либо импортируются из файлов. Набор входных данных образует проект, который может быть сохранен и впоследствии загружен заново. Проект может содержать следующие элементы: сетки (конечно- и граничноэлементные), каталоги материалов (данные о

материалах, в частности коэффициенты), токовые обмотки (форма, местоположение, ток), задачи (магнитостатики, оптимизации, нестационарные задачи электромагнетизма).

Рассмотрим архитектуру программного комплекса Quasar. На рисунке 4 представлены основные программные компоненты комплекса и связи между ними.

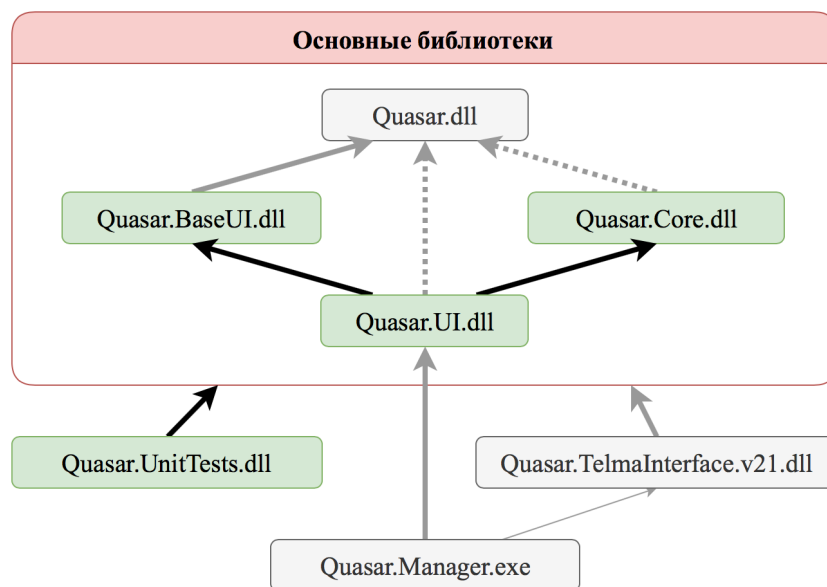


Рисунок 4 – Структура комплекса Quasar. Зеленым выделены библиотеки, в которые автором был внесен значительный вклад

Основными компонентами комплекса Quasar являются:

- **Quasar, Quasar.Core** – библиотеки, содержащие основную функциональность комплекса: библиотека, содержащая основные типы данных, классы и интерфейсы, необходимые для взаимодействия и интеграции, а также код, отвечающий за решение различных задач моделирования электромагнитных полей.
- **Quasar.Manager, Quasar.BaseUI, Quasar.UI** – модули, содержащие графический пользовательский интерфейс комплекса для операционной системы Windows, созданный на основе технологии WPF. Поддерживает работу с проектами, отображение хода решения задач, экспорт полученных результатов в виде таблиц и визуализацию трехмерных сеток.

Рассмотрим более подробно основную библиотеку комплекса – Quasar.Core. На рисунке 5 представлена структура библиотеки.

Библиотека Quasar.Core предоставляет такие возможности, как: решение трехмерных нелинейных задач магнитостатики, с возможностью выбора для каждой подобласти типа потенциала и метода аппроксимации; решение трехмерных нелинейных нестационарных задач моделирования электромагнитного поля, с возможностью выбора для каждой подобласти типа потенциала, метода аппроксимации, модели гистерезиса; использование дву- и трехмерных скалярных и векторных конечных элементов, использование одно- и двумерных

граничных элементов; поддержка различных форматов хранения разреженных матриц; возможность решения СЛАУ с использованием методов CG, LOS и FGMRES; работа с плотными матрицами через библиотеку LAPACK и др.

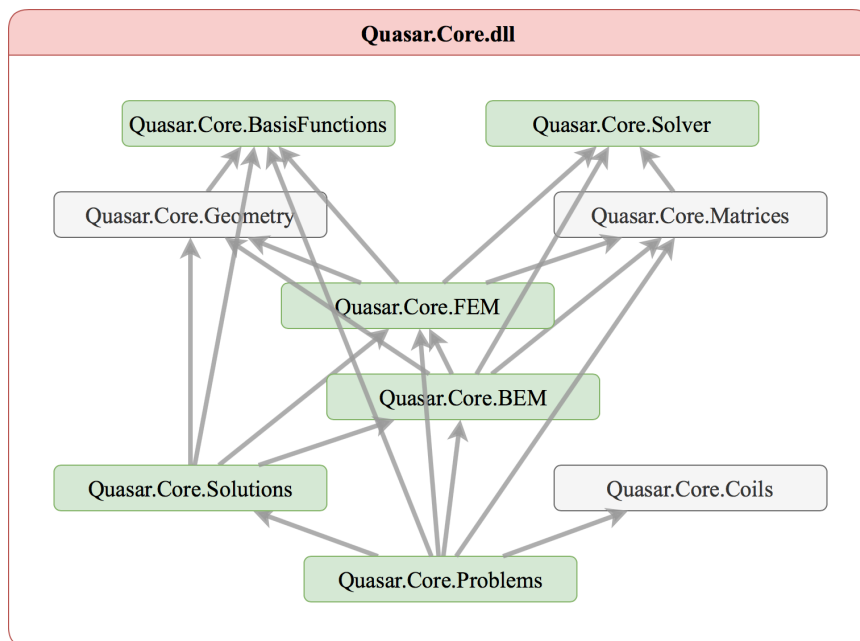


Рисунок 5 – Структура библиотеки Quasar.Core. Зеленым выделены компоненты, в которые автором был внесен значительный вклад

Лично автором было реализовано 40% программного комплекса, в частности реализация всех описанных в данной работе вычислительных схем и алгоритмов для решения трехмерных нестационарных задач электромагнетизма с учетом вихревых токов и истории намагниченности, а также реализация конечных элементов высоких порядков, векторных конечных элементов, вычислительных схем для решения нестационарных задач, механизма задания параметров нестационарных задач и сохранения решения по времени, механизмов вычисления значения физических величин в точке для различных задач электромагнетизма, визуализации трехмерных сеток и решений на них на основе технологии Direct3D и др.

В **заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

1. Построена математическая модель для решения задачи моделирования нестационарных электромагнитных процессов с использованием неполного скалярного магнитного потенциала в непроводящей среде и полного векторного магнитного потенциала в проводящей среде, а также связи напряженности и индукции магнитного поля через намагниченность. Эта модель позволяет одновременно учитывать как вихревые токи, так и остаточную намагниченность в ферромагнитных объектах.
2. Разработаны вычислительные схемы с совместным использованием скалярных граничных элементов для аппроксимации скалярного магнитного потенциала и векторных конечных элементов для аппроксимации векторного магнитного потенциала для построенной математической модели. Этот подход имеет следующие преимущества: использование граничных элементов в

непроводящей подобласти (воздухе) позволяет уменьшить число неизвестных по сравнению с использованием векторных конечных элементов во всей расчетной области, а также воздушная среда и токовые обмотки могут быть исключены из сетки.

3. Разработаны вычислительные схемы и алгоритмы для учета предыстории намагниченности в ферромагнитных объектах. Алгоритмы интегрированы в вычислительные схемы с совместным использованием методов конечных и граничных элементов для решения нестационарных нелинейных задач электромагнетизма. Разработанная постановка требует задания зависимости намагниченности от индукции магнитного поля. Поскольку в большинстве моделей гистерезиса намагниченность зависит от напряженности поля, а не от индукции, был разработан метод, позволяющий использовать такие модели в разработанной вычислительной схеме. Этот подход основан на решении нелинейного уравнения, связывающего индукцию с напряженностью и намагниченностью, методом Ньютона.
4. Все разработанные подходы для трехмерного численного моделирования электромагнитных полей были реализованы в программном комплексе Quasar. Программный комплекс имеет графический интерфейс, позволяющий сохранять и загружать проекты, содержащие наборы сеток, материалов, задач и решений, задавать коэффициенты материалов, токовые обмотки и сетки по времени, управлять процессом решения при помощи элементов интерфейса, а также отображать трехмерные сетки и решения на сечениях и границах подобластей. Quasar позволяет решать трехмерные задачи электромагнетизма, как стационарные, так и нестационарные, и позволяет учитывать вихревые токи и остаточную намагниченность.
5. Полученные результаты вычислительных экспериментов показали, что даже довольно грубая аппроксимация гистерезисных явлений для стационарного случая обеспечивает точность расчёта в несколько раз лучшую, чем обычно используемые расчёты по главной кривой намагничивания, не учитывающие остаточной намагниченности. Без учета вихревых токов отличие результатов численного моделирования от результатов экспериментальных измерений достигает 15 Гс (что составляет около 3% от величины поля). При этом с использованием предложенного в диссертационной работе подхода отличие не превышает 3 Гс (0,6%). Полученные результаты сравнения данных эксперимента с результатами численного моделирования показывают несомненную перспективность рассматриваемого подхода с учетом гистерезиса в численном моделировании. Подход может быть эффективно использован для оценки влияния вихревых токов и остаточной намагниченности в технических устройствах.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в журналах из перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук:

1. Винокуров, Н. А. Учет гистерезиса при расчете поля в элементах магнитных систем ускорителей / Н. А. Винокуров, О. А. Шевченко, С. С. Середняков, М. А. Щеглов, М. Э. Рояк, И. М. Ступаков, **Н. С. Кондратьева** // Письма в Журнал технической физики. – 2016. – Т. 42. – Вып. 13. – С. 96–103.
2. Рояк, М. Э. Применение новой модели остаточной намагниченности железа для расчёта поворотного магнита ускорителя / М. Э. Рояк, И. М. Ступаков, **Н. С. Кондратьева**, Н. А. Винокуров, О. А. Шевченко, С. С. Середняков, Я. И. Горбачёв // Письма в Журнал технической физики. – 2017. – Т. 43, Вып. 20. – С. 28–36. – DOI: 10.21883/PJTF.2017.20.45147.16647.
3. Сивак, С. А. Комбинированный векторный метод конечных и граничных элементов для задачи распространения электромагнитного поля с учетом вихревых токов / С. А. Сивак, И. М. Ступаков, **Н. С. Кондратьева** // Научный вестник НГТУ. – 2018. – Т. 73, Вып. 4. – С. 79–90.
4. Ступаков, И.М. Учет эффектов гистерезиса при расчете вихревых токов / И. М. Ступаков, М. Э. Рояк, **Н. С. Кондратьева**, А. В. Зеленский, Н. А. Винокуров // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (Электронный научный журнал). — 2019. — Т. 20. — С. 67–74.

Работы, опубликованные в журналах, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus:

5. Kondratyeva, N. S. Acceleration methods for the calculation of results in boundary element modeling / **N. S. Kondratyeva**, I. M. Stupakov // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016), Novosibirsk, 3–6 Oct. 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 268–270.
6. Royak, M. E. Coupled Vector FEM and Scalar BEM Formulation for Eddy Current Problems / M. E. Royak, I. M. Stupakov, **N. S. Kondratyeva** // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016), Novosibirsk, 3–6 Oct. 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 330–335. – 60 copy – ISBN 978-5-7782-2991-4; 978-5-7782-2992-5 (т. 1, ч. 2).
7. Stupakov, I. M. The Method for Calculating Magnetic Field Induced by Current Coils / I. M. Stupakov, M. E. Royak, **N. S. Kondratyeva** // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016), Novosibirsk, 3–6 Oct. 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 347–350. – 60 copy – ISBN 978-5-7782-2991-4; 978-5-7782-2992-5 (т. 1, ч. 2).
8. Royak, M. Finite Element Formulation with Coupled Vector-Scalar Magnetic Potentials for Eddy Current Problems / Mikhail Royak, Ilya Stupakov, **Natalia**

Kondratyeva and Evgeny Antokhin // Proceedings of IFOST-2016 – IEEE, 2016 – V. 1. – P. 456–460

Работы, опубликованные в других изданиях:

9. Ступаков, И. М. Исследование возможности эффективного применения численного интегрирования для конечных элементов, аффинно изоморфных шаблонному элементу / И. М. Ступаков, **Н. С. Косьминова** // Наука. Технологии. Инновации.: материалы всерос. науч. конференции молодых ученых, Новосибирск, 29 ноября–2 декабря, 2012. – Часть 3. – С.255–258.
10. Ступаков, И. М. Исследование возможности сокращения числа измерений магнитного поля при изучении его распределения в помещении / И. М. Ступаков, **Н. С. Косьминова** // Международный конкурс научных работ по приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации. Сборник трудов. – Москва, 2012. – С.83–90.
11. **Косьминова, Н. С.** Оценка возможности ускорения метода граничных элементов с использованием OpenMP и AVX инструкций / **Н. С. Косьминова**, И. М. Ступаков ; науч. рук. М. Э. Рояк // Наука. Технологии. Инновации : материалы Всерос. науч. конф. молодых ученых, 21–24 нояб. 2013 г. : в 10 ч. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. – Ч. 3. – С. 99–102.
12. Рояк, М. Э. Алгоритмы оптимизации геометрии дипольных магнитов / М. Э. Рояк, И. М. Ступаков, **Н. С. Косьминова**, Е. И. Антохин, А. С. Клименко // Труды XII международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП-2014) : в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 6. – С. 215–219.
13. Ступаков, И. М. Автоматизация построения согласованных базисов высокого порядка в методе конечных элементов / И. М. Ступаков, **Н. С. Косьминова** // Труды XII международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП-2014) : в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 6. – С. 220–222.
14. **Кондратьева, Н. С.** Адаптивный алгоритм построения траекторий заряженных частиц в электромагнитном поле // Наука. Технологии. Инновации : материалы Всерос. науч. конф. молодых ученых, 02–06 декабря 2014 г. : в 11 ч. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Ч. 2. – С. 120–124.
15. Stupakov, I. Comparison of Hysteresis Models Applied to the Simulation of a Deflecting Accelerator Magnet Using the Finite Element Method / Ilya Stupakov, Mikhail Royak and **Natalia Kondratyeva** // Proceedings of IFOST-2018 – IEEE, 2018 – V. 1. – P. 446–449.
16. Ступаков, И.М. О способах совместного учета остаточной намагниченности и вихревых токов при численном моделировании ускорительных магнитов = About the methods of residual magnetization and eddy currents coupled consideration in the numerical simulation of accelerator magnets / И.М. Ступаков, **Н.С. Кондратьева**, А.В. Зеленский // Обработка информации и математическое моделирование : материалы Рос. науч.-техн. конф., [Новосибирск, 25–26 апр. 2019 г.]. – Новосибирск : Изд-во СибГУТИ, 2019.

17. Stupakov, Ilya Coupled Finite and Boundary Element Method for Solving Magnetic Hysteresis Problems / Ilya Stupakov, Mikhail Royak, **Natalia Kondratyeva** // WIT Transactions on Engineering Sciences. – WIT Press, 2019 – P. 125–135.
18. Подход к геометрической нелинейной 3D-инверсии данных электроразведки с подбором криволинейных границ между геоэлектрическими слоями = The approach to parametric nonlinear 3D inversion of electrical prospecting data with the recovery of curvilinear boundaries between geoelectrical layers / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев, **Н.С. Кондратьева**, О.С.Трубачева // Geomodel 2019 = Геомодель 2019: 21st EAGE conference on oil and gas geological exploration and development, Gelendzhik, September 9-13, 2019: EAGE Publ., 2019.
19. Подход к 3D-моделированию и 3D-инверсии данных магнитной градиентометрии = The approach to 3D modeling and 3D inversion of magnetic gradiometry data / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев, **Н.С. Кондратьева** // Geomodel 2019 = Геомодель 2019: 21st EAGE conference on oil and gas geological exploration and development, Gelendzhik, September 9-13, 2019: EAGE Publ., 2019.
20. Parallel solution of 3D forward and inverse problems of airborne electromagnetic survey / Marina G. Persova, Yury G. Soloveichik, Denis V. Vagin, Dmitry S. Kiselev, Olga S. Trubacheva and **Natalia S. Kondratyeva** // 14th International forum on strategic technology (IFOST 2019) : proc., National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia, October 14-17, 2019.

Подписано в печать 22.10.2019 г. Формат 60 x 84 x 1/16

Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Печ. л. 1.5.

Заказ № 1456

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, тел./факс: (383) 346-08-57