

Федеральное государственное унитарное предприятие  
«Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С. А. Чаплыгина»  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



ЖУКОВ ЕГОР ПАВЛОВИЧ

**ДИАГНОСТИКА ДЕФЕКТОВ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВИБРАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ**

Специальность 05.07.03 — Прочность и тепловые режимы летательных  
аппаратов

Диссертация  
на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
доцент Бернс Владимир Андреевич

Новосибирск — 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 МЕТОДЫ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ И ВИБРАЦИОННОЙ ДИАГНОСТИКИ ДЕФЕКТОВ.....	10
1.1 Методы и средства экспериментального модального анализа .....	10
1.2 Методы вибрационной диагностики дефектов.....	23
2 МЕТОДИКА МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ИХ ДИАГНОСТИКИ .....	34
2.1 Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов на основе монофазных колебаний.....	35
2.2 Идентификация диссипативных свойств конструкций по результатам модальных испытаний .....	50
2.3 Погрешности результатов модальных испытаний .....	57
2.4 Способ определения характеристик собственных тонов колебаний.....	69
2.5 Экспериментальное оборудование.....	78
3 РАЗРАБОТКА ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ ПРИЗНАКОВ ЛЮФТОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЁТОМ, ЗАЗОРОВ В МЕСТАХ СТЫКОВКИ АГРЕГАТОВ И ПОВЫШЕННЫХ НАГРУЗОК МОНТАЖА ОТКЛОНЯЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ.....	84
3.1 Контроль люфтов в проводках управления по фигурам Лиссажу.....	84
3.2 Искажения портретов колебаний как идентификационный признак люфтов в проводках управления и зазоров в местах стыковки агрегатов .....	89
3.3 Особенности контроля люфтов в безбустерных системах управления .....	99
3.4 Контроль повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей по фазовым портретам.....	104
3.5 Искажения портретов колебаний как идентификационный признак повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей.....	109
4 ДИАГНОСТИКА ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛАНЕРА САМОЛЁТА ПО ИСКАЖЕНИЯМ ПОРТРЕТОВ КОЛЕБАНИЙ .....	114
4.1 Контроль дефектов панели планера самолёта. Вибрационные испытания панели .....	114

4.2 Модальные характеристики панели с дефектами.....	119
4.3 Портреты колебаний панели с дефектами.....	123
4.4 Нормирование искажений портретов колебаний. Влияние амплитуды колебаний и электрических помех на достоверность идентификации дефектов .....	129
4.5 Отслеживание изменений состояния панели .....	138
4.6 Примеры диагностики дефектов в элементах планера самолёта.....	141
4.7 Программа обработки эксперимента для выявления дефектов .....	144
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	147
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	149
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ В ПАО «КОРПОРАЦИЯ «ИРКУТ»</b> .....	167
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ В АО «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПУТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ» ИМЕНИ АКАДЕМИКА М. Ф. РЕШЕТНЁВА»</b> .....	169

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования**

Для эффективной и безопасной эксплуатации современной авиационной техники необходимо обеспечение соответствия технического состояния летательных аппаратов (ЛА) требованиям прочности, принятым нормам и правилам. Одним из методов решения этой проблемы является выявление и устранение дефектов, возникающих в процессе производства и эксплуатации изделий. Такие дефекты оказывают, как правило, непосредственное влияние на структурные параметры, характеризующие техническое состояние ЛА, поэтому их контроль является актуальной задачей.

Широкое применение в различных областях техники нашли методы оценки технического состояния объектов контроля по параметрам вибраций. Они применяются и в вибротестировании конструкций, но использование их для выявления дефектов ЛА не всегда представляется возможным ввиду специализированности и узкой направленности этих методов.

Несмотря на тщательный надзор за соблюдением технологической дисциплины, качеством изготовления деталей и агрегатов, точностью сборочных работ, надёжная оценка параметров технического состояния ЛА возможна только на основе объективного контроля полностью собранных и оборудованных изделий. В то же время полностью собранные и укомплектованные оборудованием самолёты подвергаются контрольным модальным испытаниям, которые проходят все опытные изделия и, по крайней мере, одно из каждой производственной серии. Целью испытаний является контроль характеристик собственных тонов колебаний, заложенных в расчетные динамические модели самолётов. В результатах модальных испытаний могут обнаруживаться отклонения динамических характеристик либо от соответствующих расчетных значений, либо от величин, полученных в проведенных ранее испытаниях однотипных изделий. Возможны также нарушения симметрии характеристик, присущей симметричным объектам. Такие отклонения являются, как правило, следствием появления в конструкции производственно-технологических дефектов. Один из методов контроля дефектов заключается в их обнаружении по параметрам отклика изделий на вибрационное воздействие в процессе испытаний. Эти параметры являются идентификационными признаками дефектов. В на-

стоящей работе показано, что в качестве идентификационных признаков дефектов можно использовать портреты вынужденных колебаний объектов контроля.

Выявление дефектов с использованием портретов колебаний может производиться также в эксплуатации и прочностных испытаниях авиационной техники. Для этого необходимо проводить периодические вибрационные испытания ЛА. Контроль происходит либо на уровне качественной оценки, либо на уровне количественной оценки одного или нескольких дефектов.

### **Степень разработанности темы исследования**

Методы оценки технического состояния по параметрам вибраций, на основе которых созданы различные контрольные приборы и стенды, широко применяются для диагностирования, в основном, машин и механизмов, имеющих вращающиеся части. В дефектоскопии конструкций с целью контроля появляющихся в процессе эксплуатации повреждений нашли применение методы, основанные на модальном анализе динамических систем. В работах Большакова В. П., Законникова Е. А., Киселева Д. Ю., Киселева Ю. В., Крылова Н. И., Мотылева Н. И., Ноздрина М. А., Постнова В. А., Тица С. Н., Турчинского Л. А., Фридмана М. З., Шапина В. И., *Biswas M., Casteilani A., Chen J.-C., Crema L. B., Danek O., Dilena M., Fang S.-E., Garba J. A., Huerta C., Lee S. S., Morassi A., Pandey A. K., Park H. S., Park Y. S., Perera R., Peroni I. Rucker W., Sam-man M. M.* и др. о появлении трещин и разрушений в конструкции судят по изменению её собственных частот, форм и декрементов колебаний. *Doebbling S. W., Farrar C. R. и Prime M. B.* в обзорной работе по методам вибродиагностики конструкций отмечают, что во многих случаях даже относительно большое повреждение не приводит к значительному изменению частот собственных колебаний. К тому же параметры собственных тонов колебаний являются интегральными характеристиками, а местоположение и размер дефекта — дифференциальными. Всё это затрудняет однозначную идентификацию дефекта.

Появление дефектов вносит, как правило, нелинейности в характер деформирования конструкций, поэтому рядом исследователей предложено использовать в качестве идентификационного признака дефекта возникновение отклонений динамических характеристик объектов контроля от характеристик линейной системы. Такими отклонениями является, например, возникновение суб- и супергармонических резонансов (Бересневич В. И., Бовсуновский А. П., Лушников Б. В., Матвеев В. В., Цыфанский С. Л.), искажения фазовых портретов (Бернс В. А., Присекин В. Л., *Angel F., Bachmid N., Dian G.*) и фи-

гур Лиссажу (Бернс В. А., *Al-Khazali H. A. H., Askari M. R.*). Известны также методы обнаружения трещин в конструкциях, основанные на том, что появление дефекта приводит к изменению параметров распространения упругих волн в материале (Викторов И. А., *Kessler S. S., Sas P., Soutis C., Spearing M. S., Worlton D. C., Zaitsev V.*).

Теоретическое обоснование методов модальных испытаний и вопросы их практического применения изложены, например, в работах Смыслова В. И., Резника А. Л., Микишева Г. Н., Рабиновича Б. И., Бернса В. А., *Kennedy C. C., Pancu C. D. P., Dat R., Clerc D., Heylen W., Lammens S., Sas P.*

Таким образом, в настоящее время достаточно разработаны методы дефектоскопии конструкций по параметрам вибраций. С другой стороны, представляется целесообразным создание способов выявления дефектов в процессе модальных и вибропрочностных испытаний изделий без привлечения дополнительного оборудования и специалистов. Это позволит повысить эффективность таких испытаний и оперативно устранять обнаруженные дефекты.

**Цель диссертационной работы:** разработка методики диагностирования производственно-технологических и эксплуатационных дефектов авиационных конструкций по результатам вибрационных испытаний.

**Задачи исследования:**

1. Исследовать погрешности определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов собственных тонов колебаний для выделения изменений в этих характеристиках, являющихся следствием появления дефектов.
2. Разработать способ определения характеристик собственных тонов колебаний, обладающий низкой чувствительностью к погрешностям эксперимента.
3. Изучить влияние люфтов в проводках управления, зазоров в местах стыковки агрегатов и повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей на параметры вибраций ЛА. Определить идентификационные признаки дефектов и разработать способы их обнаружения по результатам модальных испытаний.
4. Установить идентификационный признак трещин в элементах планера ЛА. Разработать способ выявления трещин по результатам вибрационных испытаний.
5. Оценить достоверность диагностирования трещин в элементах планера ЛА.

6. Провести анализ результатов модальных испытаний самолётов и вибрационных испытаний авиационных конструкций с целью выявления производственно-технологических и эксплуатационных дефектов.

**Научная новизна:**

1. Способ определения параметров собственных тонов колебаний, обладающий низкой чувствительностью к погрешностям в экспериментальных данных.

2. Идентификация диссипативных свойств механических систем по результатам модальных испытаний.

3. Использование портретов вынужденных колебаний в качестве идентификационных признаков люфтов, зазоров и сухого трения.

4. Способ выявления трещин в металлических элементах планера ЛА по искажениям портретов вынужденных колебаний.

**Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическую значимость представляют:

- методика выявления диссипативных свойств динамических систем по соотношениям между вынужденными монофазными и собственными колебаниями;

- способ решения задачи модальной идентификации конструкций по результатам испытаний.

Практической значимостью работы является:

- обеспечение безопасной эксплуатации авиационной техники;

- расширение области применения модальных испытаний, использование их результатов для выявления дефектов планера самолёта и его систем;

- применение разработанных в диссертации методов позволяет обнаружить дефекты на этапе производства самолёта, а при их устранении снизить объем работ по доводке конструкции.

Результаты проведенных в диссертации исследований использованы в конструкторско-технологической доводке самолётов Су-30 и Як-152 и наземной экспериментальной отработке космических аппаратов открытого исполнения о чём имеются акты внедрения (приложения А и Б).

## **Методология и методы исследования**

В качестве основного метода исследований использовался метод экспериментального модального анализа. В исследованиях погрешностей результатов испытаний использовался метод статистического моделирования.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Способ определения характеристик собственных тонов колебаний ЛА, обладающий низкой чувствительностью к погрешностям в экспериментальных данных, методика выявления диссипативных свойств конструкций, результаты исследования погрешностей определения обобщённых динамических характеристик в модальных испытаниях.

2. Методика диагностики люфтов в проводках управления, зазоров в местах стыковки агрегатов и повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей по искажениям портретов вынужденных колебаний ЛА.

3. Способ обнаружения трещин в металлических элементах конструкции ЛА.

4. Результаты контроля дефектов ЛА по результатам испытаний.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность и обоснованность результатов работы определяется применением основных положений механики; анализом погрешностей определяемых параметров; проведением специальных тестовых испытаний и инструментального контроля дефектов. Результаты экспериментальных исследований получены с использованием апробированных методик и современного прецизионного оборудования.

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на VII Чаплыгинских чтениях (г. Новосибирск, 2015); Всероссийской научно-технической конференции «Наука Промышленность Оборона» (г. Новосибирск, XVI (2015), XVIII (2017)); Международной научно-практической конференции «Решетнёвские чтения» (г. Железногорск, XIX (2015), XX (2016), XXI (2017), XXII (2018)); школе-семинаре «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов» (г. Новосибирск, 2016, 2017); III Международной научно-технической конференции «Динамика и виброакустика машин» (г. Самара, 2016); Национальной выставке-форуме «ВУЗПРОМЭКСПО 2016» (г. Москва, 2016); Международной молодёжной научной конференции «XIV Королёвские чтения» (г. Самара, 2017); V Международном форуме технологического развития «Технопром», V Международной выставке науки, технологий и инноваций «НТИ



Экспо 2017» (г. Новосибирск, 2017); XXIV Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова (г. Москва, 2018); научно-технической конференции «Прочность конструкций летательных аппаратов» (г. Жуковский, 2018); Юбилейной Международной научно-технической конференции «Сибирское наследие ЦАГИ» (г. Новосибирск, 2018).

По материалам диссертации опубликовано 24 печатные работы, из них: 6 статей в изданиях, входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ (3 из них входят в реферативную базу *Web of Science*); 1 монография; 2 патента; 15 — в прочих изданиях и сборниках трудов международных и всероссийских научно-технических конференций.

**Личный вклад автора** заключается в разработке идентификационных признаков дефектов, проведении расчетных и экспериментальных исследований и анализе их результатов, формулировке выводов.

#### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, 4-х глав, заключения, списка литературы из 175 наименований, 2-х приложений. Общий объем работы составляет 170 страниц, включая 139 рисунков, 12 таблиц и 4 страницы приложений.

# 1 МЕТОДЫ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ И ВИБРАЦИОННОЙ ДИАГНОСТИКИ ДЕФЕКТОВ

## 1.1 Методы и средства экспериментального модального анализа

Основоположниками модального анализа за рубежом можно считать *Kennedy C. C.* и *Pancu C. D. P.* [1–3]. В 1947 году они опубликовали методы, которые легли в основу определения характеристик собственных тонов колебаний вплоть до 1960 годов — начала развития электроники. С появлением более совершенной техники измерения становились более точными, развивались более мощные приложения для модального анализа. Публикация *Bishop R. E. D.* и *Gladwell G. M. L.* [4] в 1963 году описала теорию резонансных испытаний, что значительно ускорило развитие модального анализа. Экспериментальный модальный анализ начал набирать популярность с момента значительного скачка в развитии электроники в начале 1970-х, появления датчиков нового поколения и цифровых анализаторов спектра на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ). До нашего времени средства возбуждения не претерпели существенных изменений, а изменились и усовершенствовались средства измерений, программы сбора, обработки, анализа данных и сама методика. С тех пор по теории и практическому применению модального анализа по всему миру написано большое количество работ [2; 5–8].

Развитие методов экспериментального модального анализа происходило и в СССР. Оно неразрывно связано с ЦАГИ. Ещё до второй мировой войны применялся резонансный метод определения собственных частот, форм колебаний, коэффициентов демпфирования самолётов и их агрегатов [9; 10]. Под руководством Резника А. Л., который работал в ЦАГИ с довоенных лет по 1982 г., развивалась методика модальных испытаний [11]. Его опыт был изложен в одном из руководств для конструкторов (РДК). Экспериментальный модальный анализ развивался по многим направлениям: испытания самолётов, испытания крылатых ракет, испытания топливных баков больших жидкостных ракет, испытания системы Энергия — Буран [12].

Обзор и теоретическое обоснование большинства методов модального анализа, разработанных до 70-х годов прошлого столетия, можно найти, например, в работе Микишева Г. Н., Рабиновича Б. И. [1]. Здесь рассмотрены такие методы определения собственных частот и форм колебаний, как резонансный метод, метод максимальной квадра-

турной (мнимой) составляющей отклика, метод фазового резонанса, метод Кеннеди-Пэнку (*Kennedy-Pancu*) и метод свободных колебаний. Описаны методы определения обобщённого декремента колебаний по ширине резонансной кривой, по ширине резонансного пика квадратурной составляющей отклика, по наклону синфазной (действительной) составляющей в окрестности частоты фазового резонанса, по годографу вектора комплексной амплитуды отклика (метод Кеннеди-Пэнку), по свободным затухающим колебаниям. Рассмотрен метод определения обобщённой массы собственного тона, основанный на измерении изменения собственной частоты конструкции при установке на неё известных добавочных масс. Экспериментальной оценке точности перечисленных выше методов для случая малого демпфирования и отсутствия близких частот посвящена работа Микишева Г. Н., Пронина Н. Д., Швейко Ю. Ю., Колоскова И. М. [13].

В перечисленных выше работах не рассматривался энергетический метод определения обобщённой массы и обобщённого декремента колебаний. Этот метод (см., например, работы *Clerc D.* [14] и Васильева К. И., Смыслова В. И., Ульянова В. И. [15]) заключается в приравнивании работы сил неупругого сопротивления работе сил возбуждения за период колебаний. При этом работа сил демпфирования записывается для конкретной модели рассеяния энергии и выражается через декремент колебаний и обобщённую массу. Определяя декремент известными методами, можно вычислить обобщённую массу. И наоборот, если известна обобщённая масса, то энергетический метод служит для определения декремента колебаний.

Дальнейшее развитие методов анализа происходит в направлении уточнения обобщённых характеристик, получаемых с помощью несложного возбуждения, при близких собственных частотах и не малом демпфировании. В работе *Traill-Nash R. W., Long G., Bailey C. M.* [16] описывается способ определения собственных частот системы с двумя степенями свободы с использованием матрицы частотных характеристик.

Шибановым Р. А. [17] разработан метод уточнения собственных форм конструкций, полученных в предположении малости влияния нерезонансных тонов на колебания конструкции в окрестности собственных частот. Метод основан на использовании ортогональности собственных форм в метрике кинетической энергии и реализован в виде итерационной процедуры. Инерционная матрица конструкции определялась расчетом. Собственная частота тона оценивалась по переходу характеристического фазового сдвига через  $\pi/2$ , а обобщённая масса и декремент — из уравнения колебаний для данного тона.

В работах *Wittmeyer H.* [18; 19] полагается, что собственная частота и форма колебаний конструкции достаточно точно определяются по фазовому резонансу. Обобщённый коэффициент демпфирования, описываемый гистерезисной моделью, определяется с использованием условия ортогональности экспериментально полученных собственных векторов в метрике кинетической энергии, причем матрица масс получена расчетом. Обобщённая масса определяется энергетическим методом.

Ушкаловым В. Ф. [20] разработан итерационный алгоритм выделения однокомпонентных вынужденных колебаний системы по матрице измеренных частотных характеристик. Система подчиняется гипотезе Базиля, близкие частоты отсутствуют. Полагая, что форма однокомпонентных колебаний совпадает с собственной формой, обобщённые характеристики определяются по уравнениям однокомпонентных колебаний для ряда частот методом наименьших квадратов.

В работе Лазаряна В. А., Ушкалова В. Ф., Редько С. Ф. [21] полагается, что матрица демпфирования может быть недиагональной в главных координатах, но влияние недиагональных элементов мало в некоторой окрестности собственных частот. Диагональные элементы матрицы определяются по отклику конструкции вблизи собственных частот, а недиагональные — по колебаниям системы в межрезонансных областях.

В работах *Goyder H. G. D.* [22] и *Ewins D. J., Gleeson P. T.* [23] используются разложения перемещений системы по собственным векторам, которые полагаются комплексными.

С. Р. Ибрахим [24] отмечает, что комплексные собственные формы возникают потому, что число сил возбуждения, как правило, меньше числа точек регистрации колебаний, и что свойства системы могут не укладываться в рамки гипотезы Базиля и малости демпфирования. Предлагается два способа вычисления нормальных форм по комплексным собственным формам и частотам. В последующих работах автора предлагается корректировка расчетной модели с использованием найденных нормальных собственных векторов и рассматривается построение линеаризованной модели нелинейной системы, основанное на разложении движения этой системы по комплексным собственным векторам [25].

Среди вариантов модального анализа можно выделить наиболее важный — «испытания с многоточечным возбуждением колебаний и подбором сил» или «экспериментальный модальный анализ с подбором сил возбуждения» [8; 26].

Первый метод многоточечного возбуждения, разработанный *Lewis R. C., Wisley D. L.* в 1950 году, базировался на гистерезисной модели демпфирования, причем матрица демпфирования полагалась пропорциональной матрице жёсткости [27].

*G. W. Asher* в 1958 году предложил количественный метод подбора сил при исследовании способов разделения близко расположенных тонов. [5; 28]. В дальнейшем этот метод был исследован *Bishop R. E. D.* и *Gladwell G. M. L.* (1968 г.) [4], а в 1974 году *Craig R. R.* and *Su Y. W. T.* провели на его основе модальные испытания [29]. В 1978 году Метод Ашера (*Asher*) был исследован на математических моделях *Hallauer W. L., Stafford J. F.* [30]. В дальнейшем метод был неоднократно реализован в испытаниях реальных конструкций [1; 5].

Теоретическое обоснование методов многоточечного возбуждения и способы подбора сил рассмотрены в работах Микишева Г. Н., Рабиновича Б. И. [1], Смыслова В. И. [7]. Вопросы методики модальных испытаний при многоточечном возбуждении рассмотрены, например, в работах Смыслова В. И. [6–8], *Dat R.* [31; 32].

Наличие сухого трения в соединениях конструкций, которое может измениться в процессе эксплуатации изделий, затрудняет оценку стабильных динамических характеристик конструкций. В работе *Dat R., Tretout R., Lafont M.* [32] предлагается использовать дополнительное высокочастотное возбуждение, позволяющее уменьшить влияние сухого трения.

Теоретическое обоснование основных методов определения обобщённых характеристик можно найти, например, в работе *Clerc D.* [14], а вопросы практического применения рассмотрены Смысловым В. И. [6–8], Васильевым К. И., Смысловым В. И., Ульяновым В. И. [15].

Метод экспериментального модального анализа конструкций на основе свойств вынужденных монофазных колебаний разработан Бернсом В. А. [33]. Этот метод позволяет решать проблему модального анализа без использования априорного математического описания диссипативных свойств колебательных систем, определять упругие и массовые характеристики независимо от характеристик демпфирования, выявлять диссипативные свойства объектов испытаний.

Ограниченность возможностей экспериментального оборудования и доступа к ряду мест конструкций приводит к тому, что число сил возбуждения, как правило, меньше числа собственных тонов конструкции в рассматриваемом диапазоне частот и числа то-

чек регистрации колебаний. Поэтому точные условия совпадения вынужденных колебаний с собственными заменяются приближёнными. Распространёнными критериями совпадения частот колебаний с собственными частотами являются минимум длины вектора синфазной (действительной) составляющей перемещений конструкции, и равенство нулю усредненного котангенса фазовых сдвигов между перемещениями и возбуждением колебаний. В работах *Clerc D.* [14; 34] предложен способ подбора сил возбуждения, базирующийся на принципе независимости действия сил и результатах предварительных модальных испытаний при простом возбуждении. Используется ограниченное число сил возбуждения совместно с описанными выше критериями совпадения частот колебаний с собственными частотами. Отмечается, что расчётами установлена близость собственных частот, определяемых по данным критериям. Позднее Бернсом В. А. было показано [33], что эти два критерия не независимы, а являются одним критерием.

Оценки точности определения обобщённых характеристик собственных тонов конструкций проведены в работах Смыслова В. И. [7; 8], Васильева К. И., Смыслова В. И., Ульянова В. И. [15], Жарова Е. А., Смыслова В. И. [35], Ушкалова В. Ф. [36]. Отмечается, что наиболее чувствительными к случайным ошибкам в экспериментальных данных являются способы определения обобщённых масс. Меньшие погрешности, по сравнению с энергетическим методом и методом механической догрузки, даёт метод введения квадратурной составляющей возбуждения. Показано также, что ошибки в обобщённых массах определяются, в основном, погрешностями в собственных частотах. Для снижения влияния случайных ошибок в экспериментальных данных на точность определения обобщённых масс рекомендуется усреднять результаты расчётов методом наименьших квадратов.

Исследованиям точности результатов экспериментального модального анализа посвящена также серия работ Бернса В. А.. В [37] изучено взаимное влияние тонов с близкими собственными частотами. В [38] сделаны оценки точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных. Так же, как и в работах других авторов отмечается, что повышенной чувствительностью к погрешностям эксперимента обладают способы определения обобщённых масс. Показано, в частности, что при использовании метода введения квадратурной составляющей возбуждения математическое ожидание случайных величин обобщённой массы является смещённой оценкой её точного значения. Для повышения точности оп-

ределения обобщённых масс предлагается способ их определения по амплитудам колебаний [39] и алгоритм сглаживания результатов испытаний [40]. На время модальных испытаний ЛА фиксируются специальными системами упругого вывешивания, которые с требуемой точностью не должны вносить изменения в динамические характеристики свободного ЛА. Влияние этой системы на погрешности результатов испытаний исследовано в работе [41].

Важным практическим приложением результатов модальных испытаний является использование их для коррекции расчётных математических моделей конструкций. Одной из первых работ, в которой изложен современный подход к решению этой задачи, является статья *Varuch M.* [42]. Библиография по этой проблеме представлена, например, в [43].

Из-за сжатых сроков и высокой стоимости экспериментального модального анализа повсеместно принимаются попытки сократить время и объем испытаний. В статье *Brillhart R., Napolitano K., Morgan L.* и др. [44] описано, как в сжатые сроки были проведены испытания самолёта *G650* совместно аэрокосмической корпорацией *Gulfstream* и Американской автотранспортной ассоциацией *ATA Engineering*. Программа испытаний была выполнена менее чем за четыре дня. В процессе подготовки к эксперименту была использована конечно-элементная модель самолёта, которая позволила подобрать точки измерений и возбуждения колебаний, а также оценить качество выделения интересующих мод. Для визуализации форм колебаний использовалось 392 датчика *TEDS (Transducer Electronic Data Sheet* — интеллектуальные датчики с электронными таблицами), которые способны идентифицироваться через систему сбора и накопления данных. Испытания проводились в три этапа: первый — выделение мод планера с топливом и без топлива; второй — испытания отклоняемых поверхностей и системы управления; третий — испытания отдельных агрегатов самолёта. В общей сложности было проведено 120 различных экспериментов. Для повышения эффективности программы испытаний реализованы две новые технологии. Первая — мульти-синус (колебания конструкции возбуждаются в нескольких точках на нескольких синусоидальных частотах одновременно). Вторая связана с использованием нового инструмента анализа данных, который называется «*AFPoly*». Преимущество «*AFPoly*» в относительно небольшом количестве вычисляемых полюсов, загромождающих стабилизационную диаграмму. Также проводилась оценка линейности

конструкции путем анализа и сопоставления данных при различных уровнях сил возбуждения. По результатам испытаний сделан вывод об эффективности данного подхода.

В работе [45] описан способ проведения модальных испытаний с использованием небольшого набора акселерометров (с заранее выбранным расположением датчиков для качественного выделения форм колебаний самолёта) и определения наиболее важных тонов колебаний.

*C. R. Pickrel* в работе [46] описывает современные модальные испытания транспортного самолёта в авиационной компании «Боинг» с использованием случайного многоточечного возбуждения. Гармоническое возбуждение применялось выборочно для уточнения параметров отдельных тонов колебаний конструкции. Для визуализации и выделения форм колебаний использовался набор от 250 до 320 датчиков. Большое внимание было уделено подготовке к проведению эксперимента, выбору мест возбуждения колебаний, настройке системы вывешивания самолёта и оценке её влияния на важные упругие тона колебаний. Сделана оценка линейности испытываемой конструкции и коррекция расчётной математической модели по экспериментальным данным, которая затем использовалась для расчёта на флаттер и динамические нагрузки. Авторы заключают, что испытания были проведены успешно — удалось достоверно определить, как минимум, 20 тонов колебаний.

Оценка модальных параметров крупногабаритных конструкций рассмотрена в работе [47] на примере канадского спутника *RADARSAT1*. Испытания спутника производились с помощью оборудования фирмы *LMS*. Для измерения колебаний использовалось 250 акселерометров. Возбуждение осуществлялось в пяти точках. В статье широко описывается применение метода оценки модальных параметров — «*PolyMAX*» [48–51]. В результате проведенного модального анализа было определено 25 основных мод колебаний в частотном диапазоне от 10 до 64 Гц.

Работа *Böswald M., Govers Y., Vollan A.*, и др. [52] обобщает приёмы, используемые при проведении наземных вибрационных испытаний лёгкого самолёта на солнечных батареях с большим размахом крыла. Рассмотрены проблемы модального анализа легковесных конструкций на низких частотах. Очень лёгкая конструкция самолёта потребовала специальных подходов при определении модальных параметров. Была вычислена корреляция между расчётной и конечно-элементной моделью. Произведена коррекция расчётной модели по экспериментальным данным.



В статье *Peres M. A., Bono R. W., Brown D. L.* [53] рассмотрены основные принципы подбора средств и способов возбуждения для определения модальных параметров наилучшим образом без использования каких-либо математических соотношений.

В диссертации Зимина В. Н. [54] исследованы динамические характеристики раскрывающихся космических конструкций ферменного типа, элементы которых выполнены как из традиционных, так и композиционных материалов. Выявлены диапазоны частот, соответствующие собственным колебаниям конструкции. Для определения характеристик собственных тонов колебаний применялся метод фазового резонанса с использованием одноточечного и многоточечного гармонического возбуждения. Предложен комплексный подход к анализу динамики раскрывающихся крупногабаритных космических конструкций ферменного типа на основе совокупности разработанных моделей, каждая из которых нацелена на решение конкретных технических задач, связанных с исследованием параметров процесса раскрытия, определением динамических характеристик конструкции и оценкой прочности её элементов.

В работе [26] на основе анализа современного состояния методов исследования динамических характеристик самолётов и особенностей их конструктивно-силовой схемы уточнены элементы методики проведения модальных испытаний планера опытного самолёта с учётом отказных режимов, конструкционных неоднородностей и применения композиционных материалов в основных агрегатах планера. Приведен пример использования бесконтактных измерений в отечественных исследованиях динамических характеристик кессона крыла транспортного самолёта.

В статье Нарижного А. Г., Смыслова В. И., Сычева В. И. [55] описаны методика и средства модальных испытаний летательных аппаратов для корректирования их расчётной модели, экспериментального определения характеристик системы управления с электроприводом в диапазоне частот упругих колебаний для оценки запасов устойчивости системы «упругий летательный аппарат — система автоматического управления».

В работе [56] проведена демонстрация (основная цель показать, что испытания можно провести быстро и недорого) экспериментов на транспортном самолёте «Боинг 737-200» для исследования эффективности модальных испытаний самолётов или наземных вибрационных испытаний. В ходе испытаний, проведённых за 48 часов, были успешно определены все тона колебаний планера в диапазоне частот до 10 Гц.

Обзор современных подходов к модальным испытаниям, сделан, например, в работе Хейлена В., Ламменса С., Саса П. [43].

Вибрационные испытания широко распространены во многих областях техники и в настоящее время имеется большое разнообразие применяемых средств испытаний, которые непрерывно эволюционируют. Далее приведён только краткий обзор экспериментального оборудования, используемого для наземных модальных испытаний.

Под средствами проведения эксперимента понимается комбинация аппаратных и программных составляющих [43; 44; 47; 51; 52; 57]. С их помощью реализуют поочерёдное выделение гармонических колебаний каждого собственного тона и проведение измерений в окрестности собственных частот. Кроме того, их задачей является также фиксация частотных спектров объектов испытаний при гармоническом и негармоническом возбуждении.

Комплекс оборудования для современного экспериментального модального анализа включает в себя:

- пьезоэлектрические датчики вибрации стандарта *IEPE* (*Integrated Electronics Piezo-Electric* — датчики с внутренним предусилителем заряда) или зарядовые датчики (с использованием внешнего усилителя заряда) для измерений отклика на внешнее воздействие. Число каналов измерений составляет несколько сотен. Оно определяется программой испытаний и зависит от типа объекта исследований;

- пьезоэлектрические датчики силы стандарта *IEPE*;

- управляемое возбуждение одним или несколькими модальными силовозбудителями или модальным молотком. Предусмотрена генерация различных типов сигналов возбуждения (плавная развёртка синуса, пошаговый синус, полигармоника или случайный шум), которые при этом могут задаваться одновременно по разным каналам;

- систему возбуждения колебаний, которая содержит источник гармонических напряжений; цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП); усилители мощности (тока), преобразующие выходные напряжения ЦАП в пропорциональный им ток, протекающий через силовозбудители; электродинамические силовозбудители (ЭДСВ) («модальные»), у которых сила, приложенная к подвижной системе, пропорциональна току и не зависит от частоты колебаний;

- средства фильтрации (сбор данных);

- средства оперативных расчётов и индикации данных в процессе измерений;

- средства наблюдения за сигналами, их фазовыми сдвигами по фигурам Лиссажу, векторным составляющим и анимированным формам колебаний.

Комплексы оборудования для модальных испытаний позволяют осуществлять программное управление возбуждением колебаний с установкой пределов изменения частоты, времени установления колебаний и числа периодов усреднения результатов измерений. В режиме автоматического поиска резонанса задаются ограничения максимального фазового сдвига сигналов виброускорения. Результаты испытаний представляются в табличном и графическом виде, пригодном для экспресс-анализа. Сбор, оперативная обработка и анализ данных могут дополняться специализированным программным обеспечением (ПО). Граничные условия для объекта испытаний реализуются либо упругим вывешиванием конструкции, либо жёстким закреплением корпуса или агрегатов. В первом варианте — или вывешивание конструкции на резиновых амортизаторах, или установка на пневмоопоры (возможна и их комбинация), во втором — неподвижное закрепление.

Специализированное программное обеспечение условно делится на три части: для подготовки испытаний, для проведения измерений и для оперативной обработки данных.

Первая часть есть интерфейс для фиксации условий эксперимента (дата, время, объект, комплектация, канал измерения); типа измеряемой характеристики (резонансная зависимость, собственная форма и др.); координат точек возбуждения и измерения колебаний; данных о силовозбудителях и датчиках (тип, номер, тарировка, ориентация).

После подготовительного этапа заполняется окно программы измерений с набором границ частотных интервалов и вариантами их реализации (шаг по частоте, число периодов установления колебаний и т.д.) с индикацией времени измерения, номера интервала и коэффициента передачи, задаются общий и отдельные уровни возбуждения колебаний.

Вторая часть управляет проведением измерений с индикацией текущих результатов в табличном и графическом виде и позволяет корректировать уровень возбуждения, величину приращения частоты или амплитуды, число периодов усреднения измерений.

Третья часть — оперативное отображение результатов в виде таблиц и графиков.

Приведем краткий перечень современных систем модального анализа.

Компанией *Bruel & Kjaer*, Дания ([<http://www.bksv.ru/>]) разработана платформа *PULSE*. Модальный анализ *PULSE Reflex* вместе с консультантом модальных испытаний (*PULSE modal test consultant*) составляют неотъемлемую часть специализированного

программного обеспечения и программ проведения модального анализа. Приложение поддерживает и классический, и операционный модальный анализ.

Консультант испытаний использует платформу мульти анализатора *PULSE*. Он имеет графическое отображение, легко управляется, настраивается на измерения непосредственно на тестируемой геометрической форме, отображённой на экране. Эти функциональные возможности вместе с высокоэффективными инструментами для настройки, измерений и поверки делают испытания быстрыми и надёжными. Результаты анализа форм колебаний (*ODS*) могут быть анимированы непосредственно в консультанте получения форм колебаний (*ODSTC*), а амплитудно-частотные характеристики — непосредственно в консультанте модальных испытаний (*MTC*). Полученные общие данные (временные, спектральные, геометрические и т.д.) могут использоваться непосредственно в пакетах программ пост-обработки данных, таких как *PULSE Reflex* модального анализа, *PULSE Reflex* корреляционного анализа.

Компания *LMS*, Бельгия предлагает пакет программ *LMS Test.Lab*, который представляет собой полный набор для проведения вибрационных испытаний, включая испытания на воздействие окружающей среды. ([[http://www.plm.automation.siemens.com/en\\_us/products/lms](http://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/lms)]). *LMS Test.Lab* интегрирован с семейством оборудования *LMS SCADAS*. *LMS Test.Lab* предлагает следующие специализированные программы: наземные вибрационные испытания для проверки конструкционной целостности ЛА и его агрегатов; операционный модальный анализ; испытания реактивных двигателей; измерение вибрации и шума, акустические испытания и др.

С шестидесятых годов прошлого столетия фирма *Prodera*, Франция ([<http://www.prodera.com/>]) производит и распространяет на мировом рынке системы модального анализа. *Prodera* стала первой в мире фирмой, оснастившей свои системы модального анализа микропроцессором. Первые системы с такой архитектурой предоставляли пользователю возможность работать в ручном и автоматическом режимах. Фирма *Prodera* в течение всей своей деятельности старалась следовать принципу создания систем модульной структуры. Следуя этому принципу *Prodera* предлагает программное обеспечение *P-SYS-MODAL*. Управление оборудованием осуществляется с помощью программного обеспечения *P-WIN-MODAL*. Базовая версия системы позволяет осуществлять управление 16 силовозбудителями и производить сбор информации с 256 каналов измерений.

*Prodera* разработала также электронную модель конструкции — *STRUCSIM-3-D*. Она представляет собой аналоговое электронное устройство с 8 входами и 64 выходами и обеспечивает имитацию собственных мод колебаний. Электронные схемы *STRUCSIM-3-D* принимают сигналы, имитирующие приложенные силы и генерируют отклики, имитирующие перемещения. Переходную функцию между входными и выходными сигналами электронной модели можно сравнить с переходной функцией между системой возбуждения и системой измерения оборудования для модальных испытаний, размещенного на некой конструкции. С помощью электронной модели *STRUCSIM-3-D* можно проводить настройку программного обеспечения для проведения модальных испытаний, а также сравнивать различные методы анализа конструкций. С помощью электронной модели можно проводить и отладку программного обеспечения.

*OROS*, Франция ([\[http://www.oros.com/\]](http://www.oros.com/)) предлагает — инструмент для модальных испытаний с *OROSModal 2 (OM2)*, который обеспечивает визуализацию произвольных по времени упругих колебаний конструкции независимо от характера источника возбуждения колебаний; классический модальный анализ на основе измерения частотных характеристик с применением контролируемого возбуждения (молоток или вибровозбудители); эксплуатационный модальный анализ — выделение модальных параметров (собственных форм, частот и коэффициентов демпфирования) из отклика на неконтролируемое внешнее воздействие (турбулентность потока и т.д.).

*NVGate* платформа, разработанная фирмой *OROS* для анализа шума и вибраций, позволяет управлять параметрами обработки и измерения на анализаторе *OR3X*. Независимо от режима работы, будь то измерение в реальном времени или пост-обработка в отсутствие анализатора, в системе будут использоваться одни и те же прикладные программы.

Программы *NVGate* могут работать как с подключенным анализатором *OR3X*, так и без него. Благодаря возможностям параллельного анализа (узкополосный анализ, октавный анализ, суммарный анализ, отслеживание гармоник и т.д.), *NVGate* является самым верным средством в случае, если необходимо визуализировать данные одновременно в самых разных областях.

Главным усовершенствованием в *NVGate*, связанным с анализаторами *OR3X*, является возможность проведения параллельного анализа по разным каналам измерения. Это означает, что в одно и то же время можно вести, по существу, разные сеансы изме-

рения. Возможность анализа одновременно с записью обеспечивает контроль за состоятельностью экспериментальных данных.

Измерительный комплекс МИК300М фирмы «Мера», Россия (<http://www.nppmera.ru/>) обеспечивает следующие измерения:

- частотных характеристик (ЧХ) при моногармоническом возбуждении;
- колебаний испытываемого объекта при полигармоническом возбуждении;
- случайных колебаний объекта при турбулентном (случайном внешнем) возбуждении;
- случайных колебаний при внешнем импульсном контролируемом и неконтролируемом возбуждении.

Результаты измерений сохраняются в базе данных пакета обработки сигналов WinПОС в виде записей сигналов датчиков колебаний испытываемого объекта во временной области. Затем с помощью специально разработанных процедур WinПОСа экспериментальные данные преобразуются в форматы системы идентификации расчетных динамических моделей (ИРДМ), применяемой для анализа результатов динамических испытаний и прогнозирования флаттера.

Результаты измерений при моногармоническом возбуждении преобразуются в текстовые файлы, содержащие амплитудно-фазовые частотные характеристики (АФЧХ), которые легко могут быть импортированы в *MS Excel* для оформления результатов измерений в виде графиков амплитудных и фазовых характеристик для визуального анализа и печати отчетных материалов. Кроме того, результаты измерений ЧХ, полученные при моногармоническом возбуждении, могут быть преобразованы с помощью специально разработанной программы *trnppxf.exe* в формат файлов типа *xf.ddd* для модального анализа и прогнозирования флаттера в системе ИРДМ.

Примеры бесконтактных средств испытаний.

Фотограмметрия или видеограмметрия, методы, обеспечивающие с помощью двух и более видеокамер измерения перемещений точек конструкции для получения пространственных движений [58–60].

Видеограмметрия использует видеопроектор, выборочно освещая целевые точки конструкции. Движения измеряются только со стороны источника света [61].

Фотограмметрия основана на корреляции рисунков двух и более камер, которые измеряют движения дискретных точек конструкции [62–64].

Доплеровский лазерный виброметр измеряет скорости в направлении лазерного пучка. Лазерный луч способен быстро сканировать и перемещаться вдоль конструкции. Лазерный виброметр используется преимущественно при широкополосном случайном возбуждении колебаний. Доплеровский лазерный виброметр с непрерывным сканированием применяется для измерения форм колебаний вдоль линии, эллипса или схемы его перемещений [51; 65; 66].

В работах [46; 56] изложен опыт использования для модального анализа совокупности акселерометров и пространственно-оптической аппаратуры. Применению бесконтактных датчиков в модальных испытаниях самолётов посвящена статья *Allen B., Harris C., Lange D.* [57]. В статье описано успешное применение устройства, называемого датчиком бесконтактного инерционного контроля скорости (*NIRV*), в испытаниях военного самолёта на военно-воздушной базе «Эдвардс» в Калифорнии (США).

## 1.2 Методы вибрационной диагностики дефектов

Наибольшее распространение в машиностроении нашли методы оценки технического состояния конструкций по параметрам вибраций. Как известно, вибрационные методы можно условно разделить на пассивные и активные. В первом случае исследуются сигналы, получаемые при нормальном функционировании контролируемого объекта, а во втором — соответствующая информация получается при приложении к объекту специально заданных воздействий. Такие методы широко применяются, на их основе созданы различные контрольные приборы и стенды для диагностирования, в основном, машин и механизмов, имеющих вращающиеся части, различного типа подшипников, соединительных муфт и механических передач [67—69].

Механизм, звенья которого совершают вращательное движение, генерирует механические колебания сложной формы. Причинами этих колебаний являются физические взаимодействия элементов, связанные с дисбалансом, люфтом, изгибом валов, несоосностью, дефектами элементов машины и др. (см., например, Иванов Н. И., Стеценко А. А., Зубарева Т. Ю. и др. [70]). Эти сложные колебания несут большой объем информации о динамических явлениях, происходящих в работающей машине, и могут быть зарегистрированы на корпусных деталях машины как вибрации. Среди всего объе-

ма содержащейся в этих колебаниях информации необходимо выделить ту, которая позволяет идентифицировать дефекты элементов машин и развитие этих дефектов.

При проведении последующего анализа полученного вибросигнала, сигнал представляется в частотной и временной областях. Временной анализ сигнала позволяет судить об изменении сигнала во времени, анализировать изменение амплитуды, а также увеличение влияния высших гармоник сигнала. Анализ в частотной области позволяет проводить спектральный анализ, дающий возможность выявить влияние отдельных частотных составляющих на результирующий сигнал.

На первой стадии развития дефекта в спектре, наряду с первыми механическими гармониками круговой частоты вращения ротора, появляется пик на характерной частоте дефекта того или иного элемента подшипника. На этой стадии характерная гармоника уже хорошо видна на спектре и позволяет достаточно точно выявлять дефектный элемент.

Дальнейшее развитие дефекта приводит к появлению гармоник от характерной подшипниковой частоты. Обычно появляются гармоники с номером два и три от основной частоты подшипникового дефекта. Рядом с каждой такой гармоникой слева и справа тоже будут иметь место боковые частоты, число пар которых может быть достаточно большим. Чем более развит дефект, тем больше боковых гармоник и у гармоник частоты дефекта. Износ подшипника с таким спектром уже очевиден и может простирается почти по всей рабочей поверхности подшипника, он уже стал групповым, захватив несколько элементов подшипника. Подшипник нуждается в замене или к такой процедуре нужно интенсивно готовиться. Это последняя стадия развития дефектов подшипника. Затраты на трение велики и вращение ротора затруднено. Износ подшипника достигает такой стадии, когда характерная частота дефекта из-за износа становится нестабильной. Такая же участь постигает боковые гармоники. Наложение многих семейств гармоник, каждое из которых состоит из основной частоты и боковых гармоник, создает достаточно сложную картину. Если в этих семействах основные гармоники различаются по частоте немного, то сумма всех частот представляет собой общее поднятие спектра, «энергетический горб», захватывающий такой диапазон частот, куда входят все гармоники всех семейств от всех уже существующих дефектов подшипника качения.

В работах Азовцева А. Ю., Александрова А. А., Балицкого Ф. Я., Баркова А. В., Барковой Н. А., *Carter D. L., Mitchell J. S.* [71–78] обнаружение зарождающихся дефектов подшипников качения, в основном, производится двумя методами — по появлению удар-



ных импульсов и по модуляции сил трения. В низкооборотных подшипниках толщина масляного слоя ниже, чем в высокооборотных, а, следовательно, разрывы масляной пленки и ударные импульсы возникают гораздо чаще. Величина ударных импульсов в низкооборотных подшипниках гораздо ниже, но их число гораздо больше, и они накладываются друг на друга. Практически, таким образом, идет процесс формирования сил «сухого» трения качения и, даже если удастся выделить высокочастотную вибрацию подшипника, имеющего естественный износ, обнаружить в нём компоненты, возбуждаемые ударными импульсами, крайне сложно. Это означает, что метод ударных импульсов для диагностики низкооборотных подшипников применим лишь в частных случаях.

Механизм амплитудной модуляции сил трения в подшипниках качения с дефектами одинаков как у высокооборотных машин, так и у низкооборотных. И это несмотря на то, что в высокооборотных подшипниках трение имеет гидродинамическое происхождение, а в большинстве низкооборотных — механическое или, по крайней мере, комбинированное. Поэтому метод спектрального анализа колебаний мощности случайной вибрации, более известный как метод огибающей, одинаково успешно может применяться для диагностики и высокооборотных, и низкооборотных подшипников качения.

Сущность метода заключается в том, что в бездефектном подшипнике мощность сигнала не имеет периодических низкочастотных колебаний, а в дефектном эти колебания достаточно сильны и хорошо выделяются в спектре огибающей в виде гармонических составляющих, имеющих подшипниковые частоты или их комбинации. Вид дефекта определяется частотами обнаруживаемых составляющих, величина дефекта — глубиной модуляции мощности вибрации, то есть соотношением амплитуд гармонических и случайных составляющих.

Метод позволяет разделить возникающие при эксплуатации дефекты каждой из поверхностей качения на две группы — износ, характеризующийся плавной модуляцией сил трения, и раковины (трещины), характеризующиеся импульсным изменением сил трения. Кроме того, метод позволяет обнаружить и определить характер динамических нагрузок, действующих на подшипник со стороны ротора. Именно таким образом могут обнаруживаться дефекты соединительных муфт, в том числе зубчатых, и механических передач, в том числе зубчатых и ременных. В список дефектов, обнаруживаемых по динамическим нагрузкам на поверхности качения, входят и дефекты монтажа под-

шипника, такие, как перекос колец подшипника, повышенный (неоднородный) радиальный или осевой натяг, и другие.

В работах Нафикова А. Ф., Закирничной М. М., Кузеева И. Р., Сабурова В. К., Сулейманова М. Р., Сулейманова Р. Р. [79–86] решались следующие задачи:

- 1) анализ статистических данных по отказам неуравновешенных агрегатов;
- 2) исследование влияния шумовой составляющей на идентификацию основных частот подшипниковой вибрации. Проверка возможности очищения вибросигнала от шума и подбор параметров очищения;
- 3) подбор диагностических критериев оценки технического состояния;
- 4) разработка методики оценки технического состояния подшипников;
- 5) проведение вибродиагностики агрегатов с целью выявления зарождающихся дефектов подшипников качения с помощью разработанного метода.

При решении поставленных задач использовались вероятностно-статистические методы, методы математической обработки, а также теория детерминированного хаоса.

Научная новизна методов:

- 1) получены фазовые портреты вибросигналов для дефектов конструктивных элементов подшипников качения, характеризующих их предельное состояние. На их основе можно производить оценку технического состояния подшипников качения путём сравнения с фазовыми портретами реальных вибросигналов насосных агрегатов;
- 2) установлен характер изменения формы фазового портрета на примере дефекта сепаратора подшипника при различном соотношении амплитуды сепараторных частот и уровня шумовой составляющей;
- 3) установлено, что показателем развития дефекта подшипника является увеличение масштабного коэффициента.

Результаты работы указывают на возможность выявления дефектов подшипников качения на ранних стадиях развития, снижая риск возникновения отказов агрегатов. Разработанные методические рекомендации «Оценка технического состояния подшипников качения агрегатов» внедрены для использования в лабораториях вибродиагностики.

Диагностике подшипников по изменениям их вибрационных характеристик вследствие возникновения разного рода дефектов посвящены также работы Ванькова Ю. В., Акутина М. В. [87]; Павловского М. А., Петренко В. Е. [88]; Paschard M. [89]; Wardle F. P., Lacey S. J., Haw C. [90]; Crandall S. H. [91] и Lacey S. J. [92].

В работах [93–95] и Костюкова В. Н., Бойченко С. Н., Костюкова А. В. [96] синтезирована матрица виброакустического сигнала. Матрица отражает структуру диагностируемой машины: её строки содержат компоненты спектра в различных частотных полосах, а столбцы — компоненты, связанные с определенными классами состояния и видами дефектов различных кинематических пар, а также неопознанные компоненты, составляющие совместно «полную группу» в статистическом смысле и отражающие принцип информационной полноты. Рассмотрены преобразования спектральной матрицы и способы её автоматического распознавания, инвариантные к конструкции машины.

Основные результаты работ заключаются в следующем:

1) установлена закономерность формирования виброакустического сигнала машинного агрегата, состоящая в том, что структура сигнала отражает структуру агрегата, входящих в него машин и механизмов;

2) предложена методика синтеза спектральной матрицы виброакустического сигнала, инвариантная к структуре диагностируемого агрегата и обеспечивающая формирование диагностических признаков состояния, отражающих проблемы механизмов, машин и агрегатов в различных частотных полосах и их последующую оптимизацию;

3) сформулирован применительно к диагностике принцип информационной полноты, который обеспечивается формированием в спектральной матрице сигнала блока “шумовых” компонент, что позволяет рекуррентно уточнять диагностические признаки неисправностей, расширять виды диагностируемых неисправностей и классы состояния с необходимой степенью детализации, ограниченной используемым базисом сигнала;

4) введены преобразования спектральной матрицы, способы разбиения её на блоки и оценки их норм в различных частотных полосах с использованием совокупностей различных частотных компонент, что существенно повышает достоверность диагностирования;

5) предложены: способ, устройство и алгоритм автоматического распознавания элементов спектральной матрицы вибросигнала, инвариантные к конструкции машины и режиму её функционирования с оценкой частоты вращения по спектру вибрации.

Методы оценки технического состояния машин (двигателя, редуктора, насоса, компрессора и др.) рассматриваются в работах [97–106] авторов: Анищенко Б. В., Бедрий О. И., Беззубцев Р. А., Бондаренко Г. А., Долгов Е. А., Стеценко А. А., Стеценко О. А., Кожемяко О. В., Наумов Е. Д., Федоренко Н. Д., Петров В. В..

При контроле технического состояния машин применяется системный подход. При оценке технического состояния машин получены ответы на следующие вопросы:

- а) как должна функционировать машина;
- б) как она функционирует в данный момент;
- в) почему произошли отклонения от нормального функционирования.

Для решения этих задач необходимы усилия различных специалистов: конструкторов, производителей, механиков и технологов, специалистов по трению и износу, по контролю показателей назначения и автоматическому регулированию, по техническому надзору и ремонту, по неразрушающему контролю и вибродиагностике, по надёжности и безопасности. Система мониторинга и диагностики машин должна быть связана с другими системами. Оценка технического состояния составных частей машин должна проводиться с учётом их режима работы, анализа обеспечения показателей надёжности и безопасности. На предприятии должна существовать система связанных баз данных, на основании которых производится оценка технического состояния машин в конкретный момент времени (диагностика), прогнозируется остаточный ресурс составных частей до ремонта (прогнозирование) и определяется причина преждевременного вывода машин из эксплуатации (генетика), а также анализируется обеспечение показателей надёжности и безопасности.

Решению задач диагностики машин и механизмов по изменению вибрационных сигналов из-за появления дефектов посвящены также работы Берестнева Я. О. [107]; Михайлишина В. Ю. [108]; Крылова Н. И., Малинина А. В., Ноздрина М. А. [109]; *Leizerovich A. Sh., Tikhonov S. E., Plotkin E. R.* и др. [110]; *Simmons H. R., Smalley A. J.* [111]; *Tsay C. B.* [112]; *Litak G., Friswel M. I.* [113]. Обнаружение трещин во вращающихся элементах машин рассмотрено *Imam I., Azzaro S. H., Bankert R. J.*, и др. [114] и *Dirr B. O., Hartmann D., Schmalhorst B. K.* [115].

В работе Джафарова С. Ф. и Алиева Р. Я. [116] сделаны сравнительный анализ систем вибромониторинга и вибродиагностики и оценка их эффективности в своевременном обнаружении дефектов машин и механизмов. Перспективные технологии виброметрии рассмотрены также Кобяковым И. Б., Малютиным Д. В., Сперанским А. А. [117].

Анализ особенностей развития вибродиагностики в последние 20 лет показывает, что основное направление её развития связано с созданием и использованием программ автоматического контроля. Среди разработок ведущих мировых производителей диаг-

ностических систем программы, призванные полностью заменить диагноста при постановке диагноза и прогноза, встречаются гораздо реже и в России практически не применяются. Такая ситуация объясняется тем, что эти программы требуют определенной адаптации к несерийному оборудованию, а большинство наиболее ответственных машин относятся именно к «несерийным». Лучшие отечественные программы автоматической диагностики по ряду параметров превосходят зарубежные аналоги, что является одной из основных причин их популярности на мировом рынке диагностического программного обеспечения.

Для контроля технического состояния конструкций применяют, в основном, активные методы. В вибродефектоскопии с целью контроля появляющихся в процессе эксплуатации повреждений нашли применение методы модальной идентификации динамических систем [118]. Например, в работах Турчинского Л. А., Фридмана М. З. [119]; Крылова Н. И., Ноздрина М. А., Шапина В. И. [120]; Большакова В. П., Законникова Е. А. [121]; Сидорова О. Т. [122]; Постнова В. А. [123]; Постнова В. А., Шлоттманна Г. [124]; Мотылева Н. И. [125]; Киселева Ю. В., Киселева Д. Ю., Тица С. Н. [126]; *Danek O.* [127]; *Pandey A. K., Biswas M., Samman M. M.* [128]; *Rucker W.* [129]; *Park Y. S., Park H. S., Lee S. S.* [130]; *Chen J.-Ch., Garba J. A.* [131]; *Dilena M., Morassi A.* [132]; *Perera R., Fang Sh.-E., Huerta C.* [133] и ряда других авторов [134–136] о появлении трещин и разрушений в конструкции судят по изменению её собственных частот, форм и декрементов колебаний. Невским Ю. Н. [137] для обнаружения повреждений предлагается использовать корректировку матрицы жёсткости конструкции при изменении частот и форм системы из-за появления повреждений. *Crema L. B., Casteilani A., Peroni I.* [138] разработан метод обнаружения местных повреждений композитных конструкций по изменению собственных частот и параметров затухания, соответствующих различным формам колебаний. В работе Шевелева Н. А., Домбровского И. В. [139] на примере лопаток турбин исследовано влияние повреждений на собственные частоты, формы колебаний лопаток и распределение в них вибрационных напряжений.

*Doebbling S. W., Farrar C. R. и Prime M. B.* в обзорной работе по методам вибродиагностики конструкций [140] отмечают, что во многих случаях даже относительно большое повреждение не приводит к значительному изменению частот собственных колебаний. К тому же параметры собственных тонов колебаний являются интегральными характеристиками, а местоположение и размер дефекта — дифференциальными. Всё это

затрудняет однозначную идентификацию дефекта. Авторы выражают мнение многих исследователей о том, что использование вибрационных методов диагностики технического состояния конструкций перспективно. Однако для их практической реализации необходимо больше внимания уделять проведению исследований реальных конструкций, а не лабораторных образцов.

Зачастую для определения местоположения дефекта строится линейная расчётная динамическая модель объекта диагностики. Затем, по результатам модальных испытаний, корректируются матрицы обобщённых динамических характеристик и фиксируются изменения собственных форм колебаний. Сложность такой модели, а значит и трудоёмкость работы, возрастает с увеличением сложности конструкции объекта контроля. При этом появление дефектов вносит, как правило, нелинейности в характер деформирования, что может привести к получению неоднозначного или ошибочного решения задачи в линейной постановке. Поэтому рядом исследователей предложено использовать в качестве идентификационного признака дефекта появление отклонений динамических характеристик объектов контроля от характеристик линейной системы [141–143]. К таким отклонениям относятся, например, возникновение суб- и супергармонических резонансов (*Bovsunovsky A. P., Matveev V. V.* [144]), искажения фазовых портретов (работы Бернса В. А., Присекина В. Л. [145], *Diana G., Bachmid N., Angel F.* [146]) и фигур Лиссажу (работы Бернса В. А. [147], *Al-Khazali H. A. H., Askari M. R.* [148]).

Так в работе [144] изложен метод вибродиагностики, в котором собственные частоты определялись по свободным колебаниям конструкции на основном резонансе, а также на суб- и супергармонических резонансах системы. Такие резонансы возникают в линейной системе в результате появления трещины. Собственные частоты оценивались с точек зрения их чувствительности к наличию трещины и эффективности применения для диагностики повреждения. Недостатком этого метода является то, что он применим для однородных конструкций, например, лопаток авиационных двигателей.

Косицыным А. В. разработан метод обнаружения дефектов в материале упругой конструкции, при котором возбуждают колебания эталонной и исследуемой конструкций, выбирают несколько форм колебаний, определяют для этих форм резонансные частоты колебаний конструкций, а о возникновении дефекта судят по разности значений резонансных частот эталонной и исследуемой конструкций [149]. Недостатком данного метода является то, что поскольку резонансная частота колебаний является интеграль-

ной характеристикой упругой конструкции, то по изменению резонансной частоты можно судить о появлении дефекта, но невозможно определить его положение. Кроме того, этот метод пригоден для простых и малогабаритных образцов типа балка, пластинка и т.д., так как экспериментальное определение собственных частот пространственных форм с нужной точностью для реальных конструкций проблематично.

В работе [150] описан способ обнаружения местных повреждений композитных конструкций по изменению собственных частот и параметров затухания, соответствующих различным формам колебаний. Недостатки: параметры затухания колебаний и собственные частоты являются интегральными характеристиками конструкции. Поэтому локальный дефект может не оказывать влияния на исследуемые формы колебаний. Способ пригоден для простых и малогабаритных объектов, не имеющих условно неподвижных соединений (заклёпочных, болтовых и т.д.), поскольку изменение собственных частот может произойти не из-за появления дефекта, а вследствие изменения состояния соединений.

В работе Захезина А. М. и Воителева П. Ю. [151] предложен метод определения зарождающихся трещин в сварной конструкции при помощи вейвлет-анализа вибросигнала, заключающийся в сравнении детерминированных характеристик случайного процесса вибросигнала, полученных при помощи Фурье и вейвлет-анализа. Недостатком данного метода является то, что его можно использовать для простых и малогабаритных конструкций, так как экспериментальное определение спектров мощности пространственных реальных конструкций с нужной точностью проблематично. Кроме того, для реализации данного метода желательно знать место, где появится дефект.

Известен вибрационный способ диагностики начала процесса разрушения в элементах конструкции объекта, который заключается в том, что определяют место возможного разрушения элемента конструкции объекта на основе знаний особенностей конструкции и опыта разрушений аналогичных конструкций, устанавливают датчик вибраций на месте возможного разрушения элемента диагностируемого объекта, создают вибрационные колебания в контролируемом элементе конструкции путем использования любого независимого источника вибрационных колебаний и периодически, через равные интервалы времени осуществляют измерение частот вибраций и их взаимный анализ [152; 153]. Момент появления неравенства квалифицируют, как начало процесса разрушения контролируемого элемента конструкции объекта.

Недостатками реализации данного способа является следующее:

- необходимо заранее знать место, где появится дефект конструкции. Определение этого места на основе знаний особенностей конструкции и опыта разрушений аналогичных конструкций не всегда приводит к правильному результату. Например, до начала эксплуатации конструкции в её материале могут быть микроскопические концентраторы напряжений. Влияние таких концентраторов на частоты колебаний конструкции зафиксировать, как правило, не удастся, поэтому они могут спровоцировать возникновение усталостных трещин там, где их не ожидают. Кроме того, концентраторы напряжений не микроскопического размера могут возникнуть и в процессе эксплуатации конструкции;

- в качестве идентификационного признака дефекта предлагается использовать появление неравенства частот, зафиксированных разными датчиками. Такими частотами могут быть парциальные частоты элементов конструкции или резонансные частоты «местных» форм колебаний. Но эти частоты могут изменяться не только из-за появления дефекта, но и в большей степени из-за изменения состояния условно неподвижных соединений в процессе эксплуатации конструкции;

- для того, чтобы зафиксировать появление дефекта по разности сигналов вибрационных датчиков, необходимо, чтобы эти датчики располагались на идентичных элементах конструкции, но в существенно разных условиях эксплуатационной нагруженности. А такое возможно в том случае, когда конструкция не оптимальна с точки зрения весовой отдачи.

Разработаны также методы обнаружения трещин в конструкциях, основанные на том, что появление дефекта приводит к изменению параметров распространения упругих волн в материале (работы Викторова И. А. [154], *Worlton D. C.* [155; 156], *Kessler S. S., Spearing M. S., Soutis C.* [157], *Zaitsev V., Sas P.* [158]). Однако наличие в объекте контроля локальных неоднородностей, таких как отверстия, вырезы, крепежные элементы может вызвать серьёзные затруднения в использовании такого подхода.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что известные методы диагностирования конструкций по параметрам вибраций не всегда могут быть использованы, а во многих случаях не дают полного ответа о наличии дефектов элементах планера самолёта. Это заключение основано на том, что:



- методы анализа и контроля технического состояния конструкций, разработанные в машиностроении, имеют узкую специализацию и применимы, как правило, к обнаружению дефектов во вращающихся элементах машин и механизмов;

- методы вибродефектоскопии, предназначенные для выявления трещин и разрушений в конструкциях в процессе их эксплуатации, основаны на том, что такие повреждения вносят изменения в характеристики жёсткости (а значит и в частоты и формы собственных колебаний) и демпфирования механических систем. Для реализации методов строится линейная расчетная математическая модель исходной системы, местоположения и величины возникающих повреждений определяются по изменениям динамических характеристик неповрежденной конструкции в линейной постановке, в то время, как дефекты являются причиной нелинейного поведения конструкций;

- традиционно используемые в вибрационной диагностике такие идентификационные признаки дефектов, как изменения демпфирования, а также частот и форм собственных колебаний конструкций, являются интегральными характеристиками механических систем. В то же время размеры и местоположения дефектов есть параметры дифференциальные.

## 2 МЕТОДИКА МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ИХ ДИАГНОСТИКИ

Поскольку первоначальным источником информации о наличии дефектов в конструкции ЛА являются, как правило, результаты модальных испытаний, то к способу определения характеристик собственных тонов колебаний необходимо предъявлять особые требования. К таким требованиям относится низкая чувствительность к погрешностям эксперимента и независимость от априорной информации о свойствах динамических систем. Причем речь идет не только о способах определения собственных частот колебаний, но и о методиках оценки обобщенных масс и характеристик демпфирования. Объясняется это тем, что изменения собственных частот ЛА от серии к серии не всегда связано с изменением жесткости конструкции вследствие появления дефектов. Смещения частот могут являться и результатом доработок конструкции, приводящих к изменению обобщенных масс ЛА. Подобные заключения можно сделать и применительно к определению характеристик демпфирования: по их изменению также можно судить о наличии дефектов [122].

Известные методы экспериментального модального анализа основаны, как правило, на математическом описании объекта исследований с точностью до некоторых параметров. Эти параметры и определяются в модальных испытаниях. При этом одновременно используются описания инерционных, упругих и диссипативных свойств конструкций, хотя способа достоверного априорного математического описания сил демпфирования в настоящее время не существует. Такой подход может привести к искажению характеристик реальной динамической системы и придать неприсущие ей свойства.

Основываясь на свойствах вынужденных монофазных колебаний при монофазном и немонафазном возбуждении, в данной главе сформулированы условия независимого друг от друга определения упруго-массовых и диссипативных характеристик конструкций, разработанные в [33; 147; 159; 160]. Кроме того, по соотношениям между вынужденными монофазными и собственными колебаниями удастся установить диссипативные свойства объекта испытаний. Изложен также способ определения модальных параметров, обладающий низкой чувствительностью к случайным погрешностям измерений и влиянию тонов с близкими собственными частотами.

## 2.1 Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов на основе монофазных колебаний

Движение механической системы, на основе анализа которого строится её математическая модель, определяется действием внешних сил, сил инерции, упругих восстанавливающих сил и сил демпфирования. Рассматривается гармоническое внешнее воздействие как наиболее часто используемое в резонансных испытаниях. Полагается, что восстанавливающие силы имеют потенциал, причем выражения этих сил через перемещения известны с точностью до численных значений некоторых параметров. К силам демпфирования отнесем все силы, независимо от их природы, изменяющиеся в фазе со скоростью перемещений точек конструкции. Считается, что работа сил демпфирования при любых перемещениях положительна, т. е. в исследуемой системе нет внутренних источников энергии, идущей на поддержание колебаний. Математическое выражение сил демпфирования через параметры движения считается неизвестным.

Таким образом, уравнения движения механической системы принимаются в виде

$$A\ddot{Y} + R + CY = Q. \quad (2.1)$$

Здесь  $A(N \times N)$  и  $C(N \times N)$  — симметричные, положительно определенные матрицы кинетической и потенциальной энергии (инерции и жёсткости);  $\ddot{Y}$  — вектор ускорений точек конструкции, вторая производная от вектора перемещений;  $Y(N)$  — вектор перемещений точек конструкции в процессе вынужденных колебаний;  $R(N)$  — вектор сил демпфирования;  $Q(N)$  — вектор сил возбуждения;  $N$  — число степеней свободы дискретной модели, которое определяется в конечном счете точностью, предъявляемой к расчету тех параметров колебаний, которые характеризуют исследуемое явление.

Уравнениям (2.1) для гармонического возбуждения колебаний  $Q = E \sin \omega t + F \cos \omega t$  с частотой  $\omega$  и, следовательно, гармонического решения  $Y = U \sin \omega t - V \cos \omega t$  соответствует система алгебраических уравнений

$$-\omega^2 AU + HV + CU = E, \quad (2.2)$$

$$\omega^2 AV + HU + CV = F, \quad (2.3)$$

где  $H(N \times N)$  — положительно определенная матрица демпфирования;

$E(N)$  и  $F(N)$  — векторы синфазной и квадратурной составляющих сил возбуждения;

$U(N)$  и  $V(N)$  — векторы синфазной и квадратурной составляющих перемещений точек конструкции по направлению действия внешних сил.

Для удобства дальнейшего изложения для вектора перемещений точек конструкции будем использовать комплексное представление  $Y = U + iV$ , где  $i$  — мнимая единица. В этом случае  $U$  — действительная, а  $V$  — мнимая составляющая перемещений.

Задачу определения коэффициентов уравнений (2.2) и (2.3) по известным из резонансных испытаний величинам  $\omega$ ,  $U$ ,  $V$ ,  $E$  и  $F$  можно существенно упростить, если заранее назначить некоторые свойства матрицы демпфирования, такие как симметрия матрицы, характер зависимости её элементов от частоты колебаний, возможность приведения матриц демпфирования, инерции и жёсткости к диагональному виду одним преобразованием координат (гипотеза Базиля). Но если описание инерционных и упругих сил основывается на известных понятиях кинетической и потенциальной энергии, то для конкретизации диссипативных свойств реальных механических систем не всегда имеются теоретические основания. Кроме того, математическая модель конструкции может строиться по результатам испытаний её динамически подобной модели, в которой демпфирование, как правило, не моделируется, а результаты расчетов по математической модели распространяются на натурную конструкцию.

С учетом сказанного выше представляется целесообразным независимое определение упруго-массовых характеристик и характеристик демпфирования. Для этой цели, а также для выявления свойств сил демпфирования, в данной работе предлагается использовать свойства вынужденных монофазных колебаний.

Далее всегда, кроме специально оговоренных случаев, будем считать математическую модель адекватной реальной конструкции, если модель содержит собственные частоты и собственные формы реальной системы в заданном диапазоне частот, сохраняет обобщённые массы собственных тонов колебаний, отражает свойства сил демпфирования. Такие модели используются при решении широкого круга задач, например, расчёт динамической реакции конструкции на внешнее воздействие.

Вынужденные колебания динамических систем называются монофазными, если различия в фазах колеблющихся точек равны 0 или  $\pi$ . Термин «монофазный отклик» впервые употреблен в работе Микишева Г. Н., Рабиновича Б. И. [1]. В этой же работе совокупность сил возбуждения, фазы которых отличаются на 0 или  $\pi$ , называется монофазным силовым распределением, а в работе [161] — просто монофазным возбуждением.

Итак, вынужденные гармонические колебания являются монофазными, если их действительные и мнимые составляющие удовлетворяют условию

$$U = \lambda V, \quad (2.4)$$

где  $\lambda$  — действительное число, равное котангенсу фазового сдвига между откликом системы и действительной составляющей возбуждения.

При монофазном возбуждении ( $f_i = 0, i = 1, 2, \dots, N$ ) параметр  $\lambda$  определяется из решения задачи о собственных значениях (см. уравнение (2.3) с учётом (2.4)):

$$[(\omega^2 A - C) + \lambda H] V = 0, \quad (2.5)$$

а обуславливающий монофазные колебания вектор сил  $E$  — из уравнения (2.2):

$$E_i = [\lambda_i(-\omega^2 A + C) + H] V_i. \quad (2.6)$$

Если матрицы  $A, C, H$  симметричные и положительно определённые, то все корни  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, N$ , вещественные, т. е. на частоте  $\omega$  можно вызвать  $N$  монофазных колебаний  $V_i, i = 1, 2, \dots, N$ , причём векторы  $V_i$  обладают свойством ортогональности

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_j = V_i^T H V_j = 0, \quad i \neq j. \quad (2.7)$$

Для  $i = j$  получаем

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_i = \omega^2 a_i - c_i, \quad V_i^T H V_i = h_i, \quad (2.8)$$

где  $a_i, c_i, h_i$  — положительные числа.

Так как в соотношения (2.5)–(2.8) в качестве параметра входит частота вынужденных колебаний, то с изменением частоты меняются и величины, определяемые этими соотношениями.

Из уравнения (2.6) с учётом свойства (2.7) следует, что

$$V_j^T E_i = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j, \quad (2.9)$$

то есть монофазное возбуждение, обуславливающее данный монофазный отклик, не производит работы на перемещениях других монофазных колебаний.

Если на некоторых частотах вынужденных колебаний подбором монофазного возбуждения удастся сделать нулевым вектор действительных составляющих перемещений системы  $U$ , т. е.  $\lambda = 0$ , то из соотношения (2.5) следует, что этими частотами являются собственные частоты системы без демпфирования, а монофазные колебания

совпадают с собственными. Таким образом, в системе с  $N$  степенями свободы с помощью монофазного возбуждения можно реализовать, по крайней мере,  $N$  монофазных колебаний, совпадающих с собственными колебаниями системы без демпфирования. На этом основании собственные колебания можно считать частным случаем вынужденных монофазных колебаний.

При использовании немонофазного возбуждения векторы действительной и мнимой составляющих внешних сил определяются из выражений (2.2) и (2.3) с учетом (2.4):

$$[\lambda(-\omega^2 A + C) + H] V = E, \quad (2.10)$$

$$(\omega^2 A - C + \lambda H) V = F. \quad (2.11)$$

Из формул (2.10) и (2.11) следует, что при немонофазном возбуждении можно реализовать монофазный отклик любой конфигурации, а параметр  $\lambda$  определяет серию векторов действительных и мнимых составляющих возбуждения, которые реализуют на частоте  $\omega$  монофазные колебания одной конфигурации. В частности, используя немонофазное возбуждение, можно на любой частоте вызвать монофазные колебания, совпадающие по форме с собственными колебаниями системы без демпфирования. Это свойство легло в основу известного метода определения обобщённых масс собственных тонов колебаний введением мнимой (квадратурной) составляющей возбуждения [6].

В процессе резонансных испытаний подберем возбуждение таким образом, чтобы вынужденные колебания были монофазными. В этом случае уравнения (2.2) и (2.3) можно привести к виду

$$(1 + \lambda^2)(C - \omega^2 A) V = \lambda E - F, \quad (2.12)$$

$$(1 + \lambda^2) H V = E + \lambda F, \quad (2.13)$$

где уравнение (2.12) уже не содержит сил демпфирования и может быть использовано для определения упруго-массовых характеристик механической системы, а уравнение (2.13) — для расчёта характеристик демпфирования.

Для нахождения распределения сил по конструкции, обуславливающего на частоте  $\omega$  монофазную реакцию линейной системы на монофазное возбуждение, используем алгоритм, аналогичный изложенной в работе [14] процедуре настройки силовозбудителей для осуществления фазового резонанса.

На частоте  $\omega$  проведем серию из  $N$  предварительных испытаний, причем векторы сил  $E_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, N$ , в этих испытаниях должны быть линейно независимы. В каждом

испытании измеряются действительные  $U_l$  и мнимые  $V_l$  составляющие вынужденных колебаний. Подбор сил основывается на следующем рассуждении: если монофазный отклик (2.4) существует, то он будет линейной комбинацией векторов  $U_l$  и  $V_l$ , то есть

$$U + iV = (\tilde{U} + i\tilde{V})\xi, \quad (2.14)$$

где  $U$  и  $V$  — векторы действительных и мнимых составляющих монофазных колебаний на частоте  $\omega$ ;  $\tilde{U} (N \times N)$ ,  $\tilde{V} (N \times N)$  — матрицы, столбцами которых являются, соответственно, векторы  $U_l$  и  $V_l$ ;  $\xi(N)$  — вектор, подлежащий определению.

Так как рассматривается линейная система, то отклик (2.14) вызывается силами

$$E = \tilde{E} \xi.$$

Здесь  $\tilde{E} (N \times N)$  — матрица, столбцами которой являются векторы  $E_l$ .

Выполняя условия (2.4), с учетом выражения (2.14) придём к следующему соотношению для определения параметра  $\lambda$  и вектора  $\xi$ :

$$(\tilde{U} - \lambda\tilde{V}) \xi = 0. \quad (2.15)$$

Таким образом, с помощью монофазного возбуждения можно на частоте  $\omega$  осуществить вынужденные монофазные колебания, если существуют действительные решения задачи о собственных значениях (2.15). При этом векторы сил, обуславливающих монофазные отклики, определяются как

$$E_j = \tilde{E} \xi_j,$$

а составляющие монофазных колебаний будут

$$U_j = \tilde{U} \xi_j, \quad V_j = \tilde{V} \xi_j, \quad U_j = \lambda_j V_j, \quad j = 1, 2, \dots, S.$$

Здесь  $S \leq N$  — число действительных собственных значений  $\lambda_j$ , то есть число монофазных колебаний различной конфигурации, реализуемых на частоте  $\omega$ . Случай  $\lambda_j = 0$ , как отмечалось выше, означает, что  $V_j$  совпадает с собственным вектором системы без демпфирования.

Используя немнонофазные возбуждения, можно реализовать монофазные колебания любой конфигурации и при любой частоте возбуждения.

Рассмотрим условия, которым должны удовлетворять векторы действительной  $\xi$  и мнимой  $\eta$  составляющих сил внешнего воздействия,

$$E + iF = \tilde{E} (\xi + i\eta) \quad (2.16)$$

для возбуждения монофазных колебаний, совпадающих с собственными колебаниями исследуемой системы.

Отклик линейной системы на возбуждение (2.16) на частоте  $\omega$  определяется из выражения

$$U - iV = (\tilde{U}\xi + \tilde{V}\eta) - i(\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta),$$

где  $\tilde{U}$  и  $\tilde{V}$  — матрицы, описанные выше. На действительную и мнимую составляющие вынужденных колебаний наложим условия

$$U = \lambda V, V = \alpha W_i,$$

то есть

$$\tilde{U}\xi + \tilde{V}\eta = \lambda(\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta), \quad (2.17)$$

$$\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta = \alpha W_i, \quad (2.18)$$

где  $W_i$  —  $i$ -й собственный вектор системы без демпфирования;  $\alpha$  — некоторый постоянный коэффициент.

Отметим, что величина параметра  $\lambda$  остается произвольной. Из выражений (2.17) и (2.18) следует

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda[\tilde{V} + \tilde{U}(\tilde{V} + \lambda\tilde{U})^{-1}(\tilde{U} - \lambda\tilde{V})]^{-1} W_i, \\ \eta &= -\alpha(\tilde{V} + \lambda\tilde{U})^{-1}(\tilde{U} - \lambda\tilde{V})\xi. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Для реализации так называемого фиктивного фазового резонанса на частоте  $\omega$ , используемого для определения обобщённых масс, необходимо считать  $\lambda = 0$ , то есть

$$\xi = \alpha(\tilde{V} + \tilde{U}\tilde{V}^{-1}\tilde{U})^{-1} W_i, \quad (2.20)$$

$$\eta = -\tilde{V}^{-1}\tilde{U}\xi. \quad (2.21)$$

При выводе представленных выше формул не использовались допущения о соотношениях между собственными частотами исследуемой системы.

При подборе немонафазного возбуждения для осуществления «фиктивного» фазового резонанса обычно считается, что конфигурация вектора  $\xi$  не меняется с изменением частоты вынужденных колебаний и соответствует вектору монофазного возбуждения  $\xi^*$ , реализующего фазовый резонанс. В этом случае выражение (2.20) не используется, а формула (2.21) имеет вид

$$\eta = -\tilde{V}^{-1}\tilde{U}\xi^*. \quad (2.22)$$



Такое допущение справедливо, как следует из уравнения (2.13), в том случае, если в интервале частот  $[p_i, \omega]$  элементы матрицы демпфирования изменяются таким образом, что вектор  $HW_i$  остается неизменным. Кроме того, при наличии близких собственных частот вектор  $\xi$  может существенно отличаться от вектора  $\xi^*$ , определяемого по формуле (2.22). В таких случаях необходимо выполнение условия совпадения монофазных колебаний с собственными. Условие же  $\lambda = 0$ , т. е.  $U = 0$ , в случае немнонофазного возбуждения не всегда имеет отношение к фазовому резонансу.

Неизвестными параметрами математической модели механической системы являются  $3N^2$  элементов матриц инерции, жёсткости и демпфирования. Сформулируем условия для определения этих параметров, исходя из априорной информации о свойствах системы и требований, предъявляемых областью применения модели, с учетом того, что модель демпфирования неизвестна.

Основываясь на допущении о симметрии матриц инерции и жёсткости, то есть

$$a_{ij} = a_{ji}, c_{ij} = c_{ji}, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j,$$

число неизвестных элементов в каждой из этих матриц можно уменьшить до  $N(N+1)/2$ . Свойство симметрии в совокупности с положительной определенностью матриц  $A$  и  $C$  допускает использование свойств ортогональности экспериментально найденных собственных векторов системы в метриках кинетической и потенциальной энергий:

$$W_i^T A W_j = 0, W_i^T C W_j = 0, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j, \quad (2.23)$$

что дает ещё  $N(N-1)$  соотношений между элементами матриц  $A$  и  $C$ .

Таким образом, для вычисления элементов матриц инерции и жёсткости необходимы ещё  $2N$  условий, которыми должны быть в соответствии с требованиями к адекватности модели условия сохранения в модели собственных частот и обобщённых масс собственных тонов реальной системы, то есть

$$W_i^T A W_i = a_i, W_i^T C W_i = a_i p_i^2, i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.24)$$

Величины обобщённых масс  $a_i$ , собственных частот  $p_i$  и собственные векторы  $W_i$  системы подлежат определению независимости от свойства матрицы демпфирования.

Формулировка условий для определения  $N^2$  элементов матрицы демпфирования на основе принятых допущений о её свойствах пока не представляется возможной.

Отметим, что при использовании такого алгоритма идентификации не появляются особенных или плохо обусловленных матриц обратной задачи динамики. Это объясня-

ется тем, что число степеней свободы модели определяется числом найденных в результате резонансных испытаний собственных тонов колебаний системы в исследуемом диапазоне частот и попарной ортогональностью собственных векторов (2.23). Если какой-либо тон данного диапазона частот будет пропущен в испытаниях, то построенная таким образом математическая модель просто не будет содержать этого тона колебаний, характеристики же других тонов останутся неизменными. Это позволяет, кроме того, проследить за влиянием отдельных тонов колебаний на исследуемое явление с помощью построения моделей с различным числом степеней свободы.

Для определения обобщённых масс, собственных частот и векторов, а также для конкретизации свойств матрицы демпфирования используем свойства вынужденных монофазных колебаний при монофазном и немонофазном возбуждении.

В зависимости от значения параметра  $\lambda$  монофазных колебаний при монофазном возбуждении будем различать следующие случаи:

1) при некоторых значениях  $\omega$  в исследуемом диапазоне частот по крайней мере один из параметров  $\lambda$  равен нулю. Такими частотами являются собственные частоты системы, а конфигурации монофазных колебаний совпадают с собственными векторами  $W_i, i = 1, 2, \dots, N$ ;

2) при  $\omega \neq p_i, i = 1, 2, \dots, N$ , существуют действительные значения  $\lambda_j, j = 1, 2, \dots, S, S \leq N$ , причем  $L$  из  $S$  монофазных колебаний совпадают, соответственно, с  $L$  собственными колебаниями системы. Обобщённые массы таких тонов определяются из выражения (2.12) с учетом (2.24) (индекс  $l$  здесь не является порядковым номером тона):

$$a_l = \frac{\lambda_l V_l^T E_l}{(1 + \lambda_l^2) (p_l^2 - \omega^2) V_l^{*2}}, l = 1, 2, \dots, L, \quad (2.25)$$

где  $V_l^*$  — мнимая составляющая вынужденных колебаний системы в точке нормирования  $l$ -го тона;  $L$  — количество найденных собственных тонов.

Умножим выражения (2.12) и (2.13) для  $\lambda = \lambda_l, V = V_l, E = E_l$  слева на  $W_m^T, m = 1, 2, \dots, N, m \neq l$ , и с учетом условия ортогональности (2.23) получим

$$W_m^T H V_l = 0, \quad (2.26)$$

то есть такие  $L$  собственных тонов колебаний не имеют связей с другими тонами системы посредством демпфирования. В каждой из  $L$  строк и в каждом из  $L$  столбцов матрицы демпфирования в нормальных координатах имеется только по одному ненулевому

диагональному элементу. При этом обобщённые силы демпфирования тонов определяются выражением

$$R_l = h_l \dot{g}_l / \omega. \quad (2.27)$$

Здесь  $g_l$  — координата  $l$ -го тона, а для  $h_l$  из выражения (2.13) следует

$$h_l = \frac{V_l^T E_l}{(1 + \lambda_l^2) V_l^{*2}} \quad (2.28)$$

Обобщённый коэффициент демпфирования может зависеть от частоты вынужденных колебаний;

3) при  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , существуют действительные значения  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, S$ ,  $S \leq N$ , но монофазные колебания не совпадают с собственными. В этом случае для определения обобщённых масс собственных колебаний, то есть для выполнения условий (2.24), необходимо использовать немонафазное возбуждение. Относительно свойств демпфирования отметим существование связи между матрицами  $A$ ,  $C$  и  $H$ :

$$(-\omega^2 A + C)V_j = \lambda_j H V_j, \quad j = 1, 2, \dots, S.$$

Кроме того, при  $S = N$  из выражения (2.13) следует

$$V^T H V = V^T E [1/(1 + \lambda^2)], \quad (2.29)$$

а в случае симметрии матрицы  $V^T E [1/(1 + \lambda^2)]$  матрица демпфирования симметрична (здесь  $V$  — матрица, столбцами которой являются векторы  $V_j$ , столбцы матрицы  $E$  есть векторы  $E_j$ ,  $[1/(1 + \lambda^2)]$  — диагональная матрица). Но из симметрии матрицы  $H$  следует условие ортогональности векторов  $V_j$  (2.7) и свойство (2.9), т. е. матрицы левой и правой частей равенства (2.29) диагональные. Таким образом, из диагональности матрицы в правой части (2.29) следует симметрия матрицы демпфирования. А это означает, что число неизвестных элементов матрицы уменьшается с  $N^2$  до  $N(N + 1)/2$ , причём между ними существует связь

$$V_j^T H V_i = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j.$$

Покажем, что если на частоте  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , монофазные колебания не совпадают с собственными, то матрица демпфирования в нормальных координатах не может быть диагональной.

Допустим противоположное: монофазные колебания не совпадают с собственными, а матрицы демпфирования, инерции и жёсткости приводятся к диагональным одним

преобразованием координат. Представим вектор мнимых составляющих монофазных колебаний в виде разложения по собственным векторам и умножим выражение (2.5) слева на  $W^T$ :

$$W^T(\omega^2 A - C + H)Wg = 0$$

Или, с учётом уравнения (2.24),

$$(\omega^2[a] - [p^2 a] + \lambda[h])g = 0.$$

Здесь  $[h]$  — согласно допущению — диагональная матрица;  $g$  — вектор обобщённых перемещений. Но тогда собственное значение  $\lambda_j$  определяется только обобщёнными динамическими характеристиками (массой, собственной частотой, коэффициентом демпфирования)  $i$ -го тона, а вектор  $g_j$  разложения  $V_j$  по собственным векторам имеет только  $i$ -й ненулевой элемент, то есть монофазные колебания совпадают с собственными, что противоречит принятому предположению.

При использовании немонофазного возбуждения, определяемого по выражениям (2.19) и (2.20), вынужденные монофазные колебания, совпадающие с собственными, реализуются на любой частоте колебаний. Обобщённые массы собственных тонов рассчитываем аналогично уравнению (2.25):

$$a_i = \frac{V_i^T (\lambda_i E_i - F_i)}{(1 + \lambda_i^2)(p_i^2 - \omega^2)V_i^{*2}}, \quad i = L + 1, L + 2, \dots, N,$$

а для  $\lambda = 0$  (этот параметр остается произвольным при немонофазном возбуждении) приходим к известной формуле определения обобщённых масс введением мнимой (квадратурной) составляющей возбуждения:

$$a_i = \frac{V_i^T F_i}{(\omega^2 - p_i^2)V_i^{*2}}.$$

Элементы матрицы демпфирования находим из выражения (2.13):

$$HV_j = \frac{E_j + \lambda_j F_j}{1 + \lambda_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

а если исследуемый тон не связан с другими тонами, то обобщённый коэффициент демпфирования можно вычислить по формуле (аналогично уравнению (2.28))

$$h_i = \frac{V_i^T (E_j - \lambda_i F_i)}{(1 + \lambda_i^2) V_i^{*2}}.$$

Таким образом, используя монофазное возбуждение, можно определить собственные частоты и формы механической системы, выявить наличие связей между тонами из-за демпфирования, выяснить свойства матрицы демпфирования. Для тонов, не имеющих связей, вычисляют обобщённые массы и обобщённые коэффициенты демпфирования.

При немнонофазном возбуждении на любой частоте вынужденных колебаний можно реализовать монофазные колебания, совпадающие с собственными, то есть определить обобщённые массы неизолированных тонов. Но выяснение диссипативных свойств, основанное на анализе отклика системы, в данном случае невозможно.

Ограниченность возможностей экспериментального оборудования и доступа к ряду мест конструкции летательных аппаратов для установки возбудителей вынужденных колебаний приводят к тому, что практически всегда число точек, в которых регистрируется отклик конструкции, превышает число сил возбуждения. В этом случае во всех точках измерения не удастся точно выполнить условие равенства нулю действительной составляющей вынужденных колебаний для определения собственных частот и векторов системы, а также точно создать режим вынужденных монофазных колебаний. Поэтому для оценки отклика системы вводятся некоторые критерии, и подбор возбуждения производится по этим критериям. Например, распространённым критерием совпадения вынужденных колебаний с собственными является условие минимальности квадрата длины вектора действительных составляющих вынужденных колебаний для данного количества и расположения сил возбуждения.

Рассмотрим определение собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования собственных тонов конструкции по измеренным в резонансных испытаниях составляющим вынужденных колебаний в  $N$  точках при возбуждении колебаний в  $L$  из  $N$  этих точек, причем  $L < N$ .

Будем считать, что возбуждением в  $L$  точках реализуется режим вынужденных монофазных колебаний в  $N$  точках системы, если в этом режиме достигается минимум величины

$$R = \frac{\Gamma^T \Gamma}{V^T V}, \quad (2.30)$$

где

$$\Gamma = U - \lambda V. \quad (2.31)$$

Здесь  $\Gamma(N)$  — вектор, характеризующий отклонение вынужденных колебаний от монофазных;  $U(N)$ ,  $V(N)$  — векторы, компонентами которых являются, соответственно, величины действительных и мнимых составляющих перемещений в точках регистрации;  $\lambda$  — параметр монофазных колебаний.

В соответствии с алгоритмом идентификации, изложенным выше, сначала используется монофазное возбуждение. Подбор возбуждения на частоте  $\omega$  производится по результатам  $L$  испытаний на этой частоте. Векторы сил в испытаниях линейно независимы. Здесь также вводятся матрицы  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{U}$  и  $\tilde{V}$ , столбцами которых являются, соответственно, векторы сил действительных и мнимых составляющих перемещений конструкции в каждом испытании, но эти матрицы имеют размерности  $(N \times L)$ , а в каждом столбце матрицы  $\tilde{E}$  по крайней мере  $N - L$  элементов равны нулю.

Для линейной системы отклик конструкции на возбуждение

$$E = \tilde{E} \xi \quad (2.32)$$

можно определить как

$$U = \tilde{U} \xi, \quad V = \tilde{V} \xi. \quad (2.33)$$

Вектор  $\xi$ , а также параметр  $\lambda$  при монофазном возбуждении находят из условия реализации режима монофазных колебаний, то есть из условия минимума величины  $R$  (см. формулу (2.30)).

Преобразуем выражение (2.30) с учетом формул (2.31)–(2.33)

$$R(\xi, \lambda) = \frac{\xi^T (\tilde{U}^T - \lambda \tilde{V}^T) (\tilde{U} - \lambda \tilde{V}) \xi}{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{V} \xi},$$

определим  $\xi$  и  $\lambda$ , доставляющие экстремум  $R(\xi, \lambda)$ , из условий

$$\frac{\partial R}{\partial \xi} = 0, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda} = 0, \quad (2.35)$$

а экстремальные значения  $R$  обозначим величинами  $\alpha$ . Тогда условие (2.34) приводит к задаче о собственных значениях:

$$(D - \alpha B)\xi = 0, \quad (2.36)$$

а искомым вектором  $\xi$  является собственный вектор, соответствующий наименьшему собственному значению  $\alpha$ . Условие (2.35) определяет величину  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{U} \xi}{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{V} \xi}. \quad (2.37)$$

Здесь

$$D(L \times L) = \tilde{U}^T \tilde{U} - 2\lambda \tilde{V}^T \tilde{U} + \lambda^2 \tilde{V}^T \tilde{V}, \quad (2.38)$$

$$B(L \times L) = \tilde{V}^T \tilde{V}. \quad (2.39)$$

Следует учесть, что в выражение для  $\lambda$  (2.37) входит вектор  $\xi$ , соответствующий наименьшему значению  $\lambda$ , которое, в свою очередь, зависит от величины  $\lambda$ . Поэтому  $\lambda$  определим также из (2.37) как величину, при которой достигается минимум наименьшего собственного значения. Для нахождения  $\lambda$  используем итерационный процесс. В качестве начального приближения для  $\lambda$  на частоте  $\omega$  используем величину  $\lambda_0$  — наименьшее собственное значение матрицы  $\tilde{V}_L^{-1} \tilde{U}_L$ . Элементами матриц  $\tilde{U}_L$  и  $\tilde{V}_L$  являются, соответственно, действительные и мнимые составляющие перемещений точек приложения сил возбуждения на частоте  $\omega$ . Очевидно, что при  $L = N$  начальное приближение  $\lambda_0$  совпадает с точным значением  $\lambda$ .

Установим смысл параметра  $\lambda$ , определяемого выражением (2.37), для чего перепишем его с учетом уравнения (2.33) и получим

$$\lambda = \frac{V^T U}{V^T V}. \quad (2.40)$$

То есть

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2 \operatorname{ctg} \varphi_i}{\sum_{i=1}^N v_i^2}$$

где  $\varphi_i$  — сдвиг фазы колебаний в  $i$ -й точке конструкции.

Таким образом, величина  $\lambda$  из условия (2.35) представляет собой взвешенное усреднённое значение котангенсов фазовых сдвигов вынужденных колебаний в  $N$  точках,

причём вес каждой точки определяется квадратом мнимой составляющей перемещения этой точки.

Отметим, что в ряде работ (см., например, [14, 162]) вводится параметр  $\lambda$  в виде (2.40) в качестве интегральной характеристики сдвигов фазы колебаний в точках конструкции. Здесь же выражение (2.40) получено как необходимое условие минимума отклонений вынужденных колебаний от монофазных.

Определим величину  $\lambda$  непосредственно из (2.31), подставив в это выражение векторы  $U$  и  $V$  монофазных колебаний, найденные из уравнений (2.37) и (2.33). Тогда

$$\lambda = \frac{V^T U - V^T \Gamma}{V^T V}. \quad (2.41)$$

Сравнивая выражение (2.41) с (2.40), получаем

$$V^T \Gamma = 0,$$

то есть вектор мнимых составляющих монофазных колебаний ортогонален вектору отклонений вынужденных колебаний от монофазных.

Собственные частоты конструкции будем определять (как и при возбуждении колебаний во всех  $N$  точках) по переходу параметра  $\lambda$  через нуль. При  $L = N$ , т. е.  $\alpha = 0$ , из выражения (2.36) для  $\lambda = 0$  следует условие

$$\det D = 0. \quad (2.42)$$

Из (2.38) с учетом (2.3) можно получить выражение для  $D$  в виде

$$D = \tilde{V}^T (-\omega^2 A + C) (H^{-1})^T H^{-1} (-\omega^2 A + C) \tilde{V},$$

и при независимых столбцах  $\tilde{V}$  и неособенной матрице демпфирования

$$\det \tilde{V} \neq 0, \det H \neq 0$$

условие (2.42) определяет собственные частоты системы

$$\det (-\omega^2 A + C) = 0$$

независимо от свойств матрицы демпфирования.

После подбора сил возбуждения и нахождения собственной частоты обобщённая масса и обобщённый коэффициент демпфирования тона рассчитываются по тем же формулам, что и в случае  $L = N$ .



Для определения векторов сил  $E(L)$  и  $F(L)$  немнонофазного возбуждения необходимо выполнить два условия: вынужденные колебания должны быть монофазными и вектор мнимых составляющих монофазных колебаний  $V$  должен совпадать с собственным вектором системы на любой частоте.

При возбуждении и регистрации колебаний в одних и тех же точках эти условия приводят к уравнениям (2.18) и (2.19). Если же  $L < N$ , то приближенное выполнение каждого из условий (минимизация отличия вынужденных колебаний от монофазных и от собственных) дает по  $2L$  уравнений для нахождения компонентов векторов  $E$  и  $F$ , то есть всего  $4L$  уравнений относительно  $2L$  неизвестных.

Для приведения в соответствие числа уравнений числу неизвестных используем допущение о том, что для возбуждения колебаний на частоте  $\omega$  можно использовать вектор действительных составляющих возбуждения  $E$ , реализующий режим фазового резонанса [14].

Вектор мнимых составляющих возбуждения  $F$  найдем из условия минимума отличия вектора  $V$  от собственного вектора системы (от вектора  $V$  на собственной частоте), т. е. из условия минимума величины:

$$G(\eta) = \frac{(V - V^*)^T (V - V^*)}{V^{*T} V^*}.$$

Здесь звездочкой отмечены параметры, соответствующие фазовому резонансу.

Представим  $F$  в виде

$$F = \tilde{E}\eta$$

и преобразуем выражение для  $G(\eta)$  с учетом уравнения (2.17). Получим

$$G(\eta) = \frac{(\tilde{U}\eta - \tilde{V}\xi^* - V^*)^T (\tilde{U}\eta - \tilde{V}\xi^* - V^*)}{V^{*T} V^*}. \quad (2.43)$$

Вектор  $\eta$ , реализующий минимум функций (7.43), определим из условия

$$\frac{\partial G}{\partial \eta} = 0,$$

что приводит к системе  $L$  уравнений относительно  $L$  компонентов вектора  $\eta$ :

$$\tilde{U}^T \tilde{U} \eta - \tilde{U}^T V \xi^* - \tilde{U}^T V^* = 0,$$

откуда

$$\eta = (\tilde{U}^T \tilde{U})^{-1} \tilde{U}^T (\tilde{V} - \tilde{V}^*) \xi^* .$$

Обобщённая масса тона при немонофазном возбуждении вычисляется по формуле для случая  $L = N$ , а величина  $\lambda$  определяется выражением (2.40).

Таким образом, используя свойства вынужденных монофазных колебаний при монофазном и немонофазном возбуждении, можно определить собственные частоты, формы колебаний и обобщённые массы собственных тонов конструкций, установить их диссипативные свойства и вычислить характеристики сил демпфирования.

## **2.2 Идентификация диссипативных свойств конструкций по результатам модальных испытаний**

Математические модели в виде дифференциальных уравнений движения широко используют для решения задач устойчивости, управляемости и эксплуатационной нагруженности ЛА. Параметрами таких математических моделей являются матрицы инерции, жёсткости и демпфирования. Матрицы инерции и жёсткости строят на этапе эскизного проектирования по технической документации конструкций, а затем корректируют по результатам испытаний или эксплуатации изделий [162; 163]. Построение этих матриц базируются на понятиях о кинетической и потенциальной энергии динамической системы, что позволяет постулировать такие их свойства, как симметрия и положительная определённость, а также ортогональность форм собственных колебаний системы. Положительный опыт описания инерционных и упругих свойств конструкций проявляется, например, в том, что задача о собственных колебаниях решается с высокой точностью применительно к конструкциям практически любой сложности.

Иначе обстоят дела с описанием диссипативных свойств реальных динамических систем. Существует достаточно большое количество моделей демпфирования [164–166], но их адекватность реальным процессам рассеяния энергии при колебаниях далеко не всегда удается установить. Это относится, например, к применимости гипотезы Базилля о возможности приведения матриц инерции, жёсткости и демпфирования к диагональному виду одним преобразованием координат. Такой подход в решении задачи идентификации может привести к искажению характеристик реальной динамической системы и придать неприсущие ей свойства.

При проведении практических расчетов поступают, как правило, следующим образом: принимается гипотеза Базиля; на этапе эскизного проекта величины обобщённых декрементов собственных тонов колебаний назначаются исходя из опыта создания конструкций, аналогичных проектируемой; величины декрементов колебаний уточняются по результатам испытаний с использованием некоторой априорной модели демпфирования [167; 168].

Здесь изложена методика идентификации диссипативных свойств и построения матрицы демпфирования по результатам экспериментального модального анализа конструкций методом фазового резонанса (резонансные испытания). При этом использованы соотношения между вынужденными монофазными колебаниями и собственными колебаниями объекта исследований [169].

Итак, используя соотношения между вынужденными монофазными и собственными колебаниями можно установить свойства матрицы демпфирования математической модели конструкции.

Если анализ результатов испытаний показал, что демпфирование собственных тонов колебаний описывается обобщёнными коэффициентами, то величины этих коэффициентов можно вычислить по формуле (2.28) и определить матрицу демпфирования в главных координатах  $[h]$ . Для перехода в физическую систему координат необходимо (как и с матрицами инерции и жёсткости) произвести обратное преобразование

$$H = (W^T)^{-1}[h]W^{-1}.$$

Построенная по предложенной методике математическая модель реальной конструкции позволяет решать практические задачи динамики ЛА. Но наряду с размерными обобщёнными коэффициентами демпфирования собственных тонов колебаний (2.28) для сравнительного анализа зачастую возникает необходимость в безразмерной характеристике рассеяния энергии. Такой характеристикой является обобщённый декремент колебаний. Формулу для определения обобщённого декремента колебаний  $l$ -го тона можно получить из решения задачи о свободных затухающих колебаниях, положив равной нулю правую часть уравнения вынужденных колебаний в нормальных координатах:

$$\delta_j = 2\pi \left[ \sqrt{\left( \frac{2p_l^2 a_l}{h_l} \right)^2 - 1} \right]^{-1}. \quad (2.44)$$

Отметим, что при выводе формулы (2.44) использовалось допущение о такой малости демпфирования, при которой частоты свободных затухающих колебаний совпадают с собственными частотами.

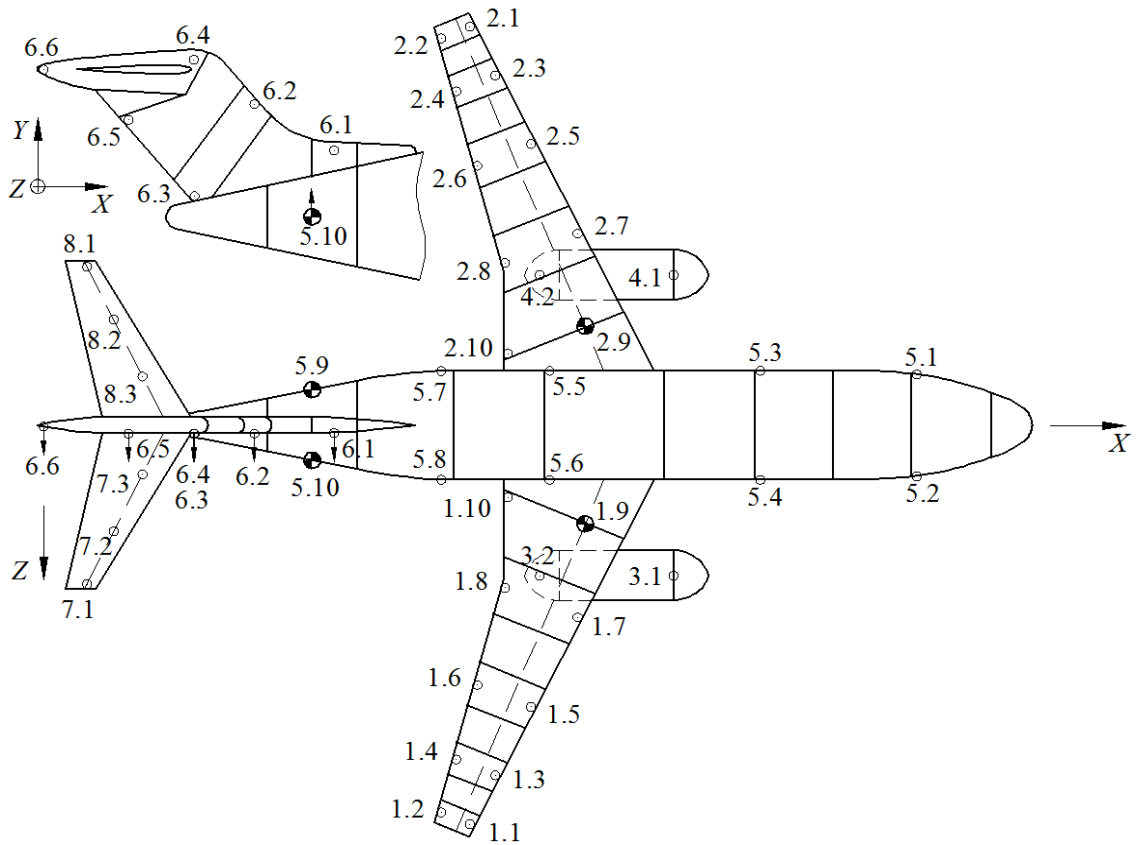
Объектом исследований для практической реализации методики являлась динамически подобная модель (ДПМ) самолёта Ту-334. Габаритные размеры модели составляли: размах крыла 2,91 м, длина фюзеляжа 3,32 м. На время испытаний модель была вывешена на подвеске малой жёсткости.

Общий вид экспериментальной установки, схема расположения и нумерация точек установки датчиков ускорений и приложения сил показаны на рисунке 2.1 и рисунке 2.2.

Перечень исследованных собственных тонов колебаний модели (величины собственных частот и условные наименования тонов) представлен в таблице 2.1.



Рисунок 2.1 — Экспериментальная установка



●-точки приложения сил; ○-датчики ускорений

Рисунок 2.2 — Схема приложения сил и установки датчиков

Таблица 2.1 — Собственные частоты и наименования тонов колебаний

$p$ , Гц	Наименование тонов колебаний
3,435	Симметричный изгиб крыла I тона (СИКр1)
3,784	Изгиб киля I тона (ИК1)
4,267	Антисимметричный изгиб крыла I тона (АСИКр1)
4,707	Симметричное кручение крыла I тона (СКрКр1)
13,57	Антисимметричный изгиб крыла II тона (АСИКр2)

В испытаниях выполнена настройка режима фазового резонанса для каждого исследуемого тона колебаний модели при монофазном возбуждении путём подбора амплитуд внешних сил, определены собственные частоты  $p$  и формы колебаний  $w$ . Затем при постоянных силах и шаговом изменении частоты колебаний в окрестностях собственных частот измерены синфазные  $U$  и квадратурные  $V$  составляющие ускорений в контрольных точках. Границы этих окрестностей соответствовали двукратному падению амплитуд квадратурных составляющих ускорений относительно их резонансных величин. По результатам измерений построены частотные зависимости котангенсов фа-

зовых сдвигов  $\varphi$  колебаний контрольных точек модели относительно фазы возбуждающих сил (рисунок 2.3).

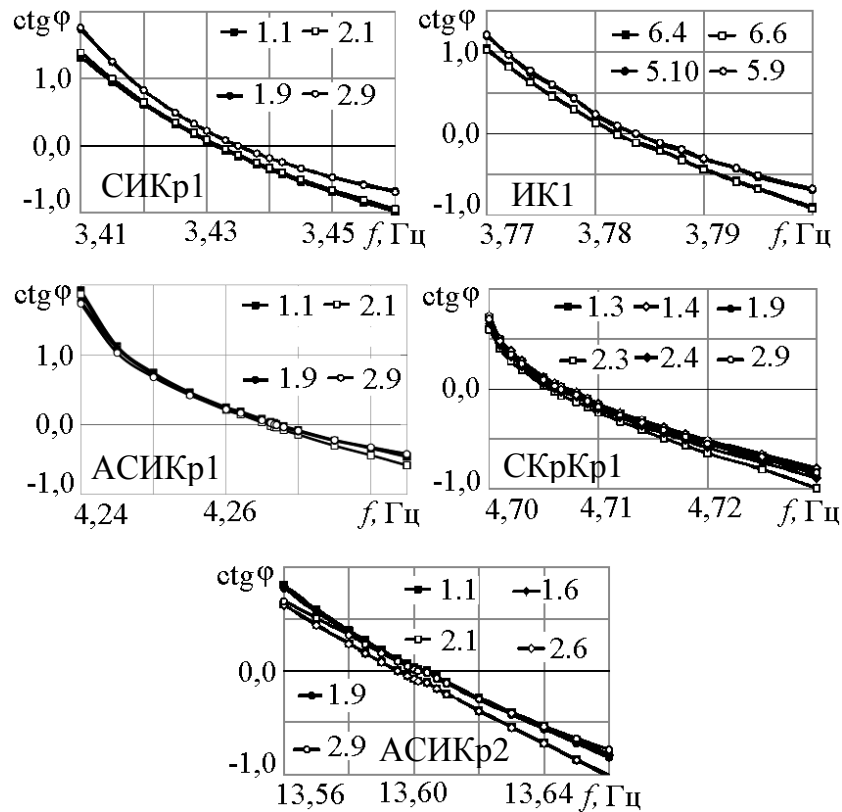


Рисунок 2.3 — Зависимости котангенса фазовых сдвигов от частоты колебаний

Результаты экспериментальных исследований показали, что колебания контрольных точек конструкции в окрестностях частот фазовых резонансов являются монофазными, формы монофазных колебаний сохраняются и совпадают с собственными формами колебаний. Это означает, что исследуемые тона не связаны между собой посредством демпфирования, и матрица демпфирования в нормальной системе координат диагональная.

Далее были вычислены параметры математической модели ДПМ самолёта (матрицы инерции, жёсткости и демпфирования) в нормальной и физической системах координат. Для проверки адекватности модели реальной динамической системе выполнено сравнение расчётных и экспериментальных амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) ДПМ. Результаты представлены на рисунке 2.4, из которого следует, что расчётные и экспериментальные АЧХ достаточно близки между собой. Важно отметить, что при идентификации математической модели условие близости этих АЧХ не использовалось.

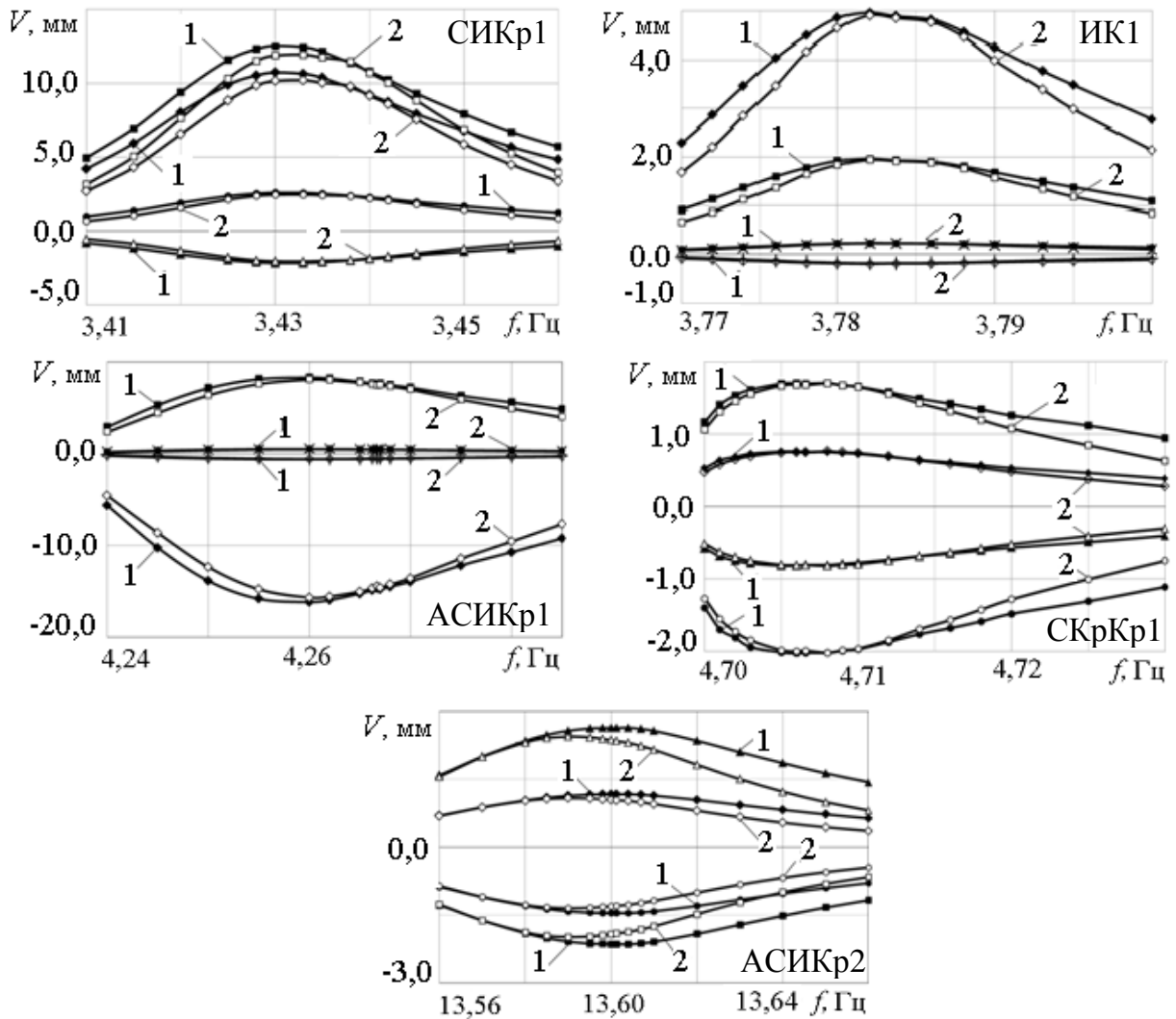


Рисунок 2.4 — Сравнение экспериментальных (1) и расчетных (2) АЧХ

На основании представленных выше результатов можно сделать ложный вывод о том, что эти результаты в части обоснования диагональности матрицы демпфирования в нормальных координатах приемлемы только для простых конструкций. Конструкция динамически подобной модели самолёта действительно является достаточно «простой» с точки зрения отсутствия в ней большого числа различного вида соединений, в которых происходит рассеяние энергии при колебаниях. Ниже, на рисунке 2.5, приведены частотные зависимости котангенсов фазовых сдвигов колебаний контрольных точек относительно фазы возбуждающих сил, полученные для низших тонов упругих колебаний самолёта Су-30 (рисунок 2.6). Здесь  $\bar{\omega}$  — отношение частоты вынужденных колебаний к собственной частоте соответствующего тона колебаний. По этим зависимостям относительно свойств матрицы демпфирования можно сделать те же выводы, что и для матрицы демпфирования ДПМ самолёта.

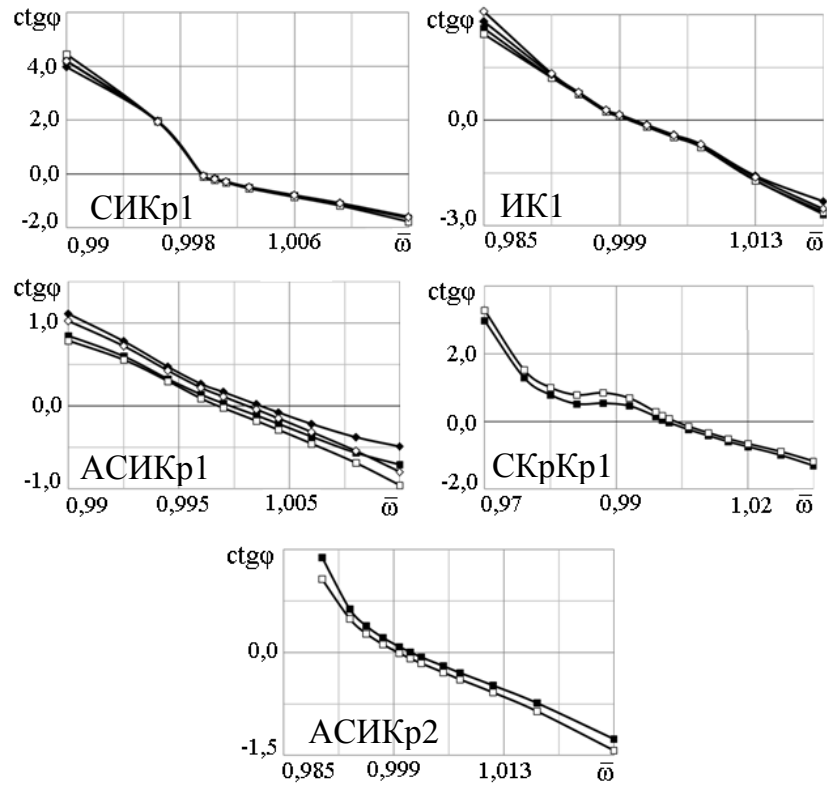


Рисунок 2.5 — Зависимости котангенса фазовых сдвигов от частоты колебаний



Рисунок 2.6 — Модальные испытания самолёта Су-30

Таким образом, на основании анализа соотношений между монофазными и собственными колебаниями можно построить математическую модель реальной конструкции и установить её диссипативные свойства. Достоинством предлагаемой методики идентификации динамических систем является то, что для уточнения математических моделей не требуется повторения экспериментальных исследований в частотных диапазонах, содержащих информацию о ранее исследованных тонах.



Следует отметить, что другим способом оценки, например, выполнимости гипотезы Базиля и симметричности матрицы демпфирования (см. например, [14]) является определение недиагональных элементов матрицы демпфирования в главных координатах (которые всегда могут отличаться от нуля из-за наличия ошибок эксперимента) и сравнение их с диагональными и между собой. Но если для решения вопроса о совпадении или несовпадении вынужденных колебаний с собственными можно использовать, например, характеристики точности экспериментального оборудования, то для сравнения элементов матрицы демпфирования не всегда можно найти количественные оценки.

### 2.3 Погрешности результатов модальных испытаний

В результатах модальных испытаний — параметрах собственных тонов колебаний — присутствуют, как правило, некоторые погрешности. Причин возникновения этих погрешностей может быть достаточно много, но мы остановимся на нескольких основных. К ним относится взаимное влияние собственных тонов колебаний конструкций, случайные погрешности измерения колебаний в эксперименте, влияние системы упругого вывешивания ЛА в наземных испытаниях на его динамические характеристики в полете.

Следствием взаимного влияния тонов, которое не удастся устранить с помощью многоканальной системы возбуждения, является появление вклада близкого по частоте тона в колебания ЛА по исследуемому тону. Это приводит к смещению частоты фазового резонанса исследуемого тона и к ошибкам в оценках его обобщённых характеристик. Степень взаимного влияния тонов определяется параметрами [170]:

$$\xi = \frac{\beta_{ij}^2 a_i}{a_j}, \quad \varkappa = \frac{p_j}{p_i}$$

и зависит от уровня демпфирования колебаний конструкции ЛА. Здесь  $i, j$  — номера тонов с собственными частотами  $p_i, p_j$  и обобщёнными массами  $a_i, a_j$ ;  $\beta_{ij}$  — вклад  $j$ -го тона при колебаниях конструкции по  $i$ -му тону. Управлять величиной  $\beta_{ij}$  можно варьированием расстояния точки приложения сил возбуждения от узловой линии тона  $j$ . Для случаев, когда  $\xi \leq 1$  и декременты колебаний тонов  $\delta_i = \delta_j \leq 0,1$ , взаимное влияние тонов характеризуется, например, следующими цифрами: погрешности оценок собственных частот не превышают  $\approx 1\%$ ; для определения обобщённых характеристик с точностью в 5 % независимо от величины  $\varkappa$  необходимо, чтобы величина  $\xi$  не превышала 0,05; если раз-

личия собственных частот составляют  $\pm 10\%$ , то погрешности обобщённых характеристик не превысят 5 %, если  $\xi \leq 0,4$ .

По сделанным в работе [171] оценкам, случайные погрешности измерения амплитуд колебаний в модальных испытаниях приводят к ошибкам в собственных частотах, на порядок меньшим, чем погрешности измерения амплитуд. Погрешности определения обобщённых коэффициентов демпфирования сопоставимы с погрешностями измерения амплитуд колебаний. Наименьшие погрешности определения обобщённых масс сопоставимы с погрешностями измерения колебаний, но область частот, где реализуется такая точность, зависит от величины ошибок измерений, числа сил возбуждения, уровня демпфирования в системе и не может быть указана заранее. Погрешности в обобщённых массах резко возрастают при определении их по отклику ЛА вблизи фазовых резонансов.

На время модальных испытаний ЛА фиксируются специальными системами упругого вывешивания. Характеристики жёсткости таких систем определяются из условия, что подвеска не должна оказывать заранее оговоренного влияния на собственные тона упругих колебаний конструкции. Например, считается, что частота колебаний ЛА как твердого тела на подвеске должна в несколько раз быть ниже собственной частоты первого упругого тона [26]. В испытаниях реальных изделий данное условие не всегда выполнимо, поэтому необходимы дополнительные исследования обоснований требований к параметрам подвески.

Влияние системы упругого вывешивания на характеристики собственных тонов колебаний ЛА проявляется двояко [41]. С одной стороны, увеличение жёсткости динамической системы влечет за собой рост всех её собственных частот (если система вывешивания имеет ещё и не пренебрежимо малую массу, то её тоже необходимо учитывать). А, с другой стороны, появление тонов колебаний ЛА как жёсткого тела на упругой подвеске (вместо тонов с нулевыми собственными частотами) приводит к смещению частот фазовых резонансов тонов упругих колебаний.

Рассмотрим возможность коррекции собственных частот и матрицы жёсткости объекта испытаний с учетом характеристик жёсткости системы вывешивания. Эта матрица и собственные частоты соответствуют определённым видам колебаний конструкции, представляемым совокупностью движений по конечному числу ортогональных собственных векторов. Поэтому коррекция такой модели допустима в тех случаях, когда изменение характеристик системы не приводит к существенному изменению её собст-

венных форм. Принятие такого допущения правомерно потому, что погрешности измерения вынужденных колебаний (то есть собственных форм) более чем на порядок превышают погрешности определения собственных частот.

Пусть изменение жёсткости системы введением упругих связей между её точками, в которых производилось возбуждение и регистрация колебаний, приводит к изменению элементов матрицы жёсткости  $C$  на известные величины, составляющие матрицу  $\tilde{C}$ , то есть

$$C^* = C + \tilde{C}.$$

Здесь и в дальнейшем изменившиеся величины будем отмечать знаком «\*», а величины изменений — знаком «~».

Потенциальная энергия измененной системы описывается выражением

$$\Pi^* = \Pi + \tilde{\Pi} = \frac{1}{2} Z^T (C + \tilde{C}) Z$$

а в нормальных координатах

$$\Pi^* = \frac{1}{2} g^T ([p^2 a] + W^T \tilde{C} W) g, \quad (2.45)$$

причем матрица  $C^*$  в нормальных координатах должна мало отличаться от диагональной, то есть

$$W^T C^* W \approx [p^{*2} a], \quad (2.46)$$

где  $Z$  — вектор перемещений точек конструкции;  $g$  — вектор обобщённых координат;  $W$  — матрица собственных векторов.

Из (2.45) и (2.46) следуют ограничения на величины элементов матрицы  $\tilde{C}$ :

$$\sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mj} \tilde{c}_{km} \ll p_i^2 a_i + \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j. \quad (2.47)$$

Если условие (2.47) выполняется, то при изменении матрицы жёсткости допустима коррекция математической модели, и параметры скорректированной модели есть

$$C^* = C + \tilde{C}, \quad A^* = A, \quad W^* = W,$$

$$p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.48)$$

В частном случае введения сосредоточенных жёсткостей в некоторых точках конструкции (матрица  $\tilde{C}$  — диагональная) выражения (2.47) и (2.48) имеют вид

$$\sum_{m=1}^N w_{mi} w_{mj} \tilde{c}_m \ll p_i^2 a_i + \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m, \quad p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m.$$

Если система упругого вывешивания объекта испытаний вносит изменения и в его инерционные характеристики за счет присоединения известных сосредоточенных масс, то их влияние на динамические свойства конструкции также может быть оценено.

Изменение инерционной матрицы

$$A^* = A + \tilde{A} \quad (2.49)$$

приведет к изменению кинетической энергии системы

$$T^* = T + \tilde{T} = \frac{1}{2} \dot{Z}^T (A + \tilde{A}) \dot{Z},$$

или в нормальных координатах

$$T^* = \frac{1}{2} \dot{g}^T ([a] + W^T \tilde{A} W) \dot{g}. \quad (2.50)$$

При этом матрица  $A^*$  в нормальных координатах должна мало отличаться от диагональной

$$W^T A^* W \approx [a^*]. \quad (2.51)$$

В этом случае из выражений (2.50) и (2.51) следуют ограничения на величины элементов  $\tilde{A}$ :

$$\sum_{k, m=1}^N w_{ki} w_{mj} \tilde{a}_{km} \ll a_i + \sum_{k, m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{a}_{km}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j. \quad (2.52)$$

Изменение инерционной матрицы (2.49) при условии выполнения (2.52) приведёт к скорректированной математической модели:

$$A^* = A + \tilde{A}, \quad C^* = C, \quad W^* = W,$$

$$a_i^* = a_i + \sum_{k, m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{a}_{km}, \quad (2.53)$$

$$p_i^{*2} = p_i^2 \frac{a_i}{a_i^*}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.54)$$

При введении сосредоточенных масс в некоторых точках конструкции ( $\tilde{A}$  — диагональная) выражения (2.52) и (2.53) имеют вид

$$\sum_{m=1}^N w_{mi} w_{mj} \tilde{a}_m \ll a_i + \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{a}_m, \quad a_i^* = a_i + \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{a}_m.$$

Далее необходимо оценить влияние тонов колебаний ЛА как жёсткого тела на упругой подвеске на частоты фазовых резонансов форм упругих колебаний. Для этого воспользуемся методикой анализа взаимного влияния тонов, изложенной в [170]. Будем полагать, что обобщённые характеристики тонов упругих колебаний скорректированы с учетом системы упругого вывешивания.

Допустим, что на колебания в окрестности частоты  $p_i$  оказывает влияние подвесочный тон так, что

$$g = g_i + \beta_{in} g_{п}, \quad (2.55)$$

где  $g_i$ ,  $g_{п}$  — обобщённые координаты, соответственно,  $i$ -го и подвесочного тонов;  $\beta_{in}$  — коэффициент, характеризующий вклад подвесочного тона в упругие колебания системы.

Определим собственную частоту, обобщённую массу и обобщённый коэффициент демпфирования  $i$ -го упругого тона, считая, что влиянием подвесочного тона «п» можно пренебречь. Полагаем, что демпфирование каждого тона можно описать обобщённым декрементом колебаний.

Введём обозначения для параметров, описывающих исследуемое явление:

$$\xi = \frac{\beta_{in}^2 a_i}{a_{п}}, \quad \varkappa = \frac{p_{п}}{p_i}, \quad \delta_i = \frac{\pi h_i}{p_i^2 a_i}, \quad \delta_{п} = \frac{\pi h_{п}}{p_{п}^2 a_{п}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{p_i^*}. \quad (2.56)$$

Важно отметить, что индекс « $i$ » может не относиться к низшему тону упругих колебаний, а индекс «п» — к высшему подвесочному тону. Это объясняется тем, что влияние подвески зависит не только от соотношения собственных частот  $\varkappa$ , но и от параметра  $\xi$ . Так, например, установив упругие подвески в узлах низшего упругого тона, можно исключить их влияние на этот тон. Кроме того, величина  $\xi$  зависит от соотношения обобщённых масс упругого и подвесочного тонов собственных колебаний.

Получим выражение для параметра вынужденных монофазных колебаний при монофазном возбуждении из решения задачи о вынужденных колебаниях системы с двумя степенями свободы:

$$\lambda(\tilde{\omega}) = -\frac{\tau_1(\tilde{\omega})}{\tau_2(\tilde{\omega})}, \quad (2.57)$$

где

$$\tau_1(\tilde{\omega}) = \frac{(\tilde{\omega}^2 - 1) \left[ (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2)^2 + \eta_{\text{п}}^2 \varkappa^4 \right] + \xi (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2) \left[ (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_{\text{п}}^2 \right]}{\left[ \xi (\tilde{\omega}^2 - 1) + (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2) \right]^2 + (\xi \eta_i + \eta_{\text{п}} \varkappa^2)^2}, \quad (2.58)$$

$$\tau_2(\tilde{\omega}) = \frac{\eta_i (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2)^2 + \eta_{\text{п}} \varkappa^2 \xi (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i \eta_{\text{п}} \varkappa^2 (\eta_i \xi + \eta_{\text{п}} \varkappa^2)}{\left[ \xi (\tilde{\omega}^2 - 1) + (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2) \right]^2 + (\xi \eta_i + \eta_{\text{п}} \varkappa^2)^2}.$$

По переходу  $\lambda$  через нуль от положительных значений к отрицательным найдём относительные собственные частоты системы, для чего решим уравнение

$$f(\tilde{\omega}) = (\tilde{\omega}^2 - 1) \left[ (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2)^2 + \eta_{\text{п}}^2 \varkappa^4 \right] + \xi (\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2) \left[ (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_{\text{п}}^2 \right] = 0 \quad (2.59)$$

(собственным частотам соответствует переход  $f(\tilde{\omega})$  от отрицательных значений к положительным).

Сделаем оценку корней уравнения (2.59), преобразовав его заменой переменных  $y = 1 - \tilde{\omega}^2$  к виду

$$y^3(1 + \xi) - y^2(2 + \xi)(1 - \varkappa^2) + y \left[ (1 - \varkappa^2)^2 + \varkappa^4 \eta_{\text{п}}^2 + \xi \eta_i^2 \right] - \xi \eta_i^2 (1 - \varkappa^2) = 0 \quad (2.60)$$

для следующих соотношений между собственными частотами тонов:

а)  $\varkappa < 1$ , то есть  $p_i > p_{\text{п}}$ .

В уравнении (2.60) три переменных знака, поэтому оно имеет один или три действительных положительных корня. Сделав замену  $y = -y$ , убеждаемся, что отрицательных действительных корней уравнение (2.60) иметь не может, то есть если  $p_i > p_{\text{п}}$ , то частота  $i$ -го тона, определяемая по переходу  $\lambda$  через нуль (обозначим её как  $p_i^*$ ), меньше точного значения этой частоты ( $p_i^* < p_i$ );

б)  $\varkappa > 1$ , то есть  $p_i < p_{\text{п}}$ .

Уравнение (2.60) не имеют перемен знаков, поэтому действительные корни уравнения не могут быть положительными. Это означает, что если  $p_i < p_{\text{п}}$ , то  $p_i^* > p_i$ ;

в)  $\varkappa=1$ , то есть  $p_i = p_j$  (равные частоты).

Уравнение (2.60) имеет единственное действительное решение  $y=0$ , то есть  $p_i^* = p_i$ .

Введем в (2.59) другую замену переменных:  $y = \tilde{\omega}^2 - \varkappa^2$  и приведем его к виду

$$y^3(1+\xi) - y^2(1-\varkappa^2)(1+2\xi) + y[\eta_{\text{п}}^2 \varkappa^4 \xi (1-\varkappa^2)^2 + \xi \eta_{\text{п}}^2] - (1-\varkappa^2) \eta_{\text{п}}^2 \varkappa^4 = 0. \quad (2.61)$$

Сделав аналогичную оценку корней (2.61) приходим к следующему: все действительные положительные корни уравнения (2.61)

а) больше  $\varkappa$  при  $\varkappa < 1$ ;

б) меньше  $\varkappa$  при  $\varkappa > 1$ ;

в) равны  $\varkappa$  при  $\varkappa = 1$ .

Окончательно сделаем следующие выводы о величине собственной частоты  $i$ -го тона  $p_i^*$ , определяемой по переходу через нуль параметра  $\lambda$ , в предположении, что подвесочный тон мало влияет на колебания системы в окрестности собственной частоты  $i$ -го тона:

а) если  $p_i > p_{\text{п}}$ , то  $p_i^* < p_i$ ;

б) если  $p_i < p_{\text{п}}$ , то  $p_i^* > p_i$ ;

в) если  $p_i = p_{\text{п}}$ , то  $p_i^* = p_i$ .

Если уравнение (2.59) имеет только один действительный положительный корень, что имеет место, когда параметры  $\xi$ ,  $\varkappa$ ,  $\eta_i$  и  $\eta_{\text{п}}$  удовлетворяют неравенству

$$4d^3 + 22c^2 > 0,$$

где

$$d = -\frac{1}{3}b_1^2 + b_2, \quad c = \frac{2}{27}b_1^3 - \frac{1}{3}b_1b_2 + b_3, \quad b_1 = \frac{\varkappa^2(2+\xi) + 1 + 2\xi}{1+\xi},$$

$$b_2 = \frac{\varkappa^4 \eta_{\text{п}}^2 + 2\varkappa^2(1+\xi) + \xi(1+\eta_i^2)}{1+\xi}, \quad b_3 = -\frac{\varkappa^4 \eta_{\text{п}}^2 + \varkappa^2 \xi \eta_i^2}{1+\xi},$$

то собственная частота, определяемая по переходу  $\lambda$  через нуль ( $p_i^*$ ), может быть как частотой  $i$ -го, так и частотой подвесочного тона. Частота  $p_i^*$  соответствует  $i$ -у тону, если при  $\varkappa < 1$  оба корня уравнения

$$f'(\tilde{\omega}) = 0$$

меньше, а при  $\alpha > 1$  больше корня уравнения (2.59). В противном случае  $i$ -й тон не будет обнаружен в процессе испытаний.

Поскольку подразумевается, что  $\alpha < 1$ , то на основании анализа, проведённого выше, можно сделать вывод о том, что из-за влияния подвески собственные частоты упругих колебаний  $p_i^*$ , определяемые по условиям фазового резонанса, будут всегда ниже точных значений этих частот  $p_i$ .

На рисунках 2.7–2.9 представлены результаты расчета относительной частоты  $\tilde{p} = p_i^*/p_i$  для различных значений параметров  $\xi$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_n$ .

В расчетах полагалось, что  $\xi \leq 1$ , так как  $w_{in} \leq 1$ , а обобщённые массы подвесочных тонов превышают, как правило, обобщённые массы тонов собственных упругих колебаний.

Из представленных результатов следует, что при  $\alpha \leq 0,5$  погрешности определения собственной частоты не превышают 0,1 % в широком диапазоне значений параметра  $\xi$ .

Более существенное влияние на точность определения собственных частот упругих тонов колебаний оказывает увеличение уровня демпфирования  $\delta_i$ . Например, при  $\alpha \leq 0,5$ ;  $\delta_i \leq 0,15$ ;  $\delta_n = 0,1$  и  $\xi \leq 0,6$  погрешность определения  $p_i$  не превышает 0,1 %. С увеличением  $\delta_i$  точность снижается: при  $\delta_i = 0,3$ ;  $\xi = 0,6$  и  $\alpha = 0,5$  погрешность определения частоты составляет 0,4 % (рисунок 2.9).

Далее были сделаны оценки влияния упругой подвески на точность определения обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования упругих собственных тонов колебаний.

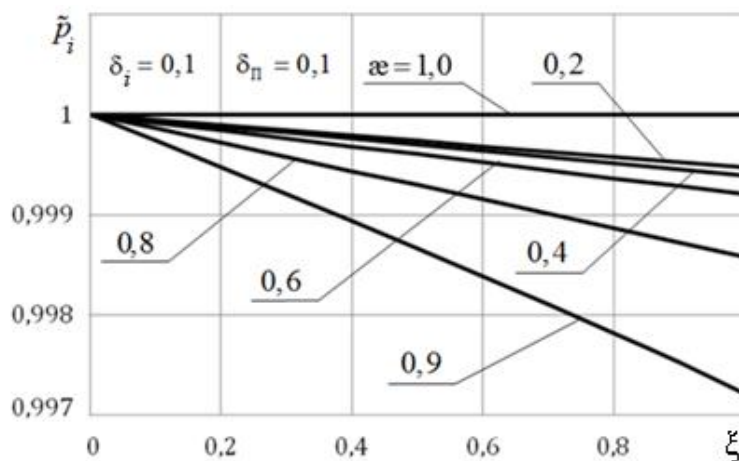


Рисунок 2.7 — Оценки собственной частоты в зависимости от параметра  $\xi$



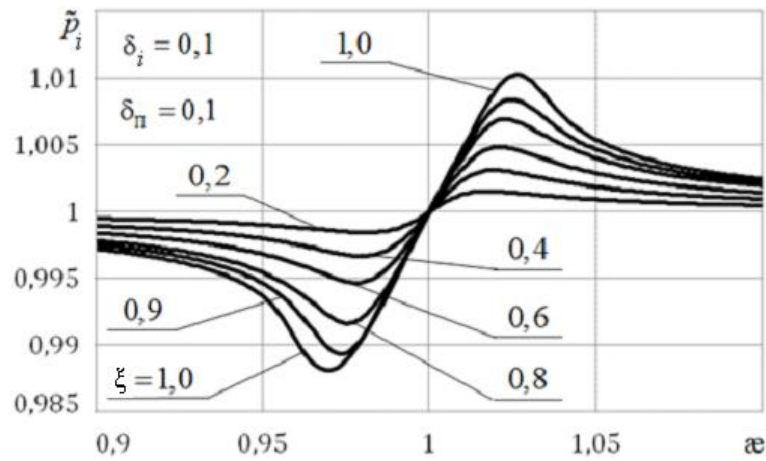


Рисунок 2.8 — Оценки собственной частоты в зависимости от параметра  $a$

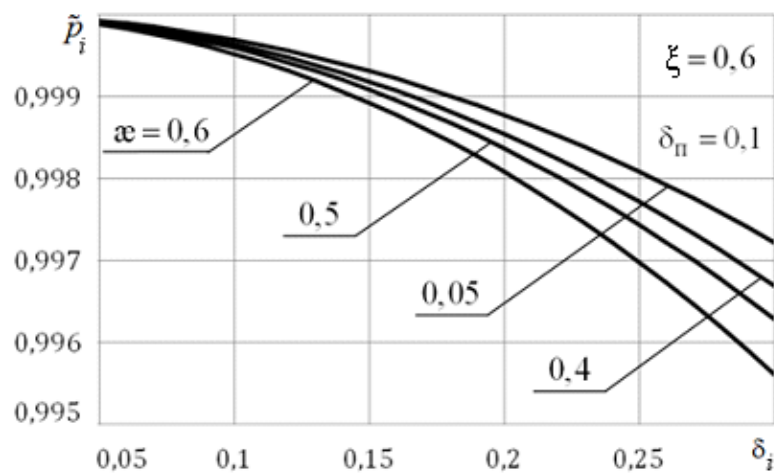


Рисунок 2.9 — Оценки собственной частоты в зависимости от декремента колебаний

На рисунке 2.10 и рисунке 2.11 представлены результаты расчета относительных обобщённых масс  $\tilde{a}_i$  в зависимости от частоты вынужденных колебаний в окрестности собственной частоты тона (частоты фазового резонанса)  $p_i^*$ . Как следует из рисунка 2.10, вблизи частоты  $p_i^*$  имеется диапазон частот вынужденных колебаний, в котором обобщённые массы определяются с наперед заданной точностью, но предсказать расположение этого диапазона относительно частоты фазового резонанса не представляется возможным. Кроме того, следует иметь в виду, что исходными данными для расчёта масс являются параметры вынужденных колебаний, измеряемые в процессе испытаний. Это означает, что в их величинах присутствуют погрешности измерений, влияние которых на точность определения обобщённых масс возрастает при приближении частоты вынужденных колебаний к частоте фазового резонанса.

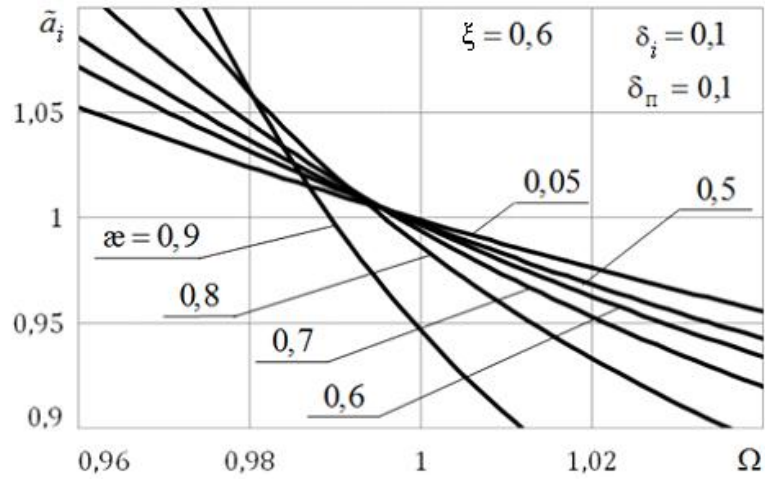


Рисунок 2.10 — Оценки обобщённой массы при различных параметрах  $\alpha$

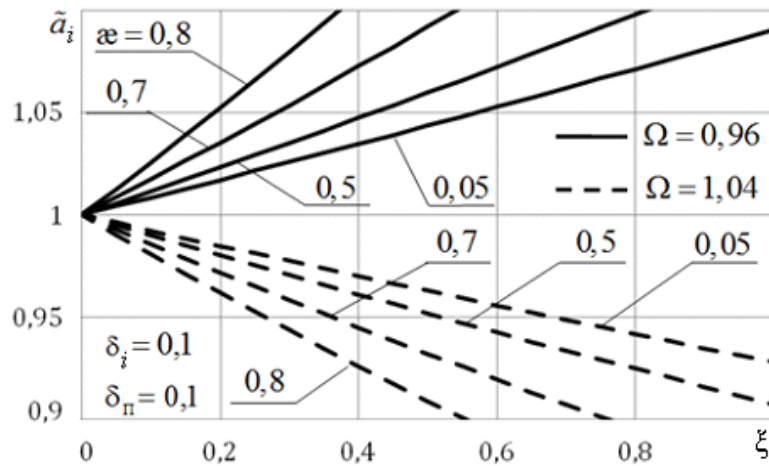


Рисунок 2.11 — Влияние подвески на оценку обобщённой массы

Приведенные на рисунке 2.10 и рисунке 2.11 результаты исследований можно охарактеризовать, например, такими цифрами: в частотном диапазоне, составляющем  $\pm 2\%$  от частоты фазового резонанса, при  $\alpha \leq 0,5$ ;  $\delta_i = 0,1$ ;  $\delta_n = 0,1$  и  $\xi \leq 0,6$  погрешности в оценке обобщённых масс упругих тонов из-за влияния подвески конструкции не превышают 5 %.

Влияние подвесочных тонов на точность определения обобщённых коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний иллюстрируют рисунок 2.12 и рисунок 2.13. Погрешность определения  $h_i$  вблизи частоты фазового резонанса может быть сколь угодно малой в широком диапазоне значений параметров  $\xi$  и  $\alpha$ . С увеличением  $\xi$  и  $\alpha$  и удалением от фазового резонанса ошибки оценки характеристики демпфирования, как и оценки обобщённой массы, существенно возрастают.

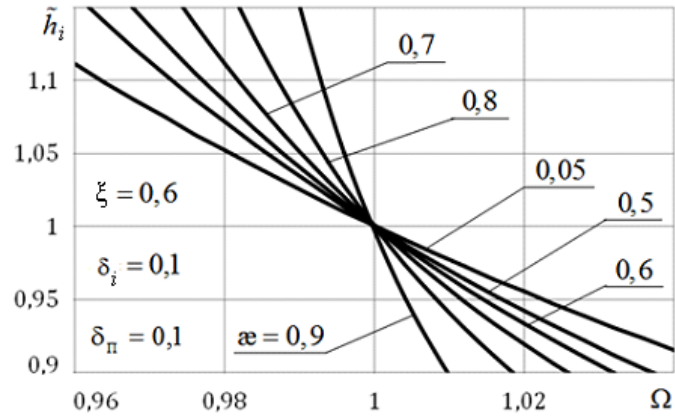


Рисунок 2.12 — Оценки обобщённого коэффициента демпфирования при различных  $\alpha$

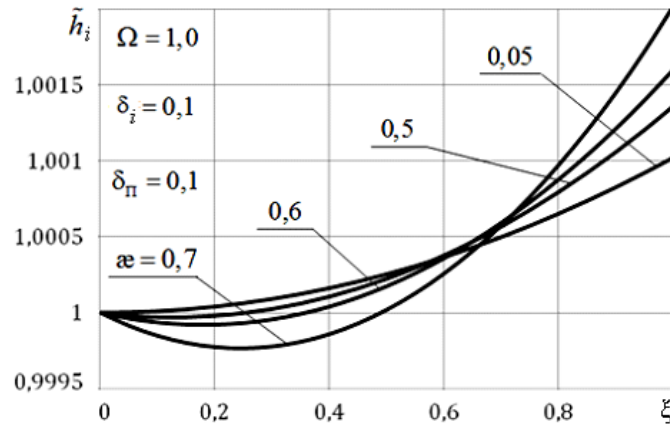


Рисунок 2.13 — Влияние подвески на оценку обобщённого коэффициента демпфирования

Исследования погрешности определения обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования в зависимости от уровня демпфирования собственных упругих тонов колебаний (рисунок 2.14, рисунок 2.15) показали, что уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний.

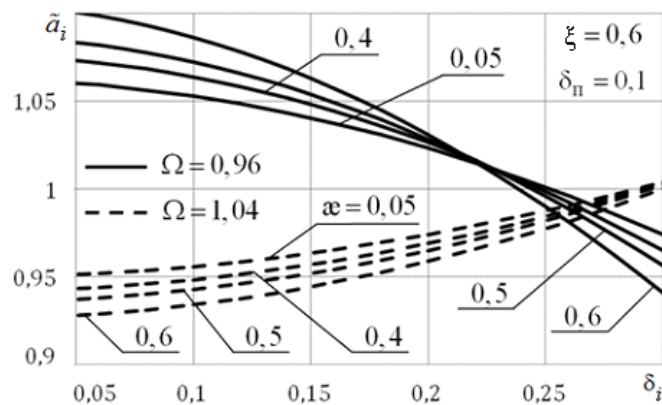


Рисунок 2.14 — Оценки обобщённой массы при различных уровнях демпфирования упругих тонов колебаний

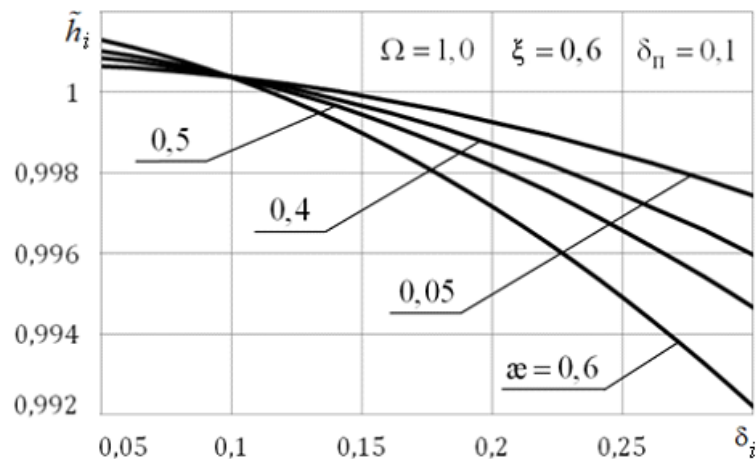


Рисунок 2.15 — Оценка обобщённого коэффициента демпфирования при различных уровнях демпфирования упругих тонов колебаний

Результаты проведенных исследований влияния системы упругого вывешивания ЛА на точность определения обобщённых динамических характеристик собственных тонов колебаний позволяют сделать следующие выводы:

- наименьшее влияние система вывешивания оказывает на оценки собственных частот. Если собственные частоты объекта на подвеске не превышают 50 % от собственных частот упругих колебаний и декременты колебаний конструкции составляют не более 0,15, то погрешности определения собственных частот не превышают 0,1 % в широком диапазоне значений параметра  $\xi$ ;

- для определения обобщённых масс в окрестности собственной частоты тона, составляющей  $\pm 2$  % от частоты фазового резонанса, с точностью не ниже 5 % при  $\alpha \leq 0,5$  необходимо, чтобы величина  $\xi$  не превышала 0,6;

- погрешности в оценках обобщённых коэффициентов демпфирования могут быть сколь угодно малыми в широком диапазоне параметров  $\xi$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_j$ , если эта оценка производится на частоте фазового резонанса;

- с ростом  $\xi$  и увеличением уровня демпфирования в системе уменьшается диапазон частот вынужденных колебаний, при которых обобщённые характеристики определяются с наперед заданной точностью. Кроме того, с увеличением  $\xi$  этот диапазон смещается от частоты  $p_i^*$  в дорезонансную область. Наибольшие смещения возникают при определении обобщённых масс;

- уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний.

## 2.4 Способ определения характеристик собственных тонов колебаний

Рост погрешностей определения обобщённой массы вблизи собственной частоты является следствием уменьшения точности измерений действительной составляющей колебаний в этой области частот, а также смещением частоты фазового резонанса из-за взаимного влияния тонов с близкими собственными частотами. Поэтому целесообразно построить алгоритм расчёта обобщённой массы так, чтобы ошибки измерения действительной составляющей не оказывали прямого влияния на точность определения массы. Ниже изложен такой алгоритм [159].

Определение обобщённой массы собственного тона колебаний конструкции основано на допущении о том, что вынужденные колебания системы совпадают с собственными колебаниями вблизи собственной частоты тона, то есть такие колебания можно описать одной обобщённой координатой. Совпадение вынужденных колебания с собственными обеспечено соответствующим подбором сил возбуждения.

Используем в качестве обобщённой координаты перемещение точки нормировки тона и запишем известное выражение для амплитуды вынужденных колебаний этой точки:

$$y = \frac{Q}{\sqrt{(a\omega^2 - c)^2 + h^2}}, \quad (2.61)$$

где  $y$  — амплитуда колебаний точки нормирования тона;  $Q$  — обобщённая сила возбуждения;  $a$ ,  $c$ ,  $h$  — обобщённая масса, жёсткость и демпфирование тона.

Определим величины  $a$ ,  $c$ ,  $h$  из условия минимума отличия амплитуд  $y_k$ , измеренных при возбуждении колебаний на частотах  $\omega_k$ ,  $k=1, 2, \dots, M$ ,  $M \geq 3$ , от амплитуд  $y_k^*$ , определяемых по математической модели при одинаковых силах возбуждения. Это условие запишем в виде

$$\min \sum_{k=1}^M (y_k - y_k^*)^2. \quad (2.62)$$

Для упрощения определения неизвестных  $a$ ,  $c$ ,  $h$ , входящих в (2.61) в знаменатель под знаком квадратного корня, используем вместо (2.62) условие

$$\min \sum_{k=1}^M (Q_k^2 - Q_k^{*2})^2, \quad (2.63)$$

то есть определим характеристики тона из условия минимума отличия обобщённых сил  $Q_k$ , реализуемых в эксперименте, от сил  $Q_k^*$ , определяющих амплитуды колебаний модели, равные экспериментальным.

Используя необходимое условие экстремума функции (2.63), приходим к следующей системе нелинейных уравнений для определения параметров  $a$ ,  $c$ ,  $h$ :

$$\begin{aligned}
& a^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^8 - 3a^2 c \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^6 + a \sum_{k=1}^M [y_k^4 \omega_k^4 (3c^2 + h^2) - Q_k^2 y_k^2 \omega_k^4] + \\
& + c \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 \omega_k^2 - c^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 - ch^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 = 0, \\
& a^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^8 - 3a^2 c \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^6 + a \sum_{k=1}^M [y_k^4 \omega_k^4 (3c^2 + h^2) - Q_k^2 y_k^2 \omega_k^4] + \\
& + c \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 - c^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 - ch^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 = 0, \\
& a^2 h \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 - 2ach \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 - h \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 + c^2 h \sum_{k=1}^M y_k^4 + h^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 = 0.
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Эту систему нелинейных уравнений удастся решить точно. Действительно, так как  $h \neq 0$ , то из последнего уравнения можно выразить величину  $h$  и подставить её в первые два уравнения. Используя условия  $a \neq 0$  и  $c \neq 0$ , понизим порядок первых двух уравнений, которые принимают вид

$$f_1 a^2 + f_2 c a + f_3 = 0, \quad d_1 a^2 + d_2 c a + d_3 = 0$$

( $f_i, d_i, i = 1, 2, 3$  известные величины) и разрешаются относительно неизвестных  $a$  и  $c$ .

Введём обозначения:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^4 (\omega_j^4 - \omega_i^4), \quad d_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^4 (\omega_i^4 - \omega_j^4), \\
f_2 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^4 (\omega_j^2 - \omega_i^2), \quad d_2 = 2 \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2), \\
f_3 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^4 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2), \quad d_3 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^2 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2),
\end{aligned} \tag{2.65}$$

$$b = \frac{f_2 d_3 - f_3 d_2}{f_1 d_2 - f_2 d_1}.$$

Единственное, действительное, положительное решение системы (2.65) имеет вид:

$$a = \sqrt{b}, \quad (2.66)$$

$$c = -\frac{b d_1 + d_3}{d_2 a}, \quad (2.67)$$

$$h = \left[ \left( \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 - c^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 - a^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 + 2ac \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 \right) / \sum_{k=1}^M y_k^4 \right]^{1/2}. \quad (2.68)$$

Формулы (2.66)–(2.68) отвечают поставленному условию определения обобщённых характеристик тонов с исключением прямого влияния ошибок измерений действительной составляющей перемещений системы.

Очевидно, что если собственная частота исследуемого тона далека от собственных частот других тонов, правильно предсказана модель демпфирования (в данном случае демпфирование не зависит от частоты колебаний), используемая в (2.61), то результаты расчётов по (2.66) и (2.68) совпадают с расчётами, соответственно, по (2.25) и (2.28), а отношение  $a/c$  есть квадрат собственной частоты тона.

Получим формулы для обобщённых характеристик, аналогичные (2.66)–(2.68), но для другого закона демпфирования. С переходом от частотно-независимого демпфирования к модели вязкого трения Фойгта с решением системы уравнений (2.64) происходит следующее: формула для расчёта обобщённой массы не зависит от способа описания демпфирования линейной системы, а для обобщённой жёсткости и обобщённого коэффициента демпфирования получаются выражения:

$$c = \sqrt{\frac{e_3 e_2 - e_1 q_2}{e_1 q_1 - e_2^2}}, \quad (2.69)$$

$$h = \left[ \left( \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 \omega_k^2 - c^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 + 2ac \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 - a^2 \sum_{k=1}^M y_k^2 \omega_k^6 \right) / \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 \right]^{1/2} \quad (2.70)$$

$$e_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^6 \omega_j^4 (\omega_i^2 - \omega_j^2), \quad g_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^2 (\omega_i^2 - \omega_j^2),$$

$$e_2 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^2 \omega_j^4 (\omega_i^2 - \omega_j^2), \quad g_2 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^4 Q_i^2 \omega_j^2 (\omega_i^2 - \omega_j^2), \quad (2.71)$$

$$e_3 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^4 \omega_j^2 (Q_j^2 y_i^2 \omega_i^2 - Q_i^2 y_j^2 \omega_j^2).$$

Оценка влияния случайных ошибок измерений амплитуд колебаний на точность определения обобщённой массы по (2.66) проведена для тех условий, при которых использование формулы (2.25) приводит к большим погрешностям в окрестности собственной частоты тона. Такими условиями являются, например, декремент  $\delta = 0,3$  и ошибки измерения амплитуды  $\varepsilon_y$  — 5% и 10%, причем вопрос о влиянии способа настройки чувствительности измерительного оборудования здесь отпадает.

На рисунке 2.16 показаны результаты расчёта  $\varepsilon_a$  для различного числа точек АЧХ, участвующих в определении обобщённой массы. Видно, что обобщённую массу можно вычислить с высокой точностью даже при больших погрешностях измерения перемещений, если учесть в расчете достаточное число точек АЧХ. Так при  $\varepsilon_y = 10\%$  величина  $\varepsilon_a = 5\%$  достигается при  $M = 9$ , а при  $M = 20$  —  $\varepsilon_a = 2,5\%$ .

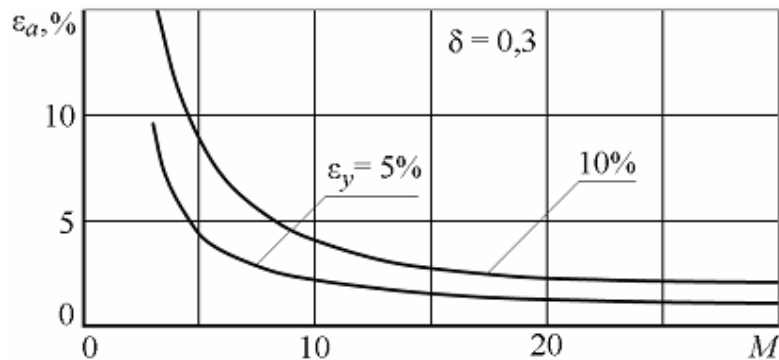


Рисунок 2.16 — Погрешности оценки обобщённой массы

Увеличение числа точек  $M$  влечет за собой увеличение числа измерений в процессе испытаний, а значит и рост объема экспериментальной информации и длительности эксперимента. Из рисунка 2.16 видно, что при  $M = 10$  точность определения обобщённой массы примерно в 2,5 раза выше точности измерения амплитуд колебаний. Дальнейшее увеличение числа измерений в окрестности собственной частоты тона также снижает величину  $\varepsilon_a$ , но зависимость  $\varepsilon_a(M)$  становится более полой. Поэтому, если вычисления обобщённых характеристик производятся в процессе резонансных испытаний, то увеличение числа точек  $M$  целесообразно сопоставлять с изменением разброса результатов расчета.



На рисунках 2.17–2.22 показаны результаты исследований погрешностей определения обобщённых характеристик для случая тонов с близкими собственными частотами. Из представленных результатов следует, что предложенный способ обладает меньшей чувствительностью к соседнему тону, чем известные методы.

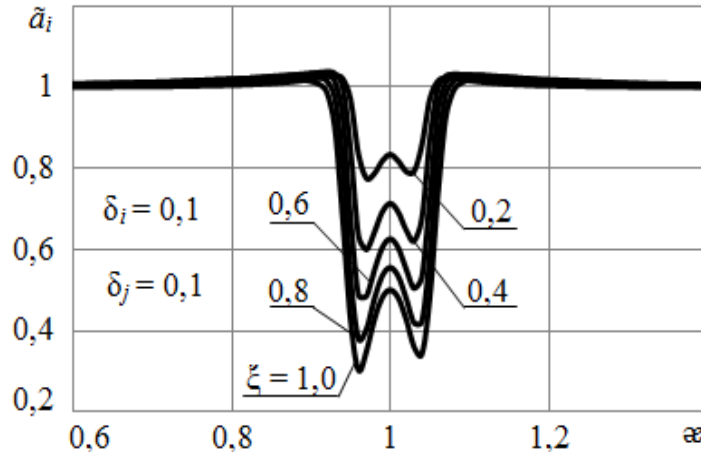


Рисунок 2.17 — Оценка обобщённой массы в зависимости от  $\alpha$

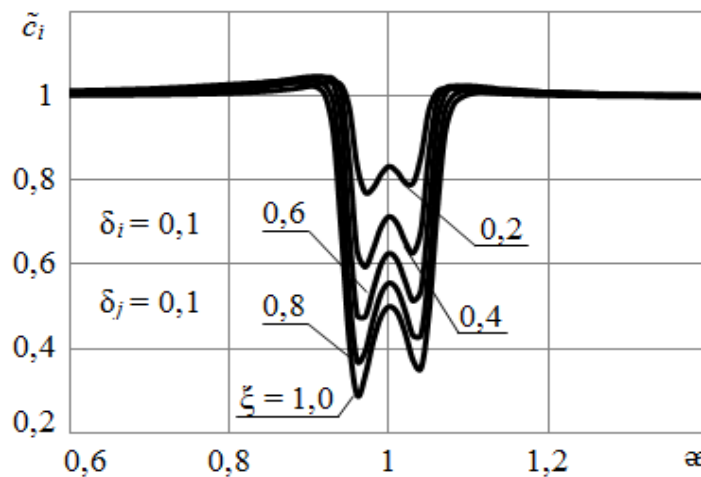


Рисунок 2.18 — Оценка обобщённой жёсткости в зависимости от  $\alpha$

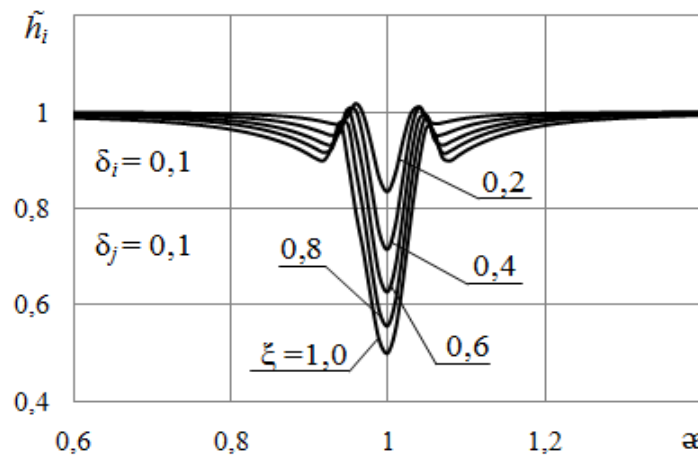
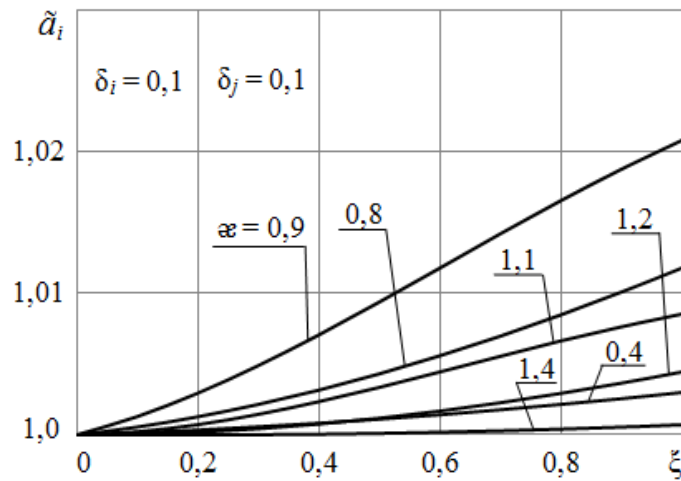
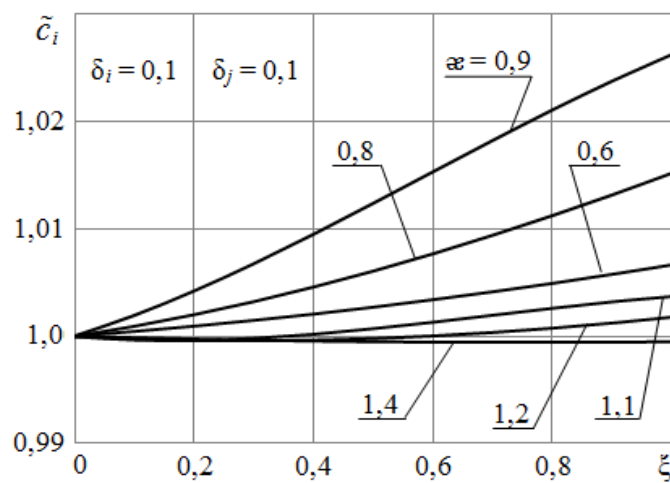
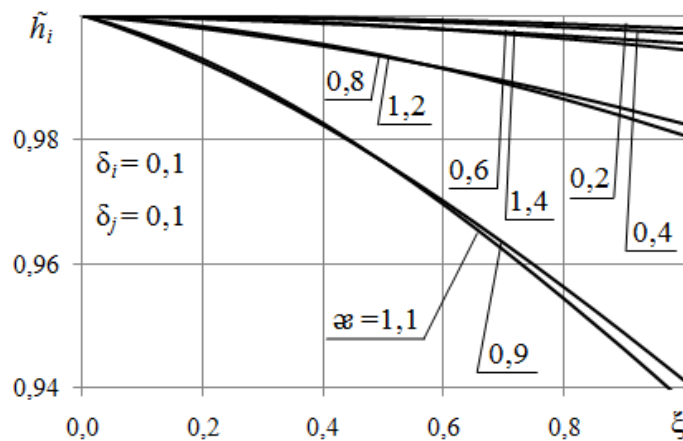


Рисунок 2.19 — Оценка обобщённого коэффициента демпфирования в зависимости от  $\alpha$

Рисунок 2.20 — Оценка обобщённой массы в зависимости от  $\xi$ Рисунок 2.21 — Оценка обобщённой жёсткости в зависимости от  $\xi$ Рисунок 2.22 — Оценка обобщённого коэффициента демпфирования в зависимости от  $\xi$ 

Отметим, что формула (2.66) может быть использована для расчета обобщённой массы нелинейной системы с одной степенью свободы, жёсткость и демпфирование которой зависят от амплитуды колебаний. Для этого необходимо провести испытания при постоянной амплитуде в окрестности собственной частоты.

На рисунках 2.23–2.26 представлены примеры практического применения разработанного способа определения обобщённых характеристик собственных тонов колебаний конструкций. Показаны АЧХ в окрестности собственных частот, построенные по результатам испытаний, а также АЧХ, рассчитанные по найденным обобщённым характеристикам. Используются следующие обозначения:  $\bar{p}$  — отношение текущей частоты к частоте фазового резонанса;  $\bar{A}$  — отношение амплитуды колебаний к её максимальному значению, определённому в эксперименте.

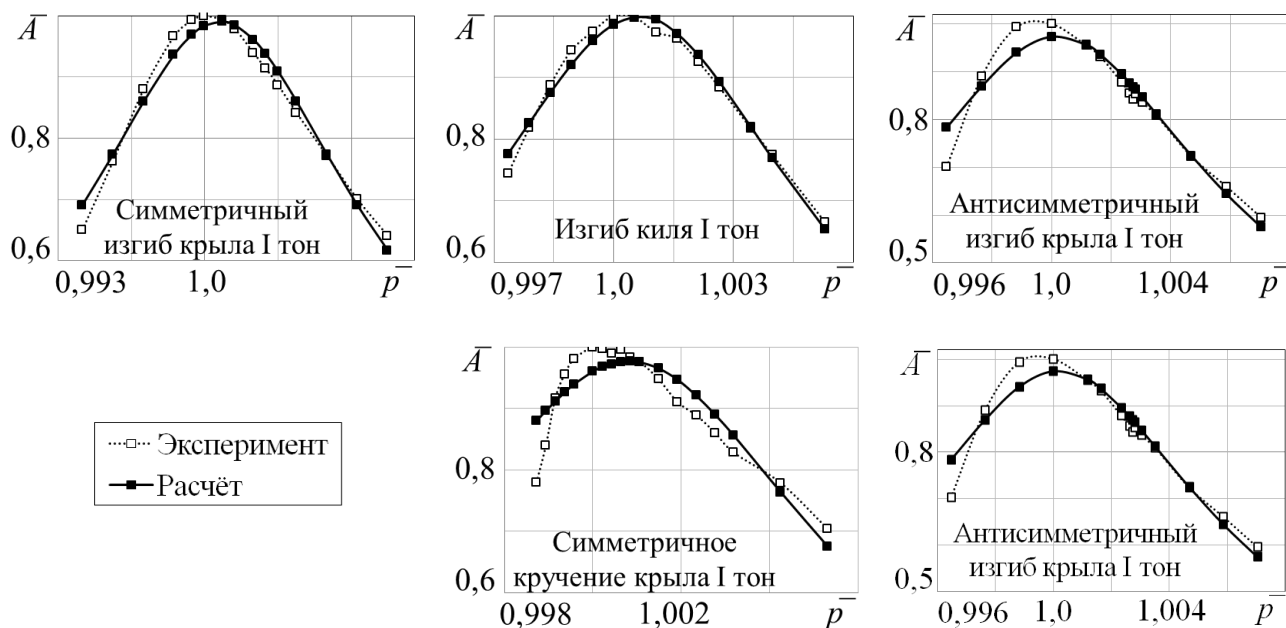


Рисунок 2.23 — Результаты для ДПМ самолёта Ту-334

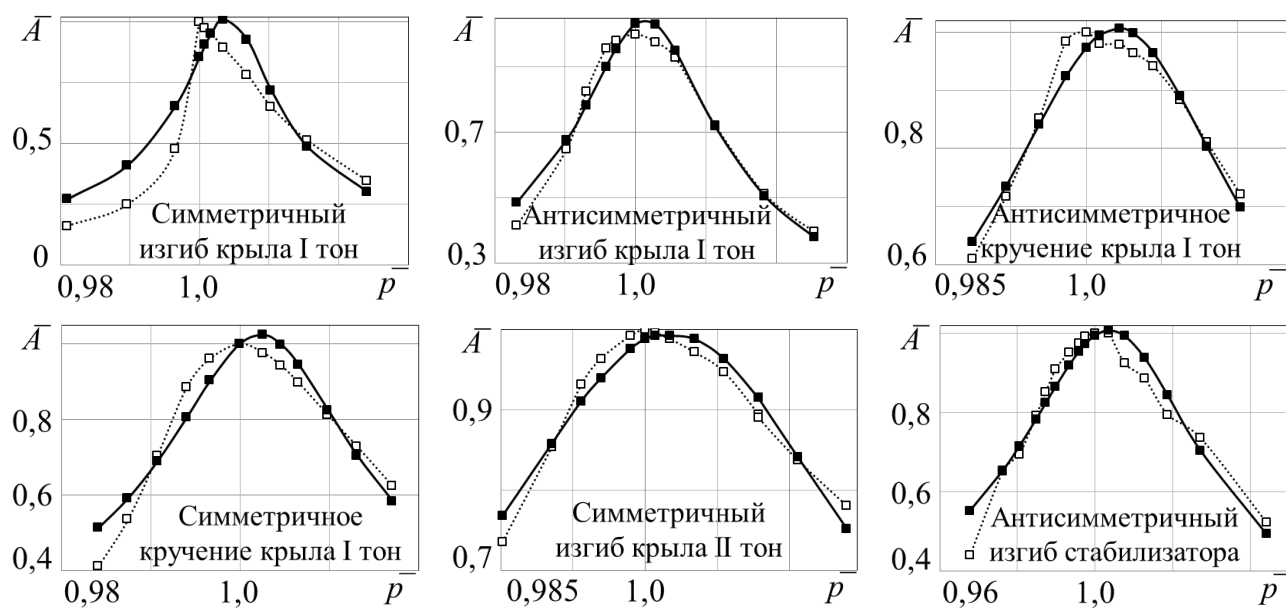


Рисунок 2.24 — Результаты для самолёта Су-30

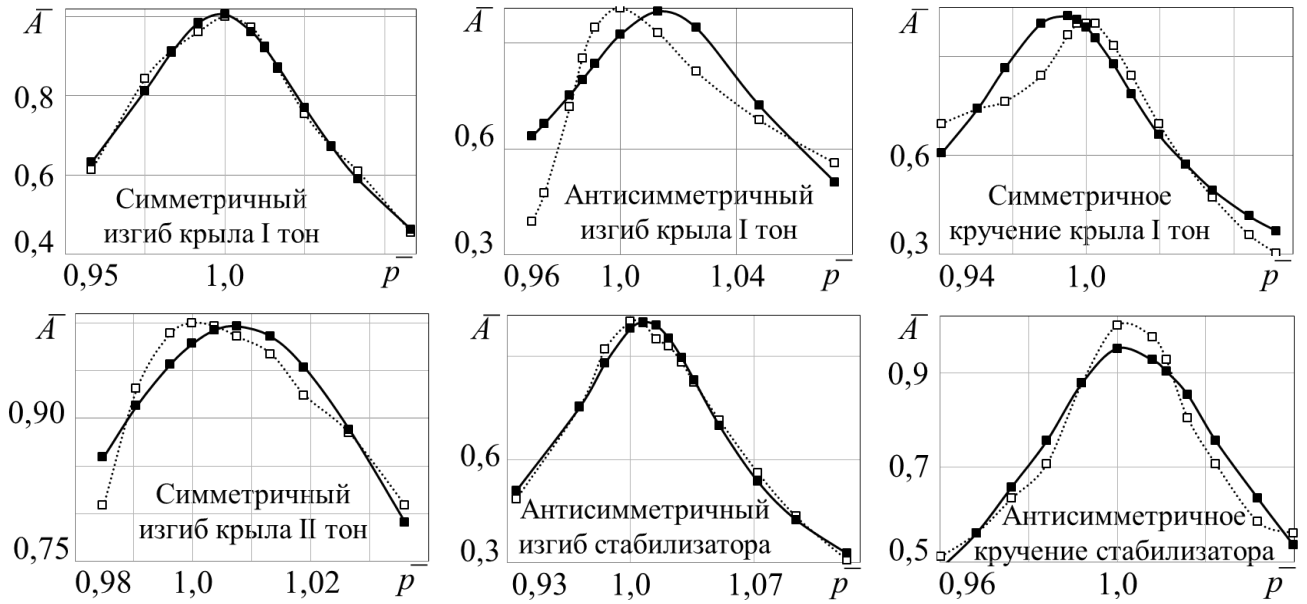


Рисунок 2.25 — Результаты для самолёта Як-152

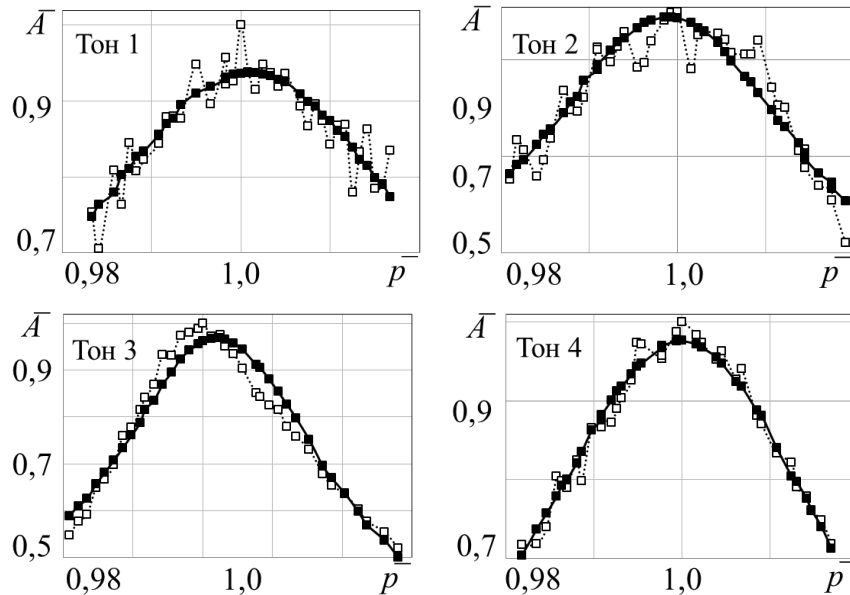


Рисунок 2.26 — Результаты для электронасосного агрегата (ЭНА) космического аппарата

Следует отметить, что величины собственных частот колебаний испытанных объектов составляли от нескольких единиц герц до нескольких килогерц.

В таблицах 2.2 и 2.3 приведены различия ( $\Delta p$ ) между расчетными и экспериментальными собственными частотами. Под расчетными собственными частотами понимаются частоты, вычисленные по найденным обобщённым массам и обобщённым жёсткостям собственных тонов колебаний. Сокращенные наименования собственных тонов колебаний, использованные в таблицах, общеприняты специалистами в области наземных модальных испытаний самолётов.

Таблица 2.2 — Погрешности оценок собственных частот колебаний

Объект	Тон	$\Delta p, \%$	Объект	Тон	$\Delta p, \%$
ДПМ Ту-334	СИКр1	0,06	ЭНА	1	0,08
	ИК1	0,05		2	0,08
	АСИКр1	0,26		3	0,19
	СКрКр1	0,04		4	0,00
	АСИКр2	0,24		-	-
Су-30	СИКр1	0,41	Як-152	СИКр1	0,9
	АСИКр1	0,22		АСИКр1	0,5
	АСКрКр1	0,11		СКрКр1	0,52
	СКрКр1	0,22		СИКр2	0,03
	СИКр2	0,42		АСИСт	0,59
	АСИСт	0,80		АСКрСт	0,80

Таблица 2.3 — Погрешности оценок собственных частот колебаний самолёта Су-30

Тон	$\Delta p, \%$	Тон	$\Delta p, \%$
СИКр1	0,2	СИПГО	0,04 .. 0,66
АСИКр1	0,2	АСИПГО	0,29 .. 0,92
СКрКр1	0	ГСКПГО	0,02 .. 1,09
АСКрКр1	0,07	ГАСКПГО	0,89
СИКр2	0,4	ВрПГО	лев. 0,56, прав 0,89
АСИКр2	0,9	СИК1	0,57
СКрКр2	0,3	АСИК1	0,8
АСКрКр2	0,8	СИК2	0,96
ВИФ1	0,5	АСИК2	0,67
ВИФ2	0,4	ВрРН	лев. 0,5, прав. 0,23
КрФ	0,3	-	-

Как следует из представленных результатов, обобщённые массы и жёсткости построенных линейных осцилляторов искажают соответствующие собственные частоты не более чем на 1%.

## 2.5 Экспериментальное оборудование

Для управления возбуждением и измерения колебаний в модальных испытаниях использована многоканальная система *LMS SCADAS Lab* (рисунок 2.27). *SCADAS Lab* имеет модульную архитектуру, что позволяет конфигурировать её под конкретный круг задач. Система имеет 19 блоков восьмиканальных измерительных усилителей (152 входных канала) и шестиканальный выход генератора сигналов с возможностью независимого управления амплитудой и фазой сигнала каждого канала. Управление процессом испытаний осуществлялось персональным компьютером с ПО *Test.Lab*.



Рисунок 2.27 — Система управления и сбора данных *SCADAS Lab*

*Test.Lab* не позволяет регистрировать АФЧХ с переменным произвольным шагом по частоте. Также нет возможности сохранять результаты испытаний в виде, соответствующем принятым стандартам оформления отчётной научно-технической документации. Однако, в режиме работы *NormalModes* (модальные испытания методом фазового резонанса) имеется возможность копировать действительную и мнимую составляющие, либо амплитуду и фазу сигналов датчиков и передавать их во внешнюю программу обработки. Этот вариант работы с данными *Test.Lab* реализован в описываемой ниже программе для *MS Excel*, которая также позволяет обрабатывать результаты испытаний, полученные в автоматическом режиме записи.

Программа вторичной обработки экспериментальных данных написана на алгоритмическом языке *Visual Basic for Application (VBA)*, который используют офисные продукты компании *Microsoft* начиная с 1997 года. Программа реализована в *Excel-2010*, но может работать и в более ранних версиях. Для работы с данными *Excel* можно использовать алгоритмические языки *Delphi*, *C++Builder*, *Visual C++* и другие. Но в про-

граммах на этих языках посмотреть промежуточные результаты можно только после завершения работы задачи.

Общий вид листа Лист1 книги *LMS300\_CollectionAndProtocol* показан на рисунке 2.28. Колонки листа A, B и C используются для ввода записанных результатов на текущей частоте в режиме ручного ввода. В области листа D1:X44 расположены элементы управления *ActivX VBA*, связанные с ними подпрограммы написаны на языке *VBA* в среде *MS Excel*. Выбор данного решения обусловлен тем, что по завершении работы таких компонентов все листы книги остаются активными и доступными пользователю. Это позволяет просматривать результаты на любом шаге обработки и не навязывает жёсткий алгоритм использования подпрограмм, если его не создал разработчик. Например, в режиме накопления данных можно для уже записанных результатов построить АЧХ или форму колебаний.

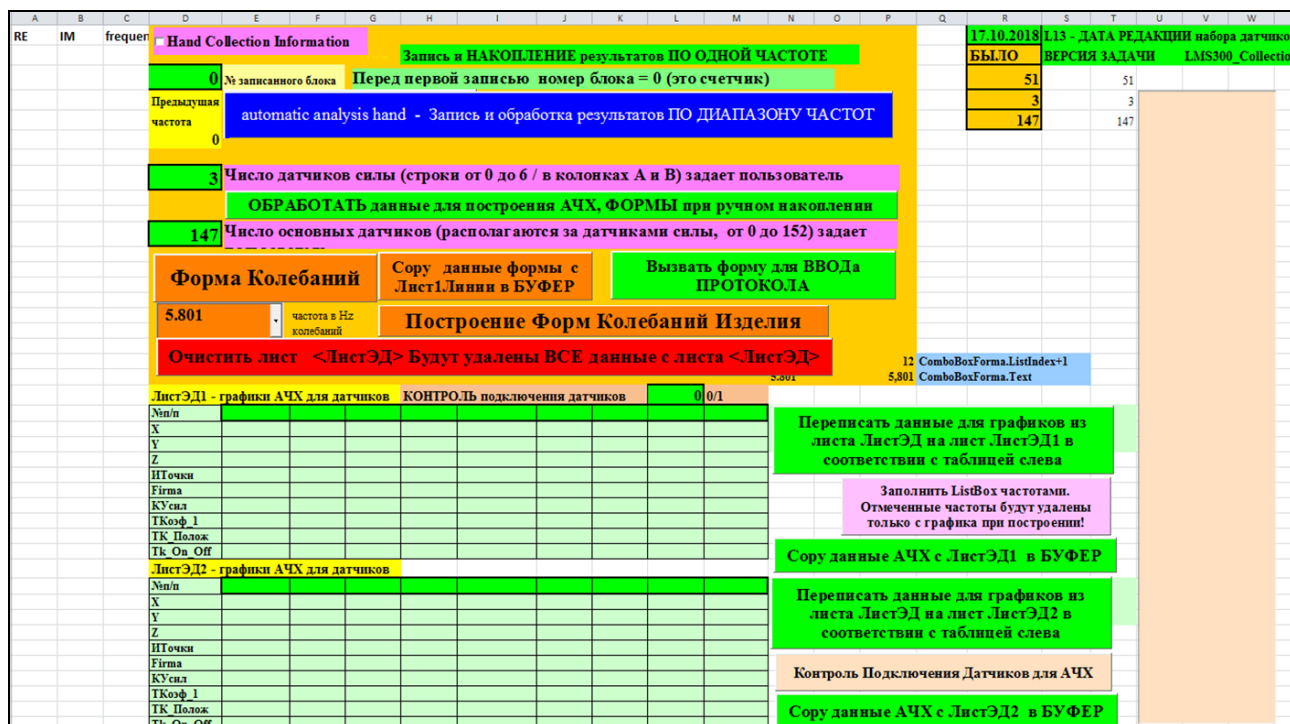


Рисунок 2.28 — Общий вид листа Лист1 книги *LMS300\_CollectionAndProtocol*

Программа имеет два режима работы:

- 1) накопление действительных и мнимых составляющих сигналов датчиков последовательно на каждой частоте колебаний «Накопление» (рисунок 2.29);
- 2) обработка результатов, полученных в автоматическом режиме записи с фиксированным шагом по частоте «Диапазон частот» (рисунок 2.30).

Выбор режима работы задаётся взведением/сбросом соответствующего флажка. При этом происходит изменение набора элементов управления.

Hand Collection Information

Запись и **НАКОПЛЕНИЕ** результатов ПО **ОДНОЙ ЧАСТОТЕ**

51 № записанного блока Перед первой записью номер блока = 0 (это счетчик)

Предыдущая частота 0 Сохранить колонки А,В,С на листе <ЛистЭД> в копилке Копируемые данные вставить ВМЕ СТО RE и M. Затем ВМЕ СТО frequency ВВОД частоты. ПОСЛЕ ЭТОГО НАЖАТЬ КНОПКУ <Сохранить>.

3 Число датчиков силы (строки от 0 до 6 / в колонках А и В) задает пользователь

ОБРАБОТАТЬ данные для построения АЧХ, ФОРМЫ при ручном накоплении

147 Число основных датчиков (располагаются за датчиками силы, от 0 до 152) задает

Форма Колебаний

Очистить лист <ЛистЭД> Будут удалены ВСЕ данные с листа <ЛистЭД>

Рисунок 2.29 — Набор управляющих компонентов листа Лист1 в режиме «Накопление»

Automatic Analysis Hand

Запись и обработка результатов ПО **ДИАПАЗОНУ ЧАСТОТ**

0 № записанного блока

Предыдущая частота 0 automatic analysis hand - Запись и обработка результатов ПО ДИАПАЗОНУ ЧАСТОТ

0 Число датчиков силы ( \_DS) определяется из ИсхДАННЫХ лист AutoLMS\_DS

0 Число основных датчиков ( \_OD) определяется из ДАННЫХ лист AutoLMS\_OD

Форма Колебаний

Вызвать форму для ВВОДа ПРОТОКОЛА

Очистить лист <ЛистЭД> Будут удалены ВСЕ данные с листа <ЛистЭД>

Рисунок 2.30 — Набор управляющих компонентов листа Лист1 обработки результатов, полученных в автоматическом режиме записи

Во всех подпрограммах применён алгоритм диалога «пользователь — программа», согласно которому пользователь получает или сообщение о выполненном этапе работы, или запрос, на который пользователь обязан ответить, или подсказку о дальнейших действиях. В зависимости от ситуации, в диалоговом режиме предусмотрены точки прерывания алгоритма без ущерба для результатов.

Исходные данные, результаты обработки и управляющие элементы размещены на отдельных листах книги *Excel* в следующем образом:

- 1) Лист1 — управляющие элементы и код программы;
- 2) *AutoLMS\_DS*, *AutoLMS\_OD* — данные с датчиков сил (*DS*), акселерометров (*OD*) и информационный протокол *Test.Lab* в режиме работы 2;



3) ДАТЧИКИ — координаты размещения датчиков на объекте испытаний, линии датчиков и размещение этих линий на диаграммах форм колебаний объекта;

4) ЛистЭД — структурирование и размещение данных в форме удобной для последующей обработки, построения АФЧХ и форм колебаний;

5) ЛистЭД1, ЛистЭД2 — шаблоны диаграмм АФЧХ в выбранных точках измерения (не более 9 на 1 график), размещение управляющих элементов и кода программы;

6) ФЛистЛинии — диаграммы форм колебаний;

7) Лист1Линии — вывод протокола испытаний и данных, необходимых для построения форм колебаний.

Перед обработкой накопленных на листе ЛистЭД исходных данных необходимо, чтобы отработала подпрограмма «Контроль Подключения Датчиков». В обоих режимах читается информация с листа ДАТЧИКИ и переносится на лист ЛистЭД. В режиме «Диапазон частот» выполняется коррекция подключения датчиков в соответствии с протоколом эксперимента, выполненного в автоматическом режиме. Информация о датчиках читается с листов *AutoLMS\_OD* и *AutoLMS\_DS*, на которые данные эксперимента должны быть перенесены путем копирования из *Test.Lab* через буфер обмена операционной системы. При выполнении этой операции на листе Лист1 в таблице подключения датчиков зелёным цветом отмечаются датчики, которые участвуют в эксперименте, а синим — отключенные (рисунок 2.31).

1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	129	137	145
2	10	18	26	34	42	50	58	66	74	82	90	98	106	114	122	130	138	146
3	11	19	27	35	43	51	59	67	75	83	91	99	107	115	123	131	139	147
4	12	20	28	36	44	52	60	68	76	84	92	100	108	116	124	132	140	148
5	13	21	29	37	45	53	61	69	77	85	93	101	109	117	125	133	141	149
6	14	22	30	38	46	54	62	70	78	86	94	102	110	118	126	134	142	150
7	15	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	119	127	135	143	151
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152

Рисунок 2.31 — Таблица подключения датчиков в эксперименте

На листе ДАТЧИКИ (рисунок 2.32) хранится следующая информация:

- номер канала измерительного усилителя и имя контрольной точки;
- абсолютные или относительные координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;
- серийный номер акселерометра;
- коэффициенты усиления и коррекции положения «КУсил», «ТКэфф\_1», «ТК\_Полож» (в стандартных условиях равны единице);
- параметр «Тк\_On\_Off»: 0 — датчик отключен, 1 — подключен;
- линии датчиков для построения форм колебаний.

ДАТЧ	КООРДИНАТЫ ОТНОСИТЕЛЬНО		ДОПОЛНИТЕЛЬ		1 Вариант Основной ЯК152			Линии датчика на самолете																			
НОМ	X по фюзеляжу	Y киль по в Z крыла и	Имя дат	Фигма	КУ	Сигнал	ТКоеф.г.1	ТК	Полюс	Тк	Он	Off	Число линий	Имя линии на ДАД2.3...	Имя о	Чис	Номера датчика	Длина каждой линии	1	2	3	4	5	6			
152													51	ФПрБортУ	X	6	95	75	28	72	70	66					
1	0	0	0,481	t.6.10	LW55045		1	-1,016675885	0,9976				1	ФЛевБортУ	X	6	96	76	29	73	71	67					
2	0	0	0,383	t.6.7	LW55046		1	-0,990506681	0,9976				1	ОШПрУ	X	1	122										
3	0	0	0,383	t.6.8	LW55047		1	-1,020509641	0,9976				1	ОШЛевУ	X	1	124										
4	0	0	0,286	t.6.5	LW55048		1	-1,056911791	0,9976				1	НШасУ	X	1	127										
5	0	0	0,286	t.6.6	LW55118		1	-0,897777507	0,9976				1	ДьНосУ	X	1	90										
6	0	0	0,152	t.6.4	LW55119		1	-1,042711382	0,9976				1	ДьПрБортУ	X	3	92	81	78								
7	0	0	0,383	t.6.20	LW55120		1	-1,006473023	0,9976				1	ДьЛевБортУ	X	3	93	82	79								
8	0	0	0,152	t.6.14	LW55121		1	-0,993723062	0,9976				1	ПрКрПерКромУ	Z	5	101	100	4	2	0						
9	0	0	0,473	t.6.25	LW55122		1	-0,961919923	0,9976				1	ПрКрЗалКромУ	Z	5	102	6	5	3	1						
10	0	0	-0,475	t.7.9	LW55123		1	-0,969016989	0,9976				1	ПрЭлерПерКромУ	Z	3	103	104	105								
11	0	0	-0,481	t.7.10	LW55125		1	-1,039034037	0,9976				1	ПрЭлерЗалКромУ	Z	3	21	7	20								
12	0	0	-0,383	t.7.7	LW55133		1	-1,050628273	0,9976				1	ПрЗакПерКромУ	Z	3	108	107	106								
13	0	0	-0,383	t.7.8	LW55145		1	-1,021652711	0,9976				1	ПрЗакЗалКромУ	Z	4	22	8	23	89							
14	0	0	-0,286	t.7.5	LW55148		1	-1,030928568	0,9976				1	ЛевКрПерКромУ	Z	5	111	110	14	12	10						
15	0	0	-0,286	t.7.6	LW55150		1	-1,075475439	0,9976				1	ЛевКрЗалКромУ	Z	5	112	16	15	13	11						
16	0	0	-0,152	t.7.4	LW55165		1	-0,982176836	0,9976				1	ЛевЭлерПерКромУ	Z	3	115	114	113								
17	0	0	-0,383	t.7.20	LW55167		1	-0,979094834	0,9976				1	ЛевЭлерЗалКромУ	Z	3	24	17	25								
18	0	0	-0,152	t.7.14	LW55170		1	-0,989417598	0,9976				1	ЛевЗакПерКромУ	Z	3	118	117	116								
19	0	0	-0,473	t.7.25	LW55171		1	-0,995764108	0,9976				1	ЛевЗакЗалКромУ	Z	4	26	18	27	98							
20	0	0	0,497	t.6.22	LW55172		1	-0,980688442	0,9976				1	ПрСтабПерКромУ	Z	4	130	34	32	30							
21	0	0	0,294	t.6.18	LW55173		1	-0,938229502	0,9976				1	ПрСтабЗалКромУ	Z	4	131	35	33	31							
22	0	0	0,258	t.6.16	LW55175		1	-1,013537971	0,9976				1	ПрРВПерКромУ	Z	4	135	134	133	132							
23	0	0	0,064	t.6.12	LW55176		1	-1,010695015	0,9976				1	ПрРВЗалКромУ	Z	3	36	37	38								

Рисунок 2.32 — Расположение параметров датчиков на листе ДАТЧИКИ

Чтобы построить АФЧХ необходимо задать на листе Лист1 имена нужных точек измерения и перенести данные на ЛистЭД1 или ЛистЭД2 нажатием соответствующей кнопки (рисунок 2.28). После просмотра результата можно, при необходимости, перестроить графики, выбрав для этого произвольный набор частот. На рисунке 2.33 показан пример редактирования набора данных: результаты измерений на отмеченных частотах не будут отображены на графиках АФЧХ.

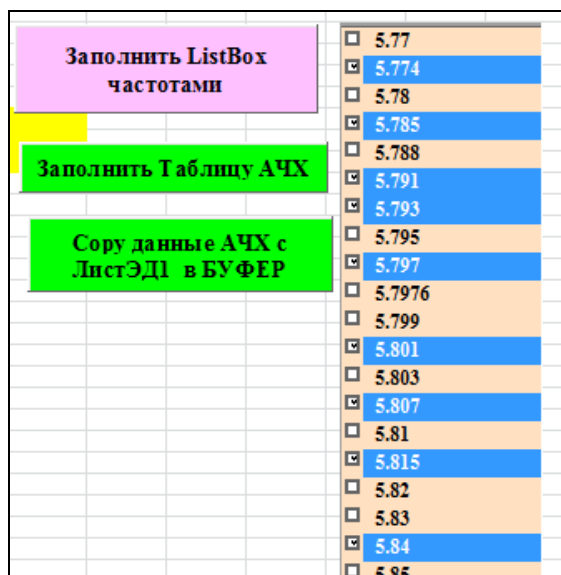


Рисунок 2.33 — Пример редактирования таблицы частот

На рисунке 2.34 показан вид АФЧХ, построенных в программе по шаблону.

Название формы.  
Амплитуды сил в точках возбуждения :  
 $f_{рез.} = 9,79$  Гц.

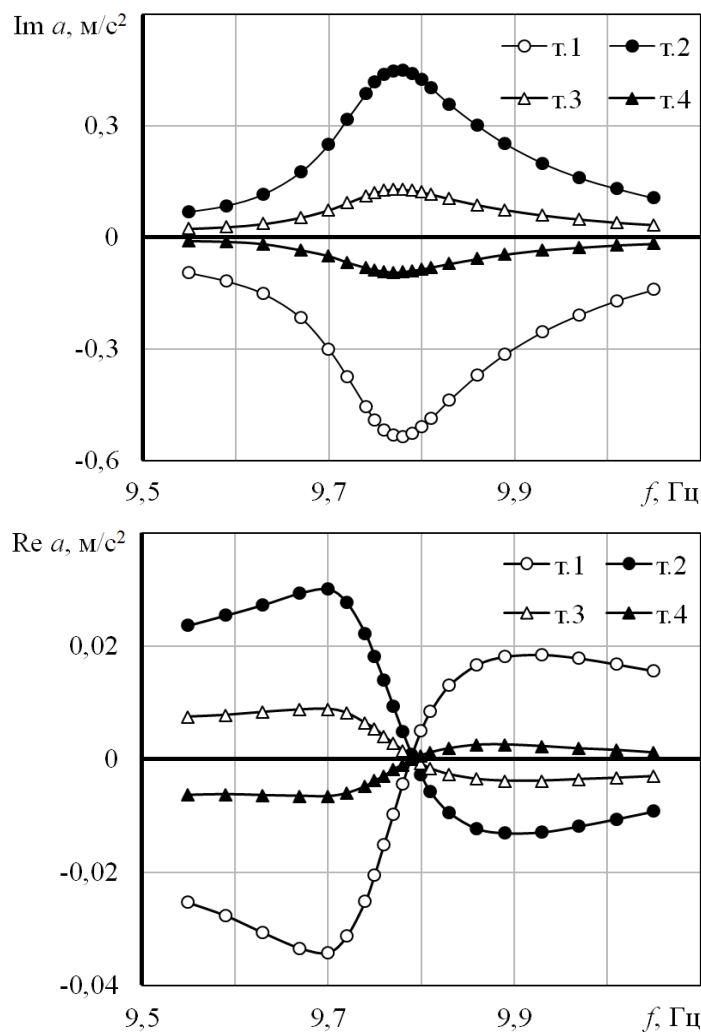


Рисунок 2.34 — Формат представления графиков АФЧХ

Построение форм колебаний выполняется нажатием кнопки «Форма Колебаний» на листе Лист1 в соответствии с линиями, сформированными на листе ДАТЧИКИ. Формы отображаются поагрегатно в виде упругих линий, что позволяет определять местоположения узлов и пучностей на каждом элементе конструкции. На рисунке 2.35 приведен вид формы симметричного изгиба крыла II тона, построенный в относительных координатах  $\bar{Z}_{кр.} = Z/L_{кр.}$ , где  $L_{кр.}$  — размах крыла.

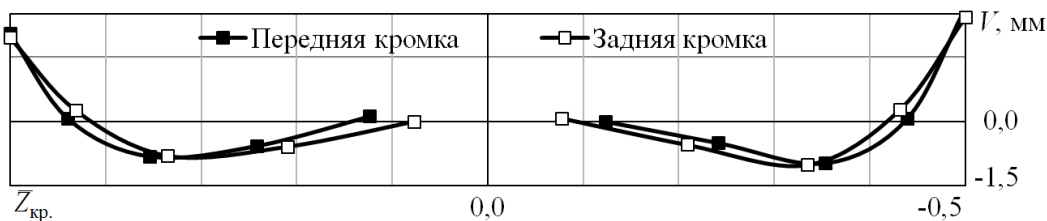


Рисунок 2.35 — Формат представления графиков форм колебаний

### 3 РАЗРАБОТКА ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ ПРИЗНАКОВ ЛЮФТОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЁТОМ, ЗАЗОРОВ В МЕСТАХ СТЫКОВКИ АГРЕГАТОВ И ПОВЫШЕННЫХ НАГРУЗОК МОНТАЖА ОТКЛОНЯЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

#### 3.1 Контроль люфтов в проводках управления по фигурам Лиссажу

Рассмотрим механическую проводку управления, представляющую собой систему качалок, последовательно соединенных между собой тягами. Цепочка тяг и качалок соединяет отклоняемую поверхность с упругой опорой. В соединениях между тягами и качалками (узлах проводки управления) возможен люфт. Орган управления является жёстким телом, упругие деформации которого пренебрежимо малы. Тяги — линейно-деформируемые стержни с двумя степенями свободы, определяющими продольные перемещения узловых точек. Качалки — свободно вращающиеся стержневые системы с балками (плечами), работающими на изгиб. Если центр тяжести органа управления не совпадает с осью вращения, то в проводке управления возникает статическое обжатие.

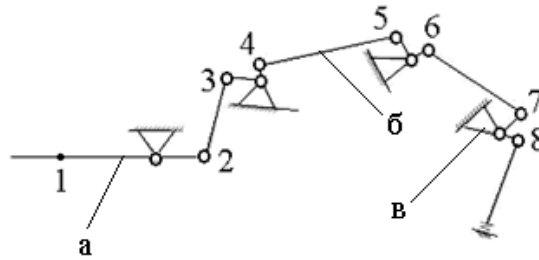
Результаты исследований, проведенных в работах [147, 172–175], показали, что в модальных испытаниях ЛА возможен контроль люфтов в механических системах передачи усилий или перемещений. Так в испытаниях планера самолёта при возбуждении колебаний отклоняемых поверхностей предложено фиксировать перегрузки всех элементов проводки управления в местах их соединений.

Кратко приведём содержание указанных работ. В качестве тестируемой конструкции использована макетная проводка управления, собранная на жёстком основании из элементов проводки управления самолётом (рисунок 3.1). Эти элементы (тяги, качалки) были изготовлены по технологии серийного производства и прошли приемку отделом технического контроля завода.



Рисунок 3.1 — Стенд для испытаний проводки управления

Схема проводки и обозначения точек измерения приведены на рисунке 3.2.



а — имитатор органа управления; б — тяга; в — качалка

Рисунок 3.2 — Схема проводки управления

Все качалки и тяги одинаковые. Качалки установлены на штатные основания посредством подшипников качения. Тяги соединяются с плечами качалок через шаровые подшипники качения болтами диаметром 7 мм. Допуск на диаметр болтов составляет от 13 до 28 мкм. В данном случае все болты имели одинаковый размер 7 мм – 18 мкм. Для имитации люфтов была также изготовлена серия болтов с отклонениями от 30 до 50 мкм.

Жёсткое основание, на котором смонтирована проводка управления, вывешено на упругих шнурах. Собственная частота колебаний макета на подвеске на порядок меньше собственной частоты вращения органа управления. Возбуждение колебаний имитатора органа управления производилось ЭДСВ. Измерения вибраций — датчиками ускорений, установленными как на имитаторе, так и на торцах всех тяг.

Зависимость резонансной частоты  $p$  системы с люфтами от амплитуды вынуждающей силы  $F$  имела явно выраженные особенности (рисунок 3.3). А именно, если в системе мало сухое трение, то при малых значениях амплитуды вынуждающей силы резонансная частота равна собственной частоте системы без люфтов. При этом динамические смещения в проводке меньше её статического обжатия. С ростом амплитуды внешнего воздействия возникает момент, когда амплитуда динамических смещений в месте расположения люфта становится равной статическому смещению в данном узле. При дальнейшем увеличении силы происходит достаточно резкое уменьшение резонансной частоты, а, начиная с некоторой амплитуды силы, плавное увеличение. При больших амплитудах резонансная частота приближается к собственной частоте идеальной системы. На графике зависимости резонансной частоты от силы виден характерный изгиб. Начало этого изгиба зависит от статического деформирования системы, а продолжительность — от величины люфта (верхняя кривая соответствует наибольше-

му, а нижняя — наименьшему статическому обжатию). Резонансную частоту определяли по сигналу датчика ускорений, установленному на управляемой поверхности.

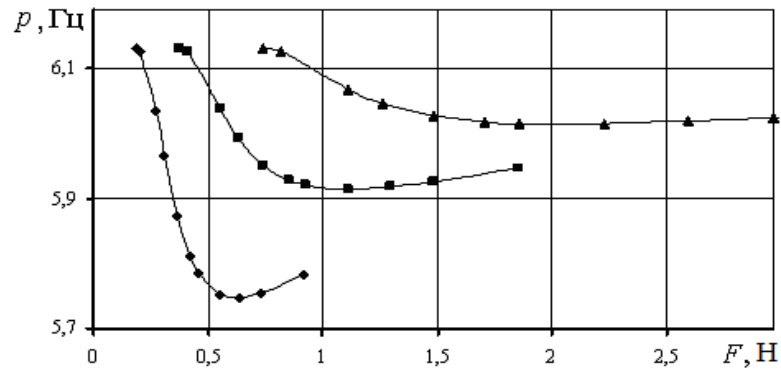


Рисунок 3.3 — Зависимость резонансной частоты от амплитуды вынуждающей силы при различном статическом обжатии

Таким образом, характерное изменение резонансной частоты системы — достаточно резкое уменьшение (до 10% и более) с ростом силы, затем плавное возрастание — позволяет судить о наличии люфта в проводке управления. Но по виду этой зависимости не представляется возможным диагностировать положение дефекта. Поэтому предложено устанавливать датчики ускорений не только на отклоняемой поверхности, но и на торцах соединительных тяг.

Наличие местных нелинейных искажений формы сигналов датчиков анализировалось по фигурам Лиссажу: вертикальная развертка производилась пропорционально сигналу датчика ускорений « $n$ », а горизонтальная — пропорционально сигналу генератора  $U$  (в вольтах), направляемому на силовозбудитель. Эта фигура на резонансе линейной системы является эллипсом. На рисунке 3.4 показан пример фигур Лиссажу для случая, когда люфт находился в узле 4.

Далее исследования проведены по следующему плану: в проводку управления установлены штатные болты и затянуты так, что вилки качалок сжимали внутренние обоймы шаровых подшипников тяг. В этом случае люфт болта в подшипнике не проявляется. Затем поочередно в одной из точек устанавливали болт с зазором, но без сжатия вилки. На рисунке 3.5 представлены фигуры Лиссажу для узла 3, в котором величина люфта менялась от 0 (зажатые вилки) до 50 мкм. Большие искажения фигур с увеличением люфта очевидны.

По результатам анализа сделаны следующие выводы: по изменению резонансной частоты органа управления от амплитуды возмущающей силы диагностируется наличие

люфтов в проводке управления. Появление люфта приводит к нелинейным искажениям фигур Лиссажу. Установить этот факт по виду колебаний основного инерционного элемента не представляется возможным, так как основная гармоника в разложении колебаний является подавляющей — на фигурах Лиссажу нет отклонений от правильной формы (даже при относительно больших люфтах).

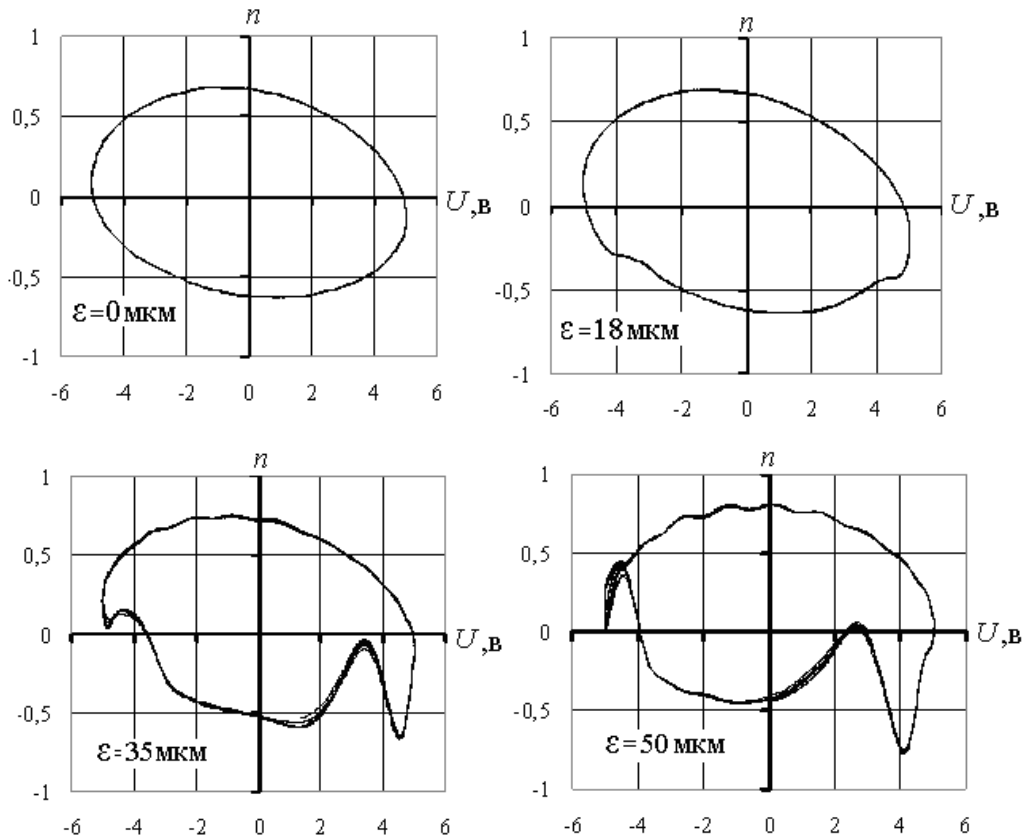


Рисунок 3.5 — Фигуры Лиссажу для различных величин люфта

По сигналам датчиков ускорений, устанавливаемых на тягах проводки, диагностируется местоположение люфта. При этом наблюдается следующая картина: наибольшие искажения фигур Лиссажу имеют место начиная с узла с люфтом и далее к заделке слабо затухают.

Для численного анализа искажений, которые вносят люфты в линейную систему, использовано преобразование Фурье применительно к фигурам Лиссажу. Производилась развертка фигуры Лиссажу по времени  $t$  и представлялась рядом Фурье:

$$n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^N \left[ A_k \cos \frac{2pkt}{T} + B_k \sin \frac{2pkt}{T} \right],$$

где

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T n(t) \cos \frac{2pkt}{T} dt, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad B_k = \frac{2}{T} \int_0^T n(t) \sin \frac{2pkt}{T} dt, \quad k = 0, 1, \dots, N.$$

Величину периода  $T$  определяли по отклику в каждой точке. Количество членов ряда выбирали таким, чтобы в каждый момент времени ряд описывал искомую функцию с такой же точностью, с какой она измерена в эксперименте. Затем выделяли первую гармонику и вычитали из полного сигнала, а в остатке определяли абсолютный максимум искажений за период. Этот максимум относили к амплитуде первой гармоники, и величину отношения, характеризующую искажения вызванные люфтом, обозначали как  $\xi$ . Выбор такого способа численной оценки искажений объясняется тем, что он позволяет косвенно оценить силу удара в люфте, так как эта сила пропорциональна величине люфта.

В таблице 3.1 показан пример локализации люфта, расположенного в узле № 6: о наличии люфта в этом узле свидетельствует резкий скачок величины параметра  $\xi$ .

Таблица 3.1 — Локализация люфта

№ датчика	1	2	3	4	5	6	7	8
$\xi$	10,42	8,82	5,99	26,28	9,83	101,62	59,67	43,64

Для определения величины люфта по результатам модальных испытаний отклоняемой поверхности была предложена формула:

$$\tau\delta = 3,5A_0 \left( 1 - \frac{\omega_e}{\omega_0} \right), \quad (3.1)$$

где  $\delta$  — величина люфта;  $\omega_e$  — минимальное значение собственной частоты вращения отклоняемой поверхности;  $\omega_0$  — собственная частота системы без люфта;  $A_0$  — амплитуда колебаний контрольной точки отклоняемой поверхности, при которой преодолевается статическое усилие в проводке управления;  $\tau$  — отношение перемещения дефектного узла к перемещению контрольной точки отклоняемой поверхности.

В таблице 3.2 приведены результаты вычисления люфта по формуле (3.1) для различных значений люфтов в узлах 3, 4 и 6 [172]. Из представленных результатов следует, что оценка величины люфта по предлагаемой методике является завышенной, но её погрешность не превышает 10%.



Таблица 3.2 — Оценка величины люфта

Номер узла	Истинный люфт (мкм)	Вычисленный люфт (мкм)
3	20	22
3	32	32
3	43	49
3	50	54
4	35	38,3
4	50	52,6
6	35	35,3
6	50	53,9

Если в проводке управления присутствует несколько люфтов, то по формуле (3.1) можно вычислить только суммарную величину люфта. В качестве примера рассмотрен случай двух люфтов: люфт 32 мкм в узле 3 и люфт 50 мкм в узле 5. Получаем результат: суммарный люфт равен 96,3 мкм. Местоположения люфтов определяются по величинам параметра  $\xi$ .

Итак, описанный метод позволяет выявить дефектную проводку управления, выделить в ней дефектные узлы и вычислить величины люфтов с достаточной точностью.

### **3.2 Искажения портретов колебаний как идентификационный признак люфтов в проводках управления и зазоров в местах стыковки агрегатов**

Изложенная выше методика выявления люфтов в проводках управления применяется в модальных испытаниях самолётов. Но использование фигур Лиссажу для контроля люфтов в прочностных испытаниях и эксплуатации ЛА представляется затруднительным по нескольким причинам:

- в процессе эксплуатации внешнее динамическое воздействие на отклоняемую поверхность неуправляемо и неизвестно, поэтому нельзя построить классические фигуры Лиссажу для определения положения дефектного узла;

- для оценки величины люфта необходимо знание минимального значения собственной частоты вращения отклоняемой поверхности, что невозможно без управляемого возбуждения колебаний с изменением частоты от большей к меньшей (рисунок 3.6);

- экспериментальное оборудование для вибропрочностных испытаний не позволяет, как правило, строить фигуры Лиссажу в режиме реального времени.

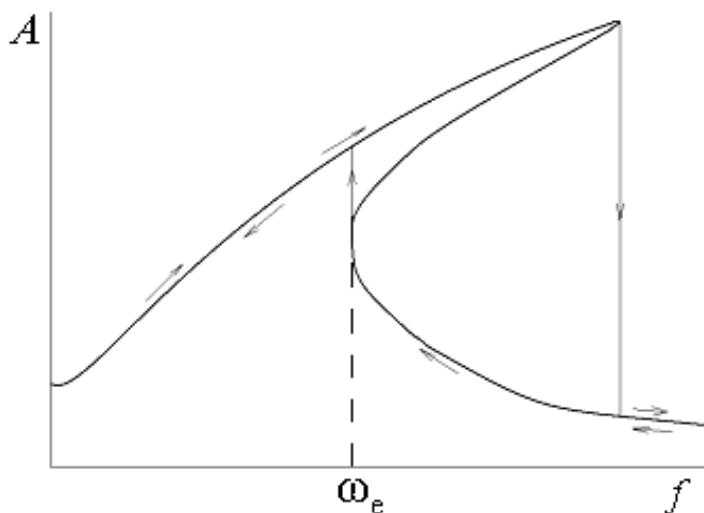


Рисунок 3.6 — Амплитудно-частотная характеристика отклоняемой поверхности с люфтом в проводке управления

Для определения идентификационных признаков люфтов (кроме фигур Лиссажу) при их контроле в процессе прочностных испытаний и эксплуатации ЛА были проведены экспериментальные исследования трех видов других фигур [174]. Во всех случаях вертикальная развертка производилась пропорционально ускорению  $n$  в узлах проводки управления, а горизонтальная развертка пропорционально:

- 1) первой гармонике ускорения  $n_1^1$  в контрольной точке 1 отклоняемой поверхности; (точка 1);
- 2) первой гармонике скорости  $v_1^1$  в контрольной точке 1;
- 3) первой гармонике ускорения  $n_1$  в узлах проводки управления, сдвинутой по фазе на  $\pi/2$ .

В качестве примера на рисунках 3.7–3.8 показаны описанные выше фигуры в узлах № 2-5, соответствующие повышенному люфту в узле № 3. Условно эти фигуры названы портретами колебаний (по аналогии с фазовым портретом), и в дальнейшем изложении им присвоены номера 1, 2, 3, 4. Номеру 4 соответствует фигура Лиссажу.

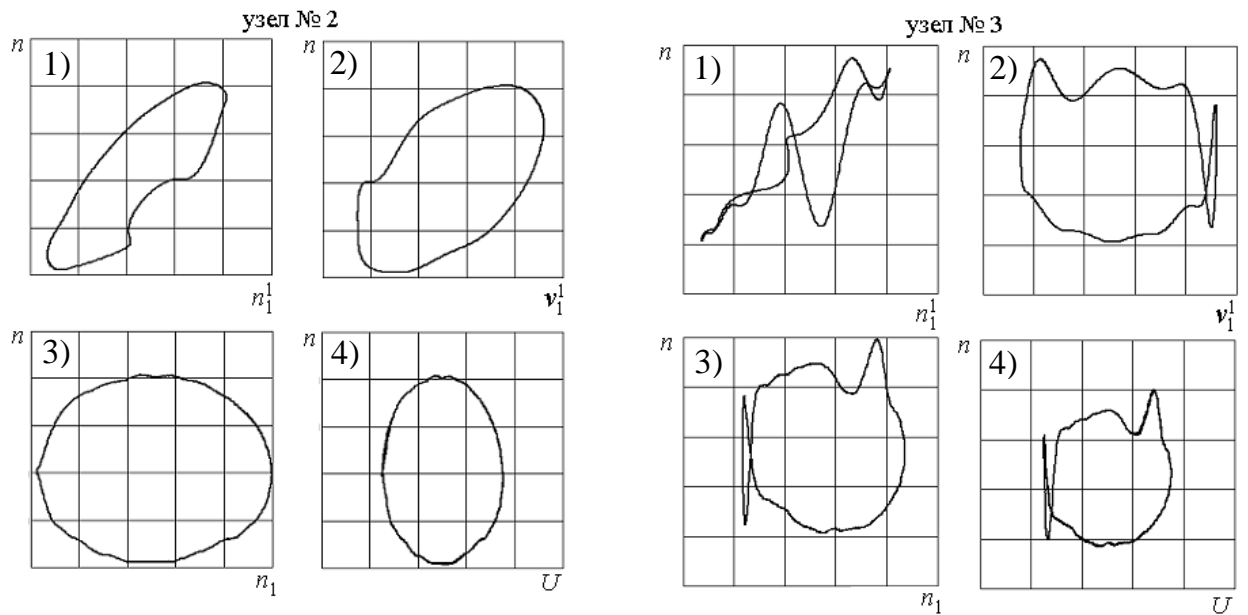


Рисунок 3.7 — Портреты колебаний в узлах № 2 и № 3

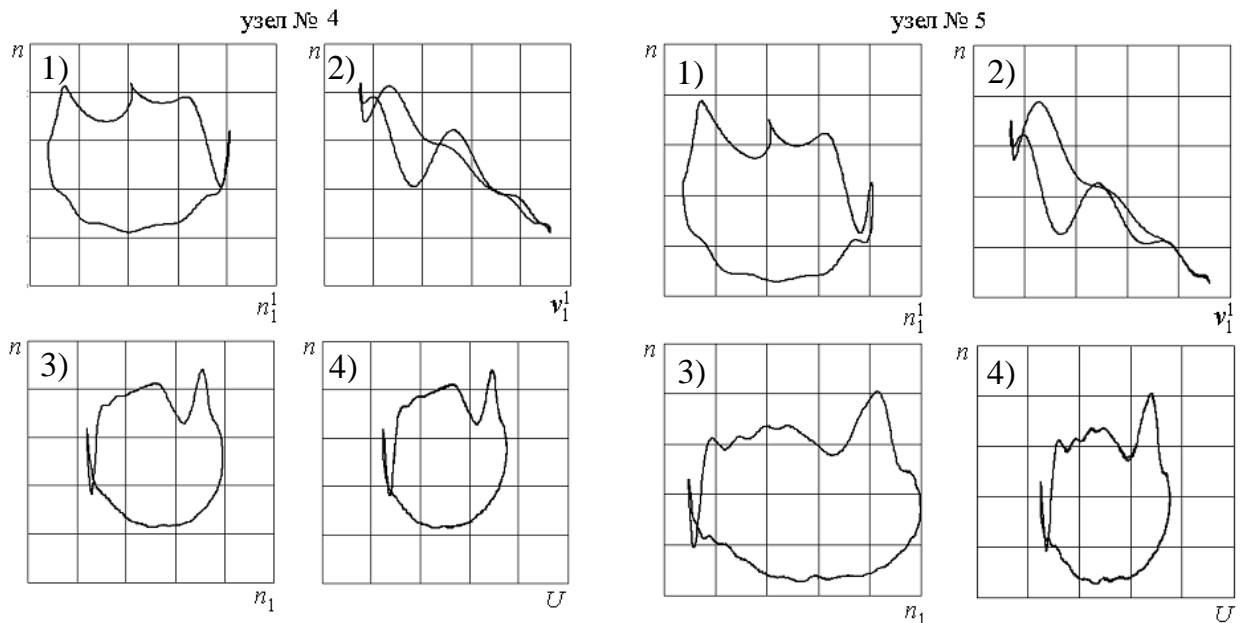


Рисунок 3.8 — Портреты колебаний в узлах № 4 и № 5

Отметим, что фигуры № 1, 2, 4 на резонансе линейной системы является эллипсами, а фигура № 3 — окружностью.

Для определения идентификационных признаков люфтов в контроле технического состояния подвижных соединений проводок управления, портреты колебаний № 1–3, показанные на рисунках 3.7–3.8, будем сравнивать с соответствующими фигурами Лиссажу. Кроме того, при проведении анализа портретов колебаний будем учитывать особенность конструкций механических систем передачи усилий и перемещений. В таких системах имеется не более двух элементов, расположенных по концам цепочки соеди-

нений «тяга-качалка», обобщённые массы которых значительно превышают инерционные характеристики деталей проводки управления. Элементами с преобладающей обобщённой массой являются, например, отклоняемые поверхности органов управления и, для ЛА с безбустерным (прямым) управлением, штурвал или ручка управления. Это означает, что при гармоническом внешнем воздействии вынужденные колебания инерционных элементов будут близкими к гармоническим, тогда как вибрации деталей проводки управления могут быть существенно нелинейными.

Из представленных на рисунках 3.7–3.8 результатов следует, что нелинейные искажения колебаний, вносимые люфтами, качественно наиболее близко к фигурам Лиссажу отслеживает портрет колебаний № 3. Следует отметить, что полученный результат не является очевидным, так как, учитывая описанную выше конструктивную особенность объекта исследований, наилучший результат должен был бы показать портрет № 1: колебания отклоняемой поверхности гармонические и происходят с частотой внешнего воздействия. Но этого не случилось из-за сдвига фаз между, с одной стороны, колебаниями отклоняемой поверхности и сигналом управляющего генератора, а с другой стороны — между колебаниями отклоняемой поверхности и колебаниями узлов проводки управления.

Для того, чтобы окончательно решить вопрос об идентификационном признаке люфтов, были сделаны численные оценки отличий портретов колебаний от эллиптической формы вследствие появления дефектов. Величины этих отличий определялись так же, как и в анализе искажений фигур Лиссажу: применительно к развертке портрета колебаний производилось преобразование Фурье, выделялась первая гармоника и вычиталась из полного сигнала, в остатке определялся абсолютный максимум искажений за период, который относился к амплитуде первой гармоники, и величина отношения обозначалась как  $\xi_i$ . Индекс  $i$  соответствует номеру портрета колебаний.

Результаты проведенных исследований для случая люфта в узле № 3 показаны на рисунке 3.9 (здесь  $N$  — номер узла проводки управления), из которых следует, что портрет колебаний № 2 не может являться идентификационным признаком люфтов. Максимальные искажения этого портрета не соответствуют положению дефекта. При этом распределения величин параметра  $\xi$  для портретов колебаний № 1 и № 3 позволяют выявить дефектный узел. Учитывая, что портрет колебаний № 3 не только количественно, но и качественно идентифицирует люфты в подвижных соединениях про-

водки управления самолётом, его следует принять в качестве идентификационного признака для локализации такого дефекта.

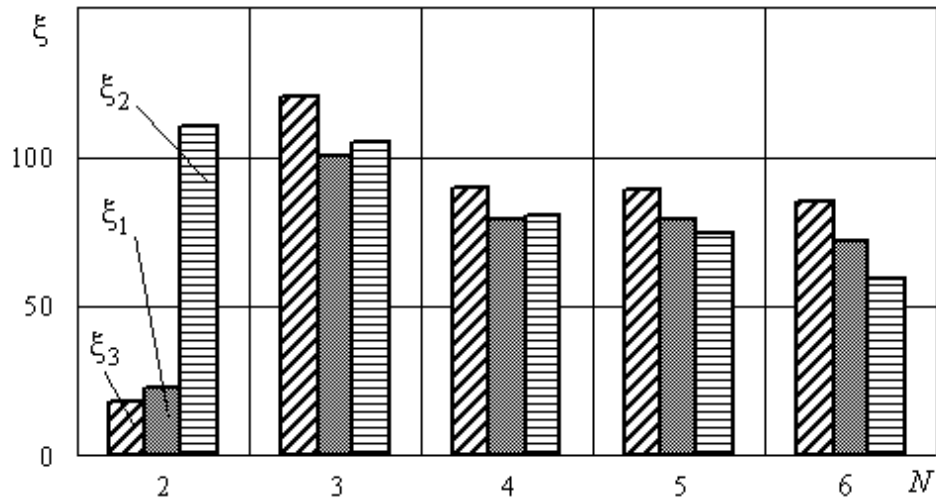


Рисунок 3.9 — Искажения портретов колебаний

Следующим этапом в решении задачи идентификации люфта является определение размера дефекта. Для этой цели необходимо привлечь результаты дополнительных экспериментальных исследований. Такой информацией является зависимость искажений портрета колебаний, возникающих при появлении люфта, от величины люфта для каждого узла проводки управления.

На рисунке 3.10 показан пример зависимости искажений портретов колебаний № 1 и № 3 от величины люфта в узле № 2. Несмотря на то, что портрет колебаний № 1 не может быть использован для локализации люфта, изменение величины дефекта в конкретном узле он отражает адекватно.

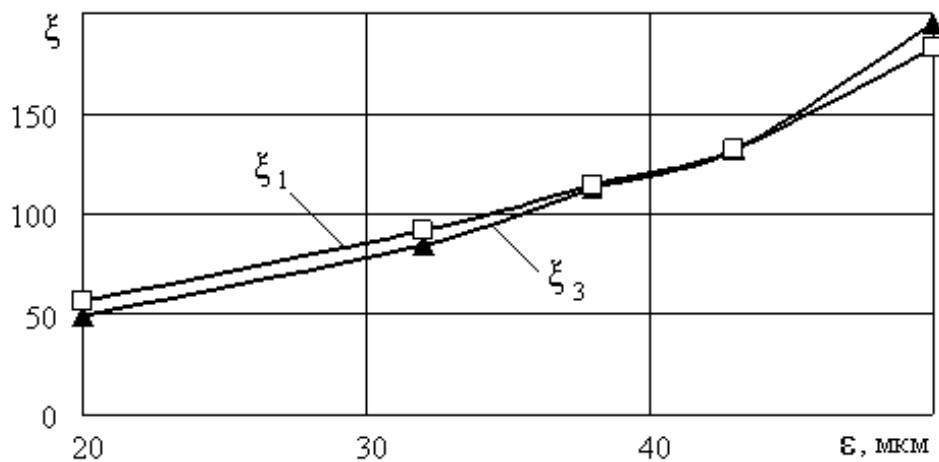


Рисунок 3.10 — Зависимости искажений портретов колебаний от величины люфта

Рисунок 3.11 иллюстрирует искажения портрета колебаний № 3 при различных величинах люфта в узле № 2.

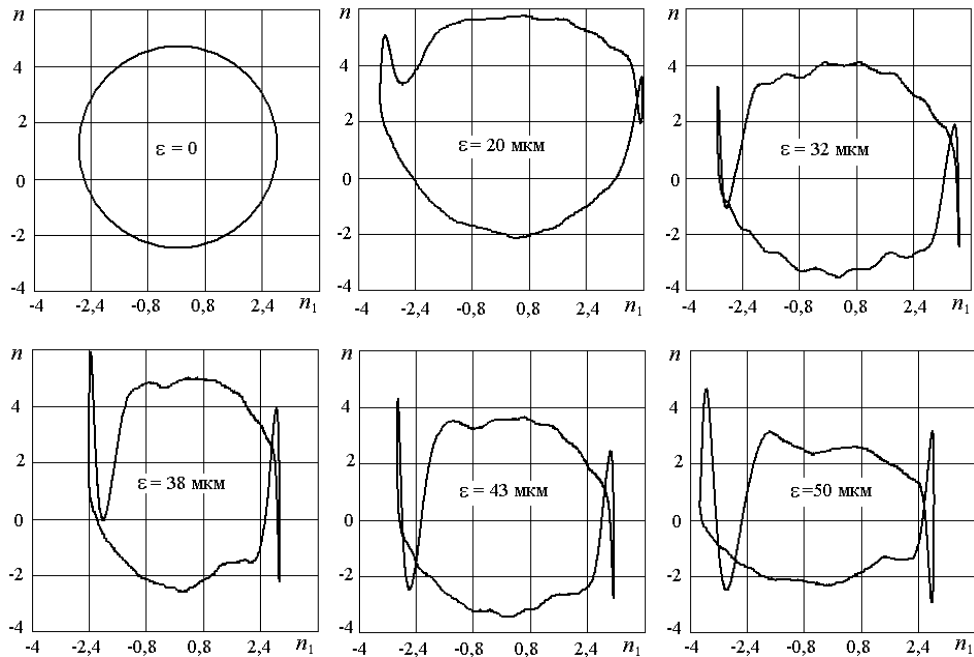
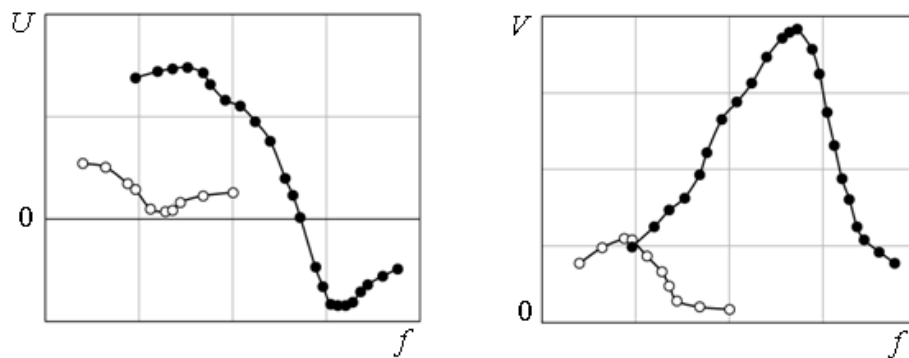


Рисунок 3.11 — Искажения портрета колебаний № 3 при различных величинах люфта

Из представленных результатов следует, что по искажениям портрета колебаний № 3 можно выявить дефектное подвижное соединение в проводках управления и оценить величину люфта.

По искажениям портрета колебаний № 3 можно не только выявлять повышенный люфт в проводках управления, но и обнаруживать зазоры в местах стыковки агрегатов.

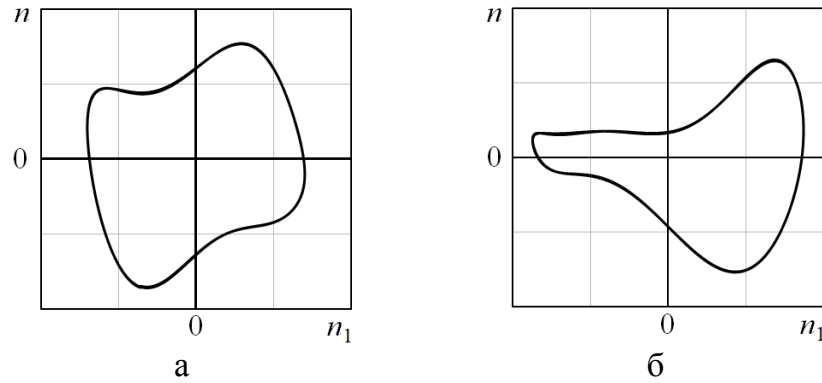
На рисунке 3.12 условно показаны АФЧХ переднего горизонтального оперения (ПГО) самолёта Су-30 в виде зависимостей действительной  $U$  и мнимой  $V$  составляющих отклика от частоты колебаний  $f$ . Как следует из этого рисунка, колебания симметричной конструкции не являются симметричными.



● — левое ПГО; ○ — правое ПГО

Рисунок 3.12 — АФЧХ горизонтального оперения

Были построены портреты колебаний по сигналам датчиков, расположенных симметрично на правом и левом ПГО (рисунок 3.13). Видно, что оба портрета имеют искажения, но для правого ПГО они более выраженные. Инструментальный контроль показал наличие повышенного зазора в сопряжении полуоси правого ПГО и корневого подшипника.



а — левое ПГО; б — правое ПГО

Рисунок 3.13 — Портреты колебаний ПГО

После замены подшипника АФЧХ горизонтального оперения приняли вид, близкий к симметричному (рисунок 3.14).

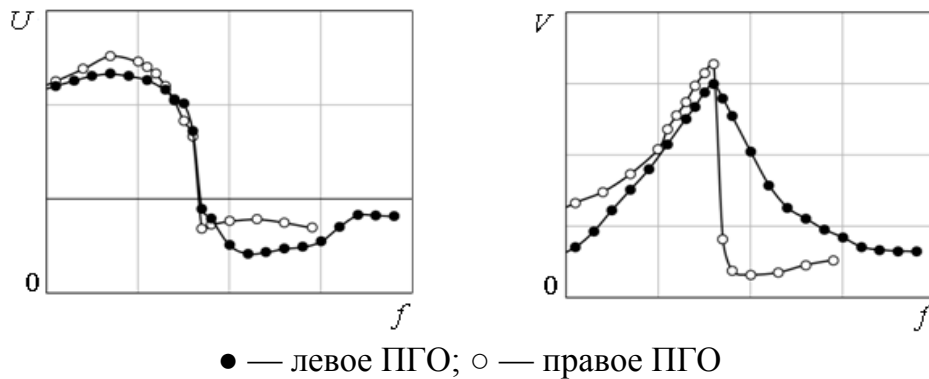
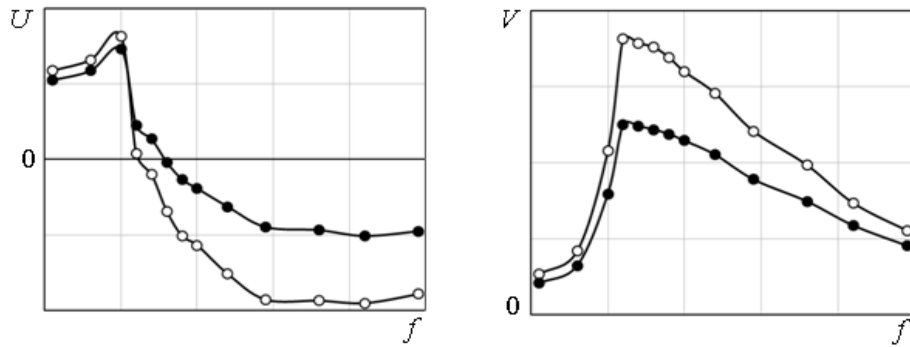


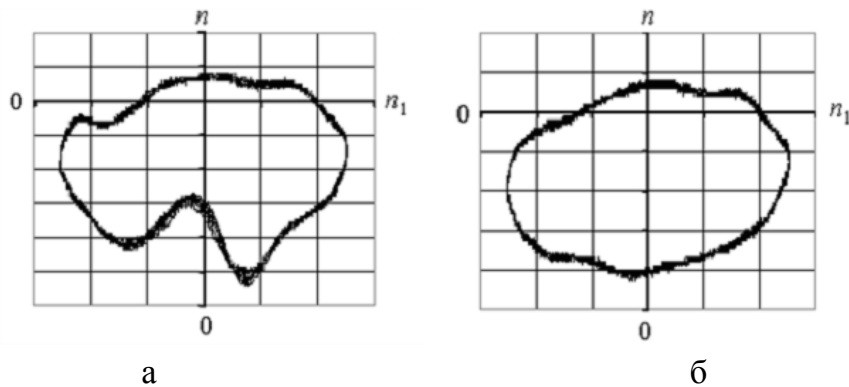
Рисунок 3.14 — АФЧХ горизонтального оперения после ремонта

Нарушение симметрии АФЧХ было обнаружено и у управляемого стабилизатора одного из самолётов Су-30 (рисунок 3.15). Портрет колебаний левой половины стабилизатора имел искажения, характерные для механической системы с зазором (рисунок 3.16). Попытка устранения зазора в коническом корневом подшипнике стабилизатора не увенчалась успехом, поэтому левая половина стабилизатора была заменена.



○ — правая половина стабилизатора; ● — левая половина стабилизатора

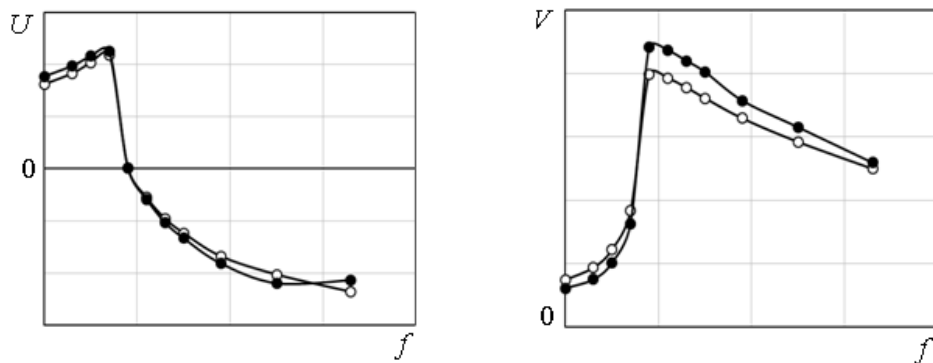
Рисунок 3.15 — АФЧХ управляемого стабилизатора



а — левая половина стабилизатора; б — правая половина стабилизатора

Рисунок 3.16 — Портреты колебаний управляемого стабилизатора

На рисунке 3.17 представлены АФЧХ управляемого стабилизатора после замены левой половины. Эта характеристика стала симметричной.



○ — правая половина стабилизатора; ● — левая половина стабилизатора

Рисунок 3.17 — АФЧХ управляемого стабилизатора после замены левой половины

Следующий пример: обнаружены свободные перемещения задней кромки створки ниши передней стойки шасси самолёта Су-34. Причиной этих перемещений, амплитуда которых составляла 5мм, являются зазоры в механизме закрытия створки. Необходимо было выявить дефектный узел механизма.



Фотография створки представлена на рисунке 3.18, а схема установки акселерометров с нумерацией узлов навески — на рисунке 3.19. Точки 7 и 8 находятся на узлах тяги механизма закрытия створки (рисунок 3.20).



Рисунок 3.18 — Створка ниши передней стойки шасси

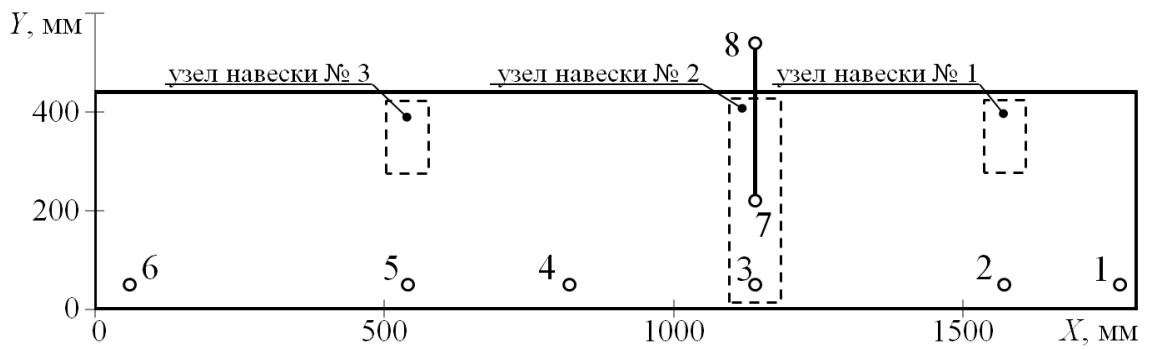


Рисунок 3.19 — Схема установки акселерометров

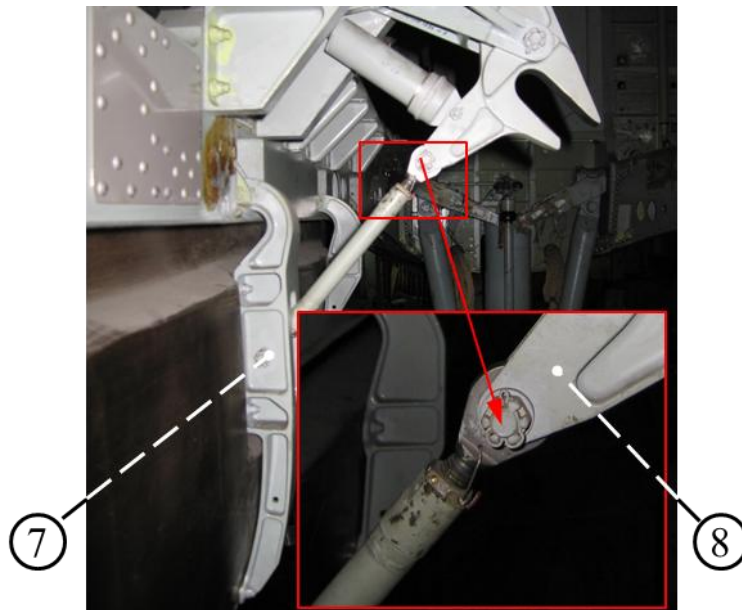


Рисунок 3.20 — Механизм закрытия створки

Вибрационное нагружение створки производилось на частоте, близкой к резонансной частоте колебаний вращения створки относительно узлов навески. Форма колебаний изображена на рисунке 3.21. Нейтральное положение створки показано линиями, места установки акселерометров отмечены точками.

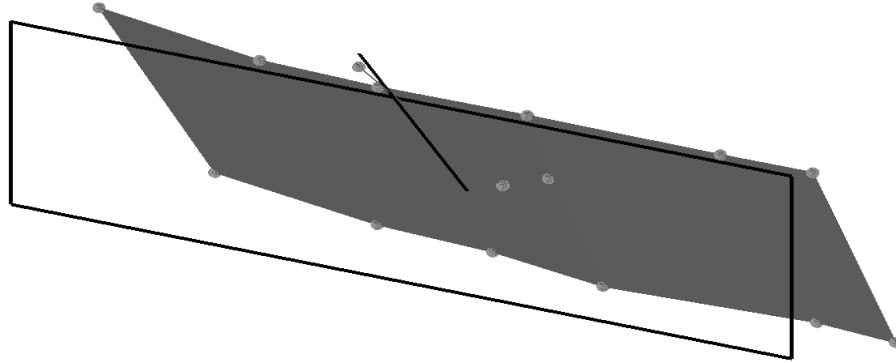


Рисунок 3.21 — Форма колебаний створки

По сигналам акселерометров построены портреты колебаний и вычислены значения параметра искажений портретов для трёх уровней перегрузки в точке возбуждения колебаний (точка № 3). Портреты колебаний в контрольных точках створки и величины  $\xi$  для разных уровней перегрузки  $n$  представлены на рисунках 3.22–3.24. Во всех случаях наибольшие искажения портретов колебаний происходили в точке № 8, соответствующей верхнему узлу крепления тяги механизма закрытия створки. Что подтверждает наличие в нём повышенного зазора.

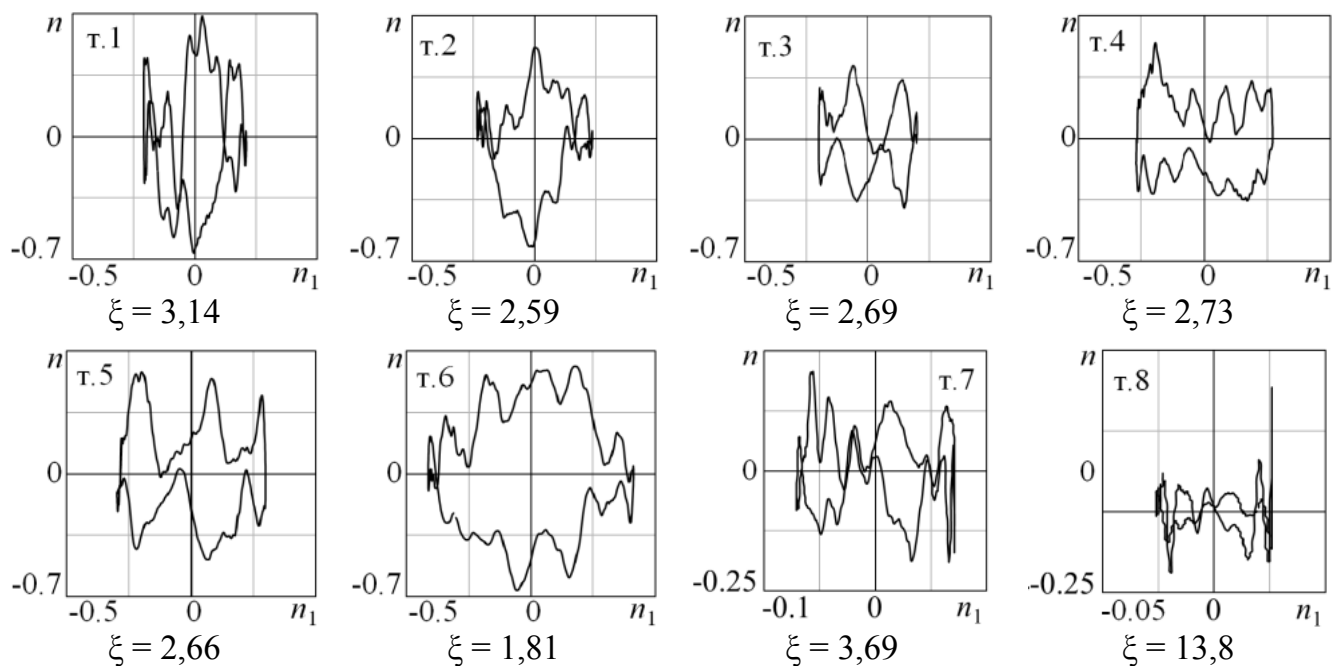
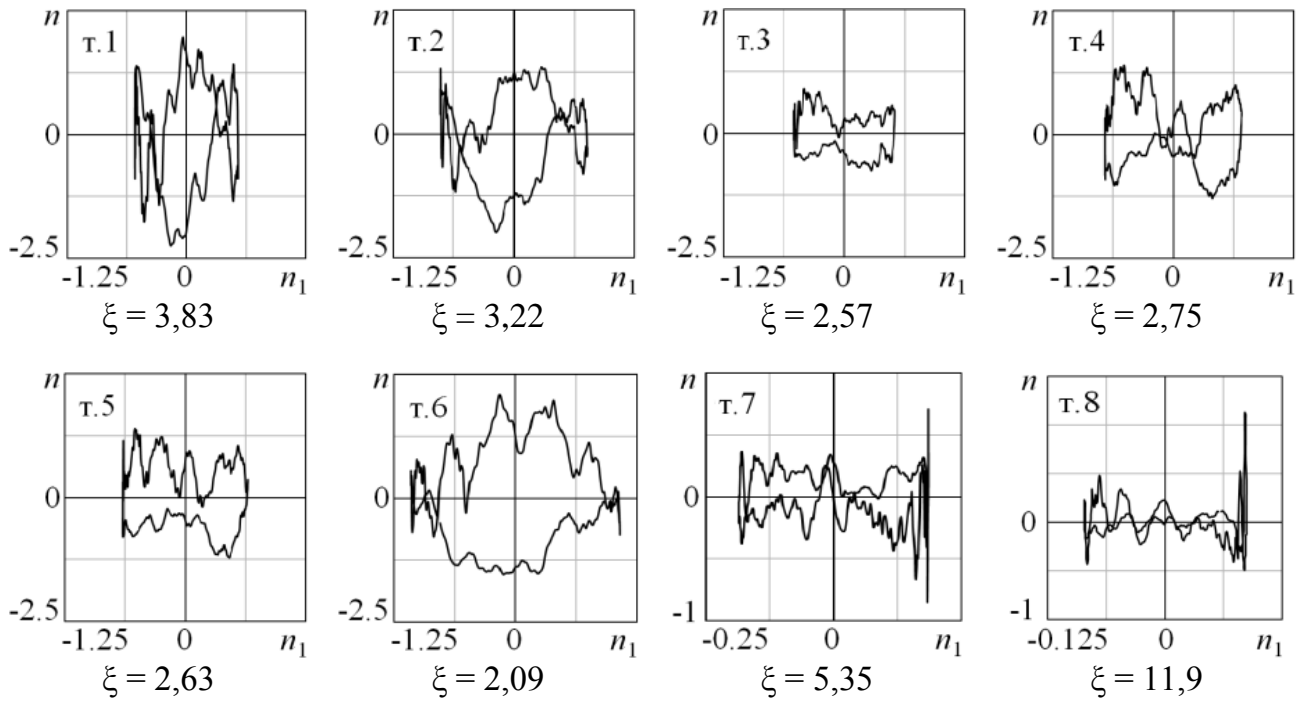
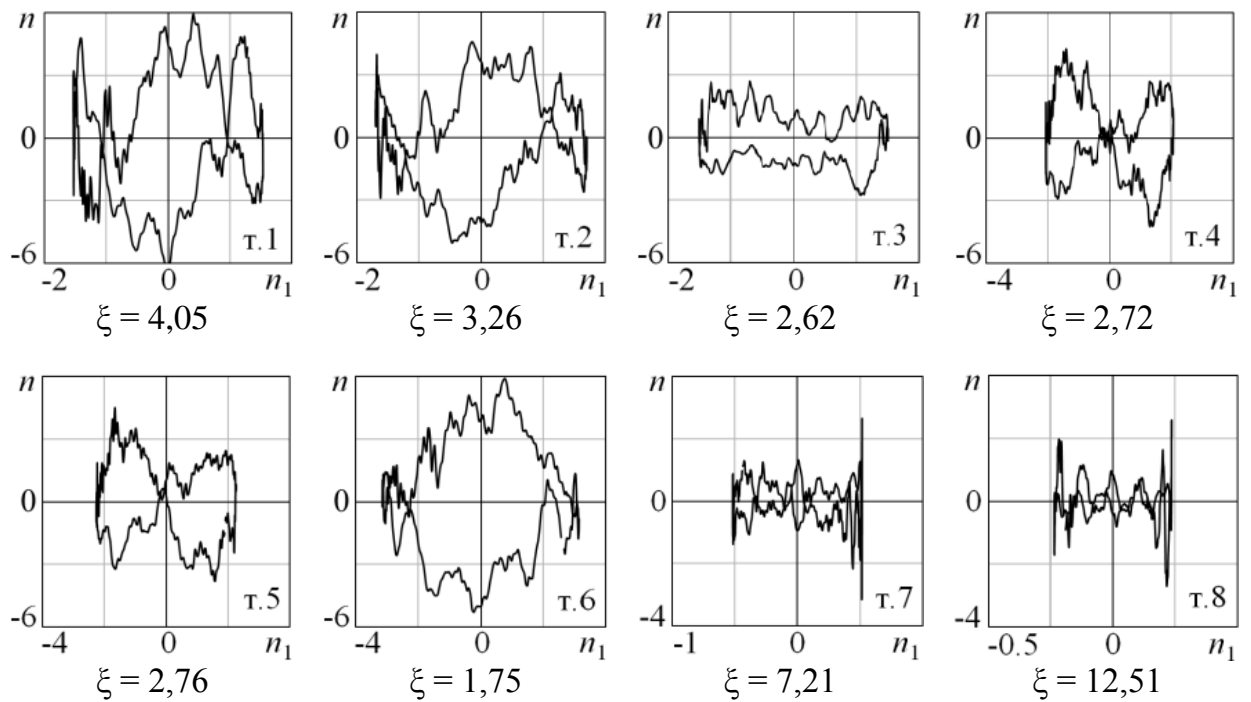


Рисунок 3.22 — Портреты колебаний створки,  $n_{т.3} = 0,2$

Рисунок 3.23 — Портреты колебаний створки,  $n_{т.3} = 0,5$ Рисунок 3.24 — Портреты колебаний створки,  $n_{т.3} = 1,5$ 

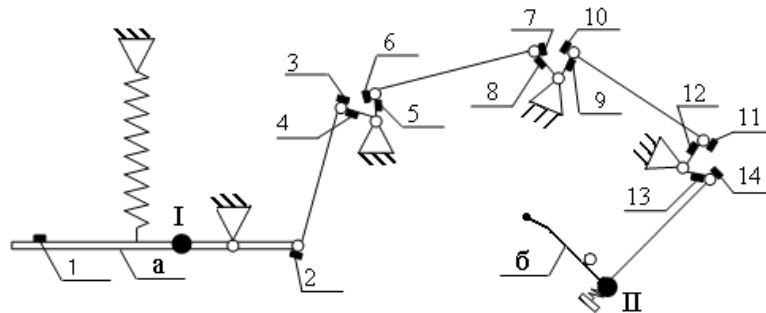
### 3.3 Особенности контроля люфтов в безбустерных системах управления

Лёгкие самолёты оснащаются, как правило, безбустерными или прямыми системами управления. В таких системах ручка управления самолётом жёстко связана с органом управления посредством проводки управления, которая является достаточно протя-

жённой. В работе [175] отмечено, что искажения фигур Лиссажу растут с удалением узлов проводки от органа управления не только из-за наличия люфтов и допустимых зазоров, но и из-за сухого трения в подвижных соединениях проводки управления. Это обстоятельство затрудняет идентификацию люфтов в протяжённых проводках управления, если люфты находятся в удаленных узлах.

В настоящей работе предложен способ улучшения идентификации люфтов в протяжённых проводках управления. Для лучшей локализации люфтов в узлах, удалённых от органа управления (основного инерционного элемента системы управления), в систему добавлен второй инерционный элемент в виде дополнительной массы, присоединённой к ручке управления. Кроме того, возбуждение колебаний системы управления производилось как с отклоняемой поверхности, так и с ручки управления.

Предложенный подход был реализован в контроле люфтов в макетной системе управления, кинематическая схема которой с указанием контрольных точек (места установки датчиков перегрузки) и точек приложения сил возбуждения (римские цифры) представлена на рисунке 3.25.



а — имитатор органа управления; б — ручка управления;

1–14 — места установки акселерометров; I–II — точки приложения сил

Рисунок 3.25 — Схема проводки управления

По измеренным в модальных испытаниях перегрузкам в узлах макетной проводки управления были сделаны оценки уровней нелинейных искажений сигналов всех датчиков вследствие появления люфтов в узлах 7 и 11. На рисунке 3.26 показаны уровни этих искажений при возбуждении колебаний в точке I и в точке II: без дополнительной массы — кривые 1, 1\*; с массой  $m/2$  — кривые 2, 2\*, и массой  $m$  — кривые 3, 3\* (звездочкой обозначен результат, полученный при возбуждении колебаний в точке II). Величина дополнительной массы  $m$  сопоставима с обобщённой массой органа управления.

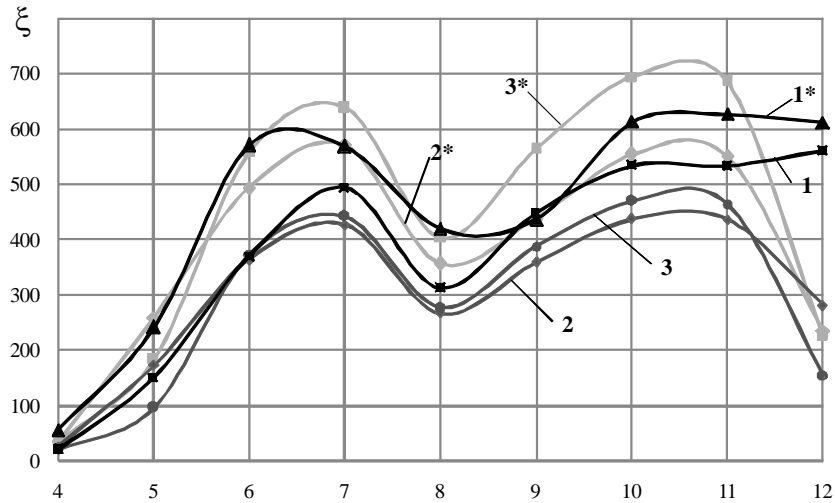


Рисунок 3.26 — Уровни искажений фигур Лиссажу в контрольных точках

Результаты проведенных исследований позволили сделать следующие выводы:

- искажения фигур Лиссажу в узлах, находящихся после дефектного узла вдали от органа управления, практически не затухают независимо от места возбуждения колебаний;
- установка дополнительной массы в совокупности с приложением возбуждающей силы к ручке управления позволяет значительно повысить эффективность выявления дефектных узлов проводки, удаленных от органа управления;
- уровни погрешностей в оценках величин люфтов по формуле (3.1) не зависят от выбора точки возбуждения колебаний проводки управления.

На рисунке 3.27 показана характерная фигура Лиссажу для удаленного от органа управления узла, в котором присутствует люфт.

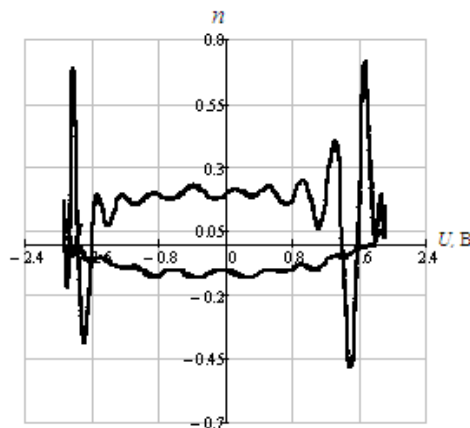


Рисунок 3.27 — Фигура Лиссажу в удаленном узле с люфтом

Примером самолёта с безбустерной системой управления и протяженной проводкой управления является учебно-тренировочный самолёт первоначальной подготовки летчиков Як-152. В модальных испытаниях Як-152 (рисунок 3.28) контролировались

люфты в проводке управления рулём высоты. На рисунке 3.29 представлена схема самолёта, на которой отмечены и пронумерованы места установки датчиков ускорений. Номера датчиков, по сигналам которых были построены фигуры Лиссажу, вынесены в кружочки.



Рисунок 3.28 — Модальные испытания самолёта Як-152

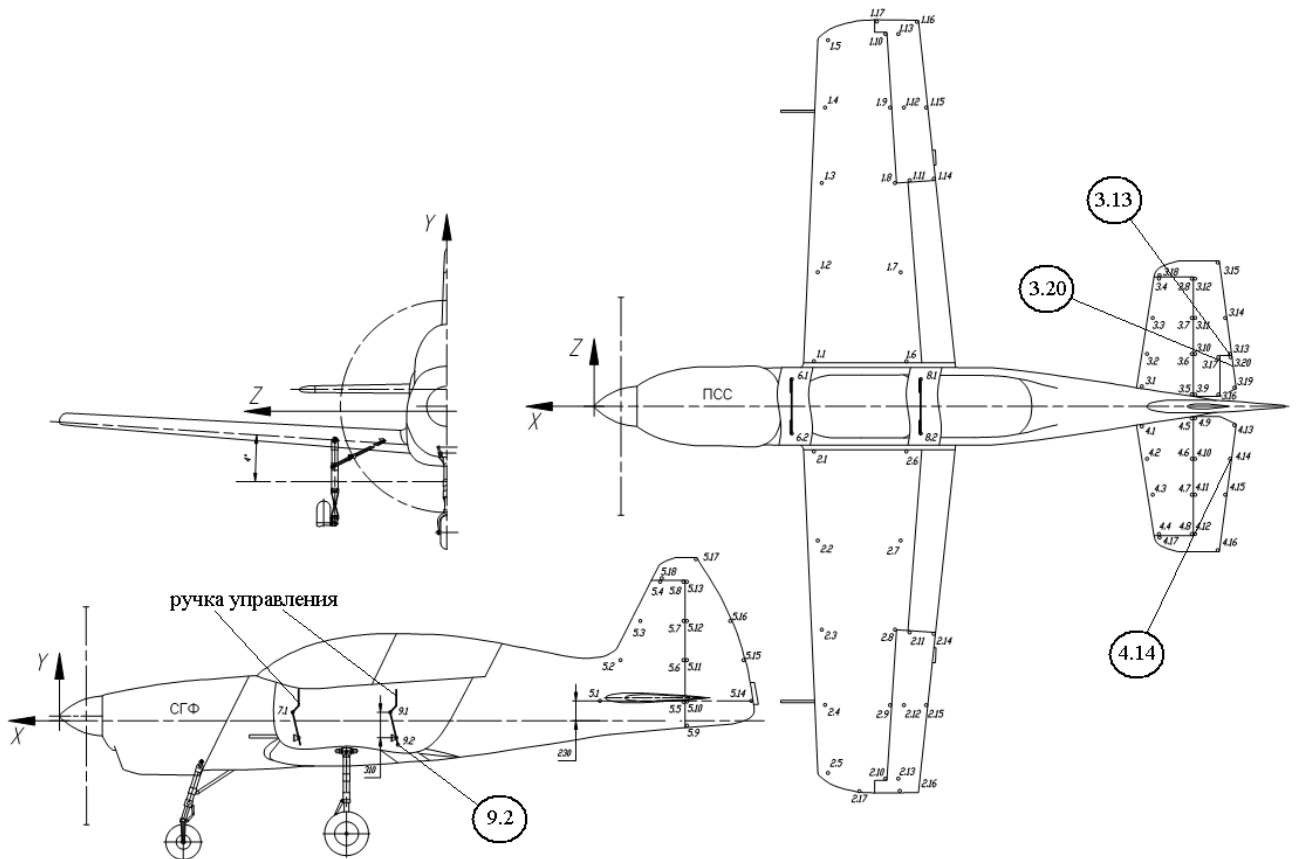


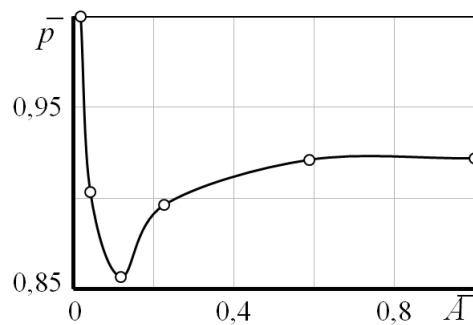
Рисунок 3.29 — Схема самолёта Як-152

Были реализованы следующие варианты испытаний:

- возбуждение колебаний системы управления осуществлялось приложением возбуждающей силы к рулю высоты при зажатых ручках управления;
- возбуждение колебаний системы управления осуществлялось одновременным приложением возбуждающих сил к ручке управления в передней кабине и к рулю высоты при свободных ручках управления.

В модальных испытаниях получены следующие результаты:

- зависимость частоты фазового резонанса руля высоты от амплитуды колебаний существенно нелинейная и характерна для системы с люфтом (рисунок 3.30);



$\bar{p}$  — отношение частоты фазового резонанса к её максимальному значению;

$\bar{A}$  — отношение амплитуды колебаний руля к её максимальному значению

Рисунок 3.30 — Зависимость частоты фазового резонанса руля от амплитуды колебаний

- искажения фазового портрета, построенного по сигналу датчика 9.2 (д. 9.2 на рисунке 3.31а), указывают на наличие люфта в соединении ручки управления задней кабины с проводкой управления. Вид портрета колебаний д. 9.2 качественно совпадает с фигурой Лиссажу, соответствующей удаленному узлу с люфтом в протяженной проводке управления (рисунок 3.27);

- нелинейные искажения портретов колебаний руля высоты (рисунки 3.31б и 3.31г) и триммера (рисунок 3.31в) указывают на то, что люфт в соединении ручки управления с проводкой управления имеет значительную величину.

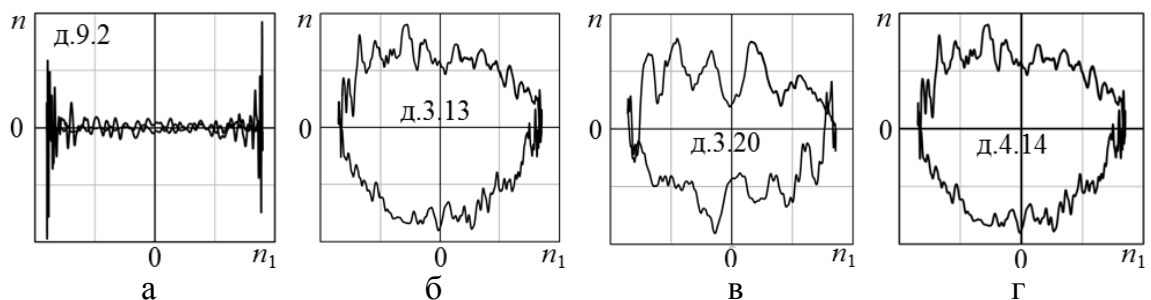


Рисунок 3.31 — Портреты колебаний элементов системы управления Як-152

### 3.4 Контроль повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей по фазовым портретам

Экспериментальные исследования динамических характеристик органов управления самолётом нередко приводят к следующим результатам:

- резонансные частоты колебаний симметрично расположенных отклоняемых поверхностей отличаются друг от друга в исследуемом диапазоне амплитуд, но формы колебаний одинаковы;

- резонансные частоты колебаний отклоняемых поверхностей испытываемого самолёта отличаются от аналогичных частот испытанных ранее самолётов одного типа, но формы колебаний не меняются;

- резонансные частоты колебаний симметрично расположенных отклоняемых поверхностей отличаются друг от друга, и (или) резонансные частоты колебаний отклоняемых поверхностей испытываемого самолёта отличаются от аналогичных частот испытанных ранее самолётов одного типа, и формы колебаний могут претерпевать изменения.

Под резонансными частотами здесь обычно понимаются частоты фазового резонанса, а под формой колебаний — конфигурация резонансных колебаний.

Первые два из описанных выше вариантов являются следствием, как правило, повышенных люфтов в проводках управления отклоняемыми поверхностями. Эти случаи изучены выше. Третий вариант на примере исследований форм вращения флаперонов двух самолётов, которые условно названы «тип А» и «тип Б», рассмотрен в работах [145, 147, 175]. Здесь кратко изложим содержание этих работ.

На рисунке 3.32 представлены формы резонансных колебаний левого и правого флаперонов самолёта типа Б. Возбуждение колебаний производилось одновременно и симметрично с обоих флаперонов. Здесь  $Y$  — нормированные формы колебаний крыла и флаперона, причем на верхнем рисунке нормирование производилось к перемещениям концевой точки задней кромки правой половины крыла, а на нижнем — к перемещениям концевой точки задней кромки левой половины крыла. Ось  $Z$  совпадает со строительной горизонталью крыла.

На рисунке 3.32 и на рисунках далее использованы следующие обозначения:  $\Delta$  — передняя кромка флаперона крыла;  $\blacktriangle$  — задняя кромка флаперона крыла;  $\diamond$  — передняя кромка крыла;  $\blacklozenge$  — задняя кромка крыла.



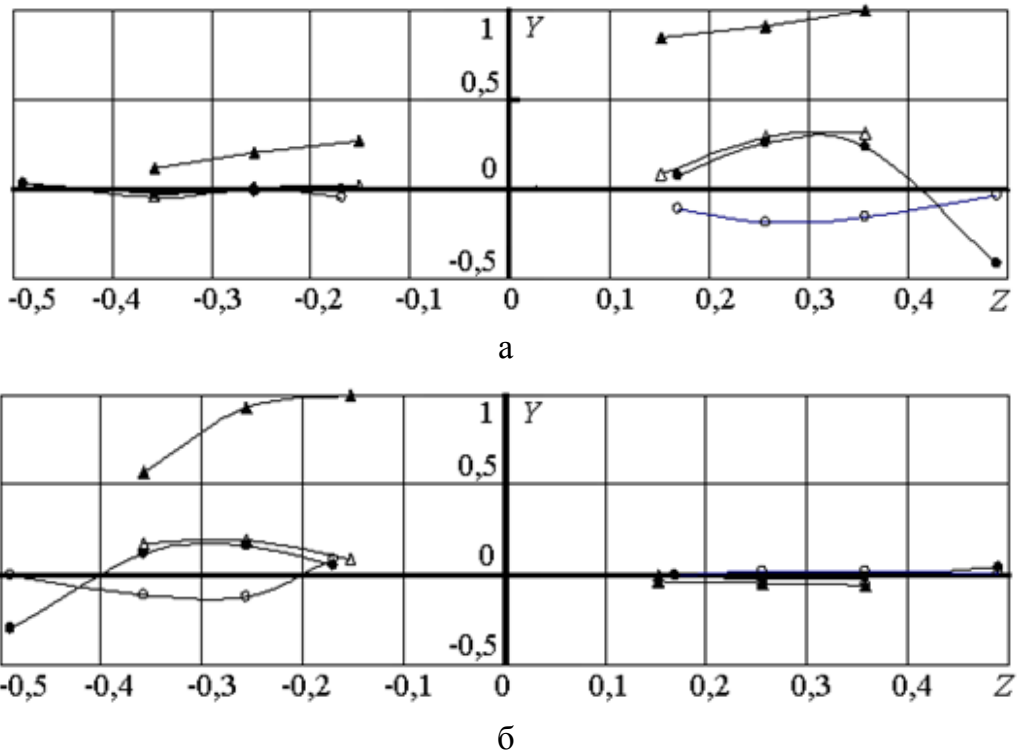


Рисунок 3.32 — Симметричное вращение на резонансной частоте правого (а) и левого (б) флаперонов самолёта типа Б

На рисунке 3.33 показаны зависимости резонансных частот  $p$  флаперонов, отнесённых к наименьшей (в исследуемом диапазоне амплитуд колебаний) резонансной частоте правого флаперона, от амплитуд колебаний  $A$  в контрольных точках на задних кромках флаперонов. Буквой  $F$  обозначена амплитуда возбуждающей силы в ньютонах.

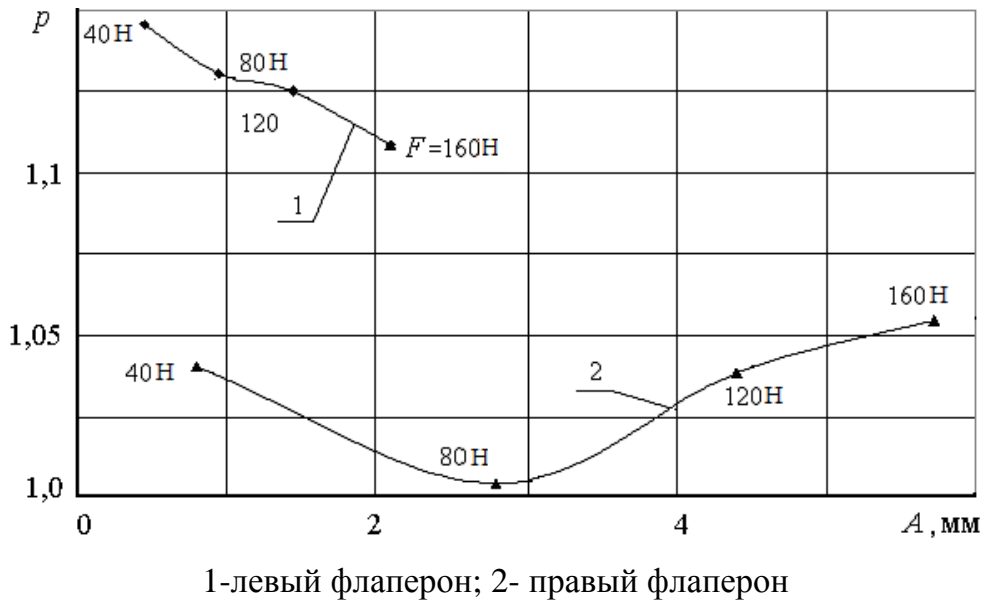


Рисунок 3.33 — Зависимость резонансной частоты от амплитуды колебаний

Из представленных результатов испытаний видно, что форма колебаний левого флаперона существенно отличается от формы колебаний правого. Кроме того, анализ результатов испытаний других изделий типа Б показал, что форма колебаний левого флаперона не является типичной для этого изделия. Аналогичные результаты получены и для одного из изделий типа А (рисунок 3.34).

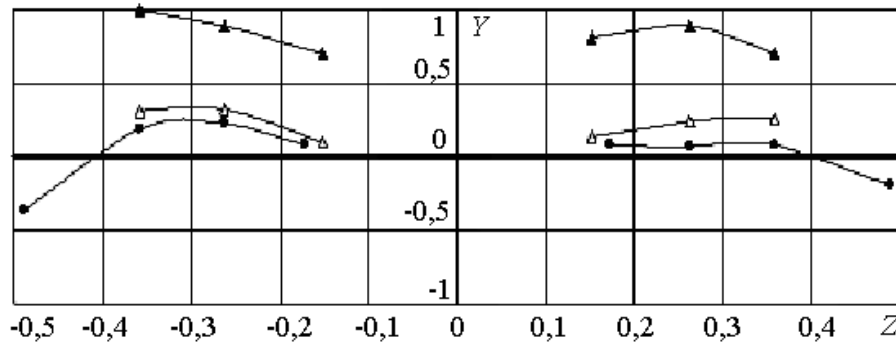


Рисунок 3.34 — Симметричное вращение флаперонов изделия типа А

Было сделано предположение, что обнаруженные в испытаниях отклонения динамических характеристик могут являться следствием несоосности опор флаперона. В этом случае в опорах, которые представляют собой шаровые подшипники скольжения, возникают дополнительные усилия, которые приводят к повышенному трению, то есть и к смещению резонансных частот и изменению форм резонансных колебаний.

Следует отметить, что поскольку флапероны имели по шесть опор, то такая механическая система является статически неопределимой. Расчётные исследования показали, что смещения опор приводят к значительным дополнительным усилиям в них. Кроме того, сместить можно только концевые опоры, так как для смещения других опор необходимы нереально большие усилия.

Для проверки правильности этого предположения был сделан следующий эксперимент: от флаперонов изделия типа А были отсоединены слева и справа концевые опоры и проведены повторные испытания. В результате резонансные частоты вращений левого и правого флаперонов стали близкими, а формы колебаний близкими к симметричным (рисунок 3.35). Проведённый далее инструментальный контроль показал, что концевая опора правого флаперона была смещена на 3 мм относительно штатного положения. Аналогичное смещение было обнаружено и на концевой опоре левого флаперона самолёта типа Б.

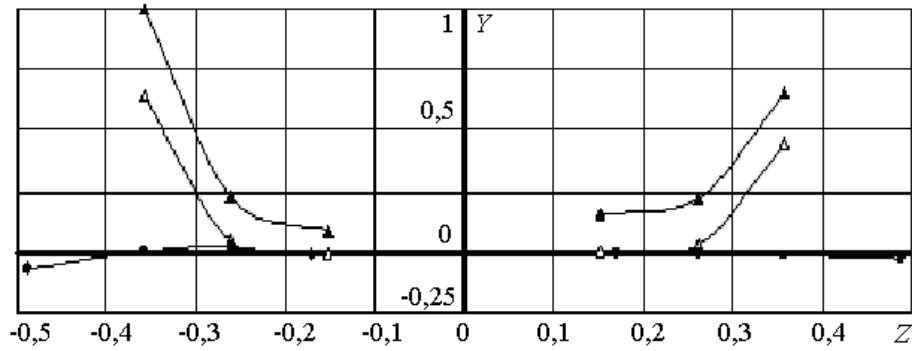


Рисунок 3.35 — Симметричное вращение флаперонов без концевых опор

Результаты испытаний после устранения смещений не выявили существенных различий в резонансных частотах и формах колебаний флаперонов обоих изделий.

Проведенный комплекс расчетных и экспериментальных исследований для идентификации несоосности опор отклоняемых поверхностей не может быть выполнен в объеме и сроках резонансных испытаний самолёта. А это означает, что дефект не будет вовремя обнаружен и устранен. Поэтому для оперативного выявления дефекта было установлено, какими динамическими характеристиками обладает отклоняемая поверхность со смещенной опорой. Для чего наряду с расчётными были проведены и лабораторные экспериментальные исследования.

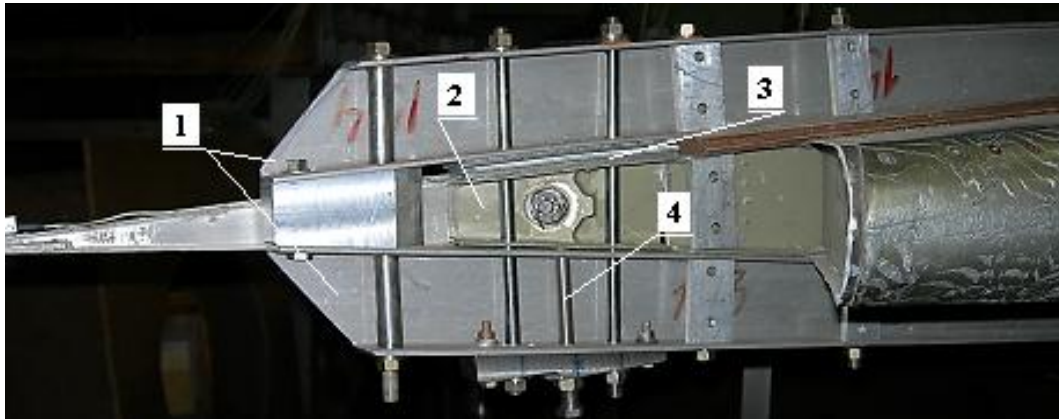
Для изучения этого явления в лабораторных условиях был создан стенд, в котором объектом испытаний являлся стабилизатор и руль высоты (РВ) самолёта Ту-154. Стабилизатор был вывешен на тросах, возбуждающая сила прикладывалась к задней кромке руля с помощью электродинамического силового возбудителя (рисунок 3.36).



1 — ЭДСВ; 2 — кронштейн РВ; 3 — тяга; 4 — кронштейн стабилизатора

Рисунок 3.36 — Стенд для испытаний органа управления со смещенной опорой

Для создания смещения опоры отклоняемой поверхности часть нервюры стабилизатора с концевым узлом навески руля была вырезана и зажата между двумя швеллерами, закрепленными на стабилизаторе (рисунок 3.37). Между верхней поверхностью вырезанного узла и нижней поверхностью верхнего швеллера был установлен пакет (3) из пластин разной толщины. Убирая пластины из пакета и поджимая винт (4), можно получить различные величины несоосности установки концевой опоры руля.



1 — швеллер; 2 — концевая нервюра с узлом навески руля; 3 — пакет пластин; 4 — винт

Рисунок 3.37 — Концевая опора руля

По результатам модальных испытаний РВ получено, что с увеличением смещения опоры растет резонансная частота колебаний вращения руля (рисунок 3.38). Этот результат качественно совпадает с аналогичным результатом, полученным в натурных испытаниях. На рисунке 3.38 приняты следующие обозначения:  $p$  — частота фазового резонанса руля,  $p_a$  — частота амплитудного резонанса руля;  $e$  — смещение концевой опоры руля. Близость частот амплитудного и фазового резонансов между собой является следствием хорошего выделения тона вращения руля.

Отмечено, что причины роста резонансной частоты колебаний вращения руля с увеличением смещения его опоры заключаются в следующем:

- в результате смещения опоры «выбираются» люфты в проводке управления;
- в результате смещения опоры возникают силы сухого трения в узлах навески руля, которые могут достигать значительных величин. До того момента, пока силы, действующие на руль, не превысят силы трения, жёсткость вращения руля определяется не только жёсткостью проводки управления, но и жёсткостью конструкции стабилизатора и руля. Которая существенно выше жёсткости проводки управления;

- следствием появления сухого трения в опорах отклоняемой поверхности являются искажения фазовых портретов колебаний поверхности (рисунок 3.39). Фазовый портрет линейной системы — эллипс.

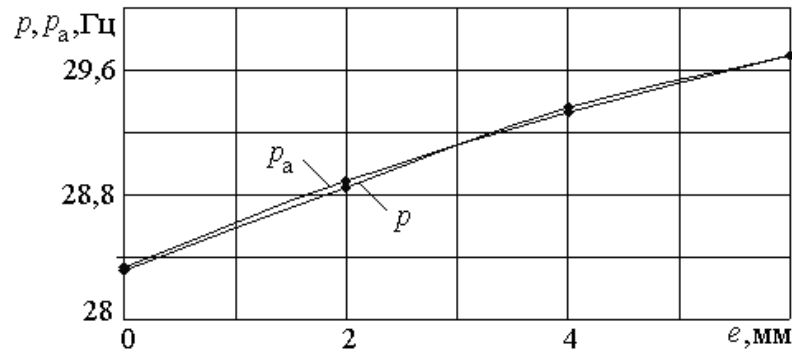
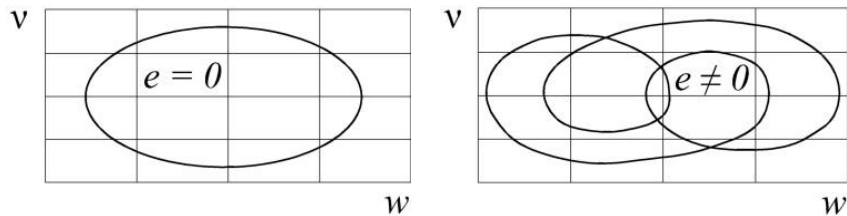


Рисунок 3.38 — Зависимости частот амплитудного и фазового резонансов от смещения опоры



$w, v$  — перемещение и скорость колебаний контрольной точки поверхности,  
 $e$  — смещение опоры

Рисунок 3.39 — Фазовые портреты системы с сухим трением

Таким образом, проведенные исследования показали, что следствиями смещения опор отклоняемой поверхности является рост резонансной частоты колебаний вращения поверхности, искажения фазовых портретов и форм резонансных колебаний. Эти факторы позволяют установить наличие несоосности в установке опор поверхностей в процессе модальных испытаний самолёта.

### 3.5 Искажения портретов колебаний как идентификационный признак повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей

Дальнейшие исследования показали, что искажения фазовых портретов колебаний могут использоваться в качестве идентификационного признака сухого трения в опорах отклоняемых поверхностей только при малых отклонениях органов управления [145]. Эти отклонения настолько малы, что должны соответствовать моменту сил внеш-

него возбуждения, сопоставимому с моментом сил трения. Измерения перемещений такого уровня сопряжены с большими погрешностями.

Для установления идентификационных признаков в контроле сухого трения были проведены экспериментальные исследования тех же трех видов фигур, что и при диагностировании люфтов. В качестве объекта испытаний был также использован стабилизатор самолёта Ту-154 с рулем высоты. Схема установки акселерометров в контрольных точках РВ показана на рисунке 3.40.

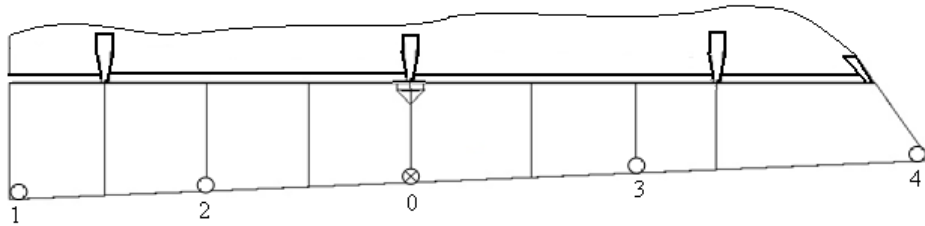


Рисунок 3.40 — Схема установки акселерометров на руле высоты

Рассматривались следующие портреты колебаний РВ: вертикальная развертка пропорциональна ускорению  $n$  в контрольных точках на отклоняемой поверхности (точки № 1–4), а горизонтальная развертка пропорционально:

- 1) первой гармонике ускорения  $n_0^1$  в контрольной точке № 0;
- 2) первой гармонике скорости  $v_0^1$  в контрольной точке № 0;
- 3) первой гармонике ускорения  $n_1$  в соответствующей контрольной точке, сдвинутой по фазе на  $\pi/2$ .

Портреты колебаний строились по результатам измерений вибраций в точках № 1–4 для различных величин смещения концевой опоры  $e$ . Отклонения этих фигур от фигур линейной системы так же, как и в контроле люфтов в проводках управления, характеризовались параметром  $\xi$ : из сигнала датчика вычиталась первая гармоника, в остатке определялся абсолютный максимум искажений за период, который относился к амплитуде первой гармоники.

На рисунке 3.41 показаны портреты колебаний при  $e = 0$ .

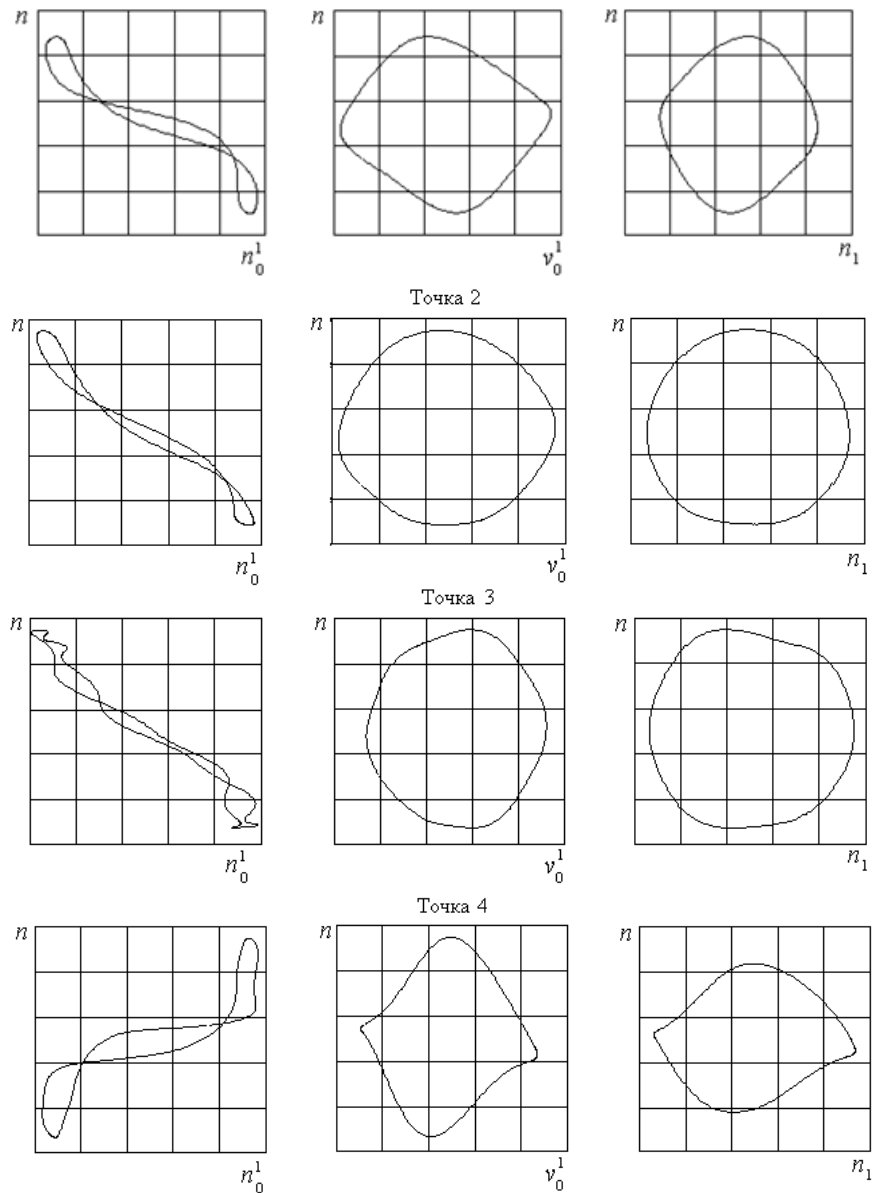


Рисунок 3.41 — Портреты колебаний в точках № 1–4 при  $e = 0$

На рисунке 3.42 представлены характеристики искажений портретов колебаний.

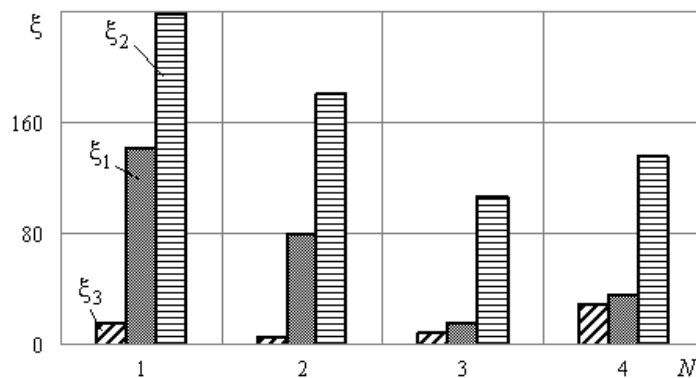


Рисунок 3.42 — Искажения портретов колебаний при  $e = 0$

Как следует из этих результатов, даже при штатном положении концевой опоры вынужденные колебания руля несколько отличаются от колебаний линейной системы.

С ростом силы трения (увеличением смещения концевой опоры  $e$ ) портреты колебаний меняются. Численно эти изменения для точки № 4 иллюстрирует рисунок 3.43, а их распределения между точками измерений при  $e = 4$  мм — рисунок 3.44.

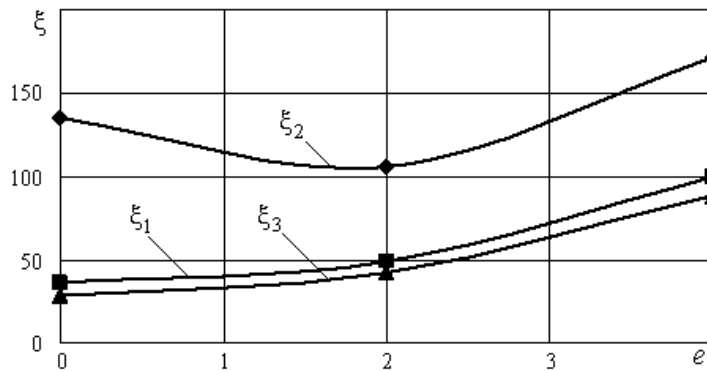


Рисунок 3.43 — Искажения портретов колебаний в точке № 4

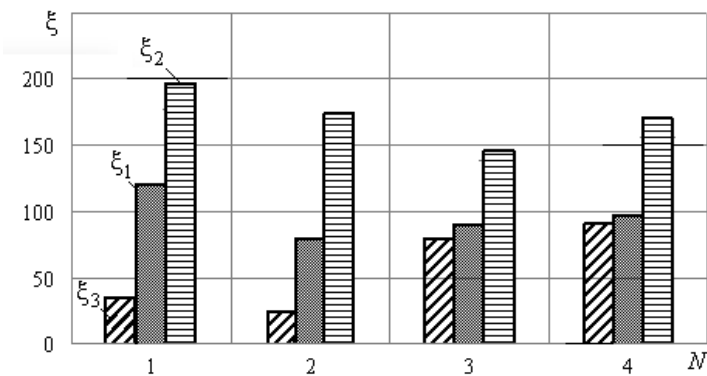


Рисунок 3.44 — Искажения портретов колебаний при  $e = 4$  мм

На рисунках 3.45–3.46 показаны портреты колебаний при  $e = 4$  мм.

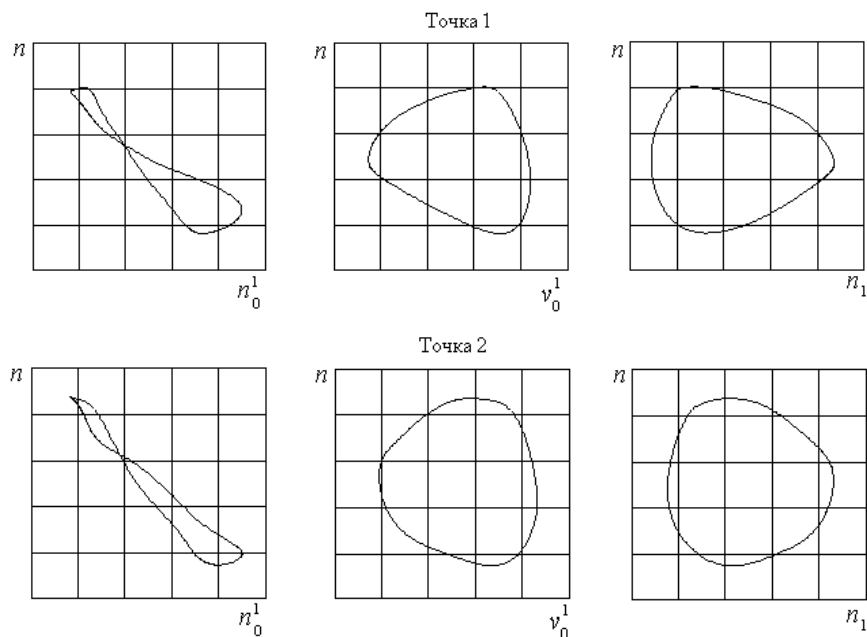


Рисунок 3.45 — Портреты колебаний в точках 1 и 2 при  $e = 4$  мм



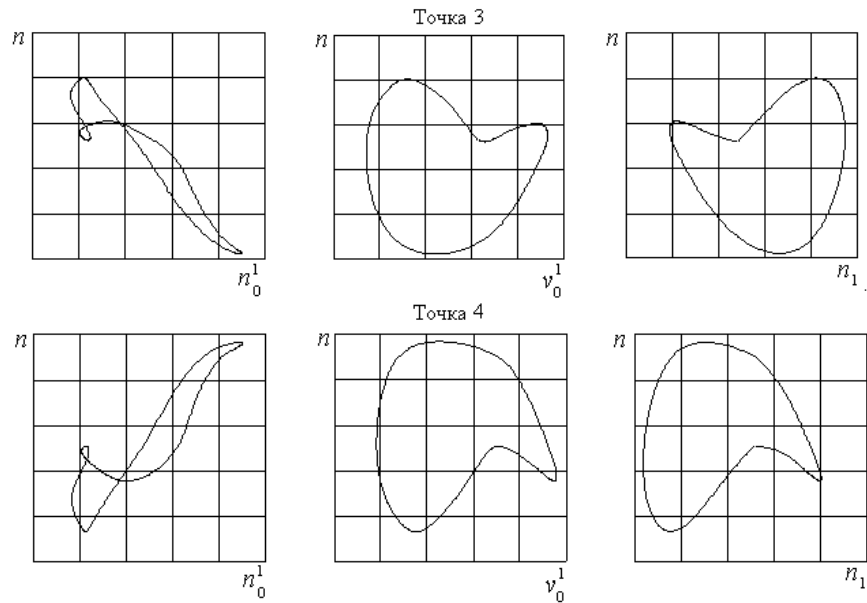


Рисунок 3.46 — Портреты колебаний в точках 3 и 4 при  $e = 4$  мм

Из рисунков 3.41–3.46 следует:

- портреты колебаний № 2 и № 3 качественно одинаково отражают наличие сухого трения в объекте контроля, что может быть использовано для контроля достоверности результатов анализа экспериментальных данных;
- искажения портрета колебаний № 2 не соответствуют изменению величины сухого трения;
- искажения портретов колебаний № 1 и № 2 не позволяют различать опоры, в которых разное сухое трение.

На основании представленных результатов исследований можно сделать вывод о том, что портрет колебаний № 3 может быть принят в качестве идентификационного признака сухого трения. Это заключение базируется на том, что нелинейные искажения этого портрета отслеживают изменения величины сухого трения и позволяют локализовать дефект.

Для определения величины смещений опор отклоняемых поверхностей необходимы результаты испытаний этих опор, аналогичные приведенным на рисунке 3.38. Но для практических целей обычно достаточно того, что по искажениям портрета колебаний можно установить наличие сухого трения в опорах и различить опоры, в которых это трение разное. Таким способом удастся идентифицировать смещенную опору.

## **4 ДИАГНОСТИКА ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛАНЕРА САМОЛЁТА ПО ИСКАЖЕНИЯМ ПОРТРЕТОВ КОЛЕБАНИЙ**

Решается задача обнаружения трещин в элементах планера самолёта в процессе их вибропрочностных испытаний и испытаний на усталостную долговечность по искажениям портретов колебаний. Целесообразность решения задачи в такой постановке объясняется тем, что для диагностики объекта испытаний не будет возникать необходимость привлечения специализированных методик и оборудования. Это позволит снизить трудозатраты и длительность таких испытаний.

При обосновании выбора идентификационного признака трещин следует учесть динамические эффекты, возникающих вследствие схлопывания «берегов» усталостной трещины под действием тестовой гармонической силы. Такими динамическими эффектами являются периодические соударения «берегов» трещин и сухое трение в их вершинах [141–143]. Учитывая эти положения, для контроля трещин предлагается использовать идентификационный признак ударных процессов и сухого трения. Как показали результаты проведенных выше исследований, таким идентификационным признаком могут являться искажения портрета колебаний № 3 (п.п. 3.2, 3.5).

Методика диагностирования трещин отрабатывалась на металлической панели планера самолёта RRJ.

### **4.1 Контроль дефектов панели планера самолёта.**

#### **Вибрационные испытания панели**

Методика вибрационной диагностики процесса разрушения в металлических панелях планера самолёта заключается в следующем:

- на панель устанавливаются датчики ускорений. Количество датчиков зависит от габаритов и степени сложности конструкции. Места установки датчиков могут выбираться произвольно, но целесообразно размещать их со сгущениями в наиболее нагруженных зонах. Положения этих зон определяются по результатам прочностного расчета при проектировании конструкции;

- с помощью одного или нескольких независимых источников вибраций, функционирующих в одинаковой фазе, создают вибрационные колебания панели. Частоты

вибраций произвольны и не связаны с собственными частотами конструкции. Места присоединения источников вибраций к конструкции также произвольны;

- вибрационный отклик панели фиксируется датчиками ускорений. Сигналы акселерометров представляют в виде портретов колебаний: вертикальная развертка производится пропорционально сигналу датчика, а горизонтальная — пропорционально первой гармонике этого сигнала, сдвинутой по фазе на  $\pi/2$ ;

- процесс разрушения конструкции начинается с возникновения трещин. Появление таких локальных дефектов приводит к тому, что динамические характеристики панели (жёсткость, демпфирование) становятся физически нелинейными, а портреты колебаний искажаются и становятся отличными от окружности. Искажения портретов тем сильнее, чем больше дефект и ближе к нему расположены акселерометры. Это позволяет как локализовать дефекты, так и зафиксировать их развитие;

- для численной оценки искажений к развертке портрета колебаний применяется преобразование Фурье. Из ряда Фурье вычитается первая гармоника, в остатке ряда определяется абсолютный максимум. Величина этого максимума нормируется, обозначается как параметр  $\xi$  и используется в качестве идентификационного признака разрушений в панели. Способы нормирования искажений портретов колебаний изложены ниже (п. 4.4). По умолчанию в проводимых исследованиях нормирование искажений производилось отношением к величине абсолютного максимума первой гармоники из всех зарегистрированных сигналов за один период колебаний.

Следует учесть, что если контролируемая конструкция изначально имеет нелинейные динамические характеристики или её диагностирование начинается спустя некоторое время от начала испытаний, то повышенные значения  $\xi$  укажут на расположение нелинейных элементов в конструкции. Среди этих элементов могут быть и локальные дефекты, появившиеся в результате начавшегося процесса разрушения. Целью дальнейшего диагностирования будет контроль скорости развития дефектов.

Методика вибрационной диагностики процессов разрушения конструкций по изменению портретов вынужденных колебаний отрабатывалась на подкрепленной панели фюзеляжа самолёта. Внешний вид и габаритные размеры панели показаны на рисунке 4.1. Масса панели  $m_{\text{п}} = 38,8$  кг. Конструкция выполнена из алюминиевого сплава В95Т. Продольный и поперечный силовой набор приклепан заклёпками. По коротким

сторонам панели сделаны усиления, предназначенные для её установки в захваты разрывной машины при испытаниях на усталостную долговечность.



Рисунок 4.1 — Внешний вид и габаритные размеры панели фюзеляжа

Возбуждение колебаний панели осуществлялось электродинамическими силовозбудителями. Усилия на конструкцию передавались через металлические спицы, что позволяет минимизировать боковые составляющие сил, действующих на подвижную катушку ЭДСВ. Контроль амплитуд сил возбуждения производился пьезоэлектрическими датчиками. Ускорения в контрольных точках модели регистрировались акселерометрами. На рисунке 4.2 показан способ присоединения ЭДСВ к испытываемой конструкции.



1 — панель; 2 — датчик силы; 3 — ЭДСВ

Рисунок 4.2 — Присоединение силовозбудителя и датчика силы

При проведении исследований контролировались и модальные характеристики панели, вывешенной на упругой подвеске малой жёсткости.

Схема установки датчиков ускорений и нумерация стрингеров представлены на рисунке 4.3. Первая цифра в номере датчика означает номер группы, а вторая — номер датчика в группе.

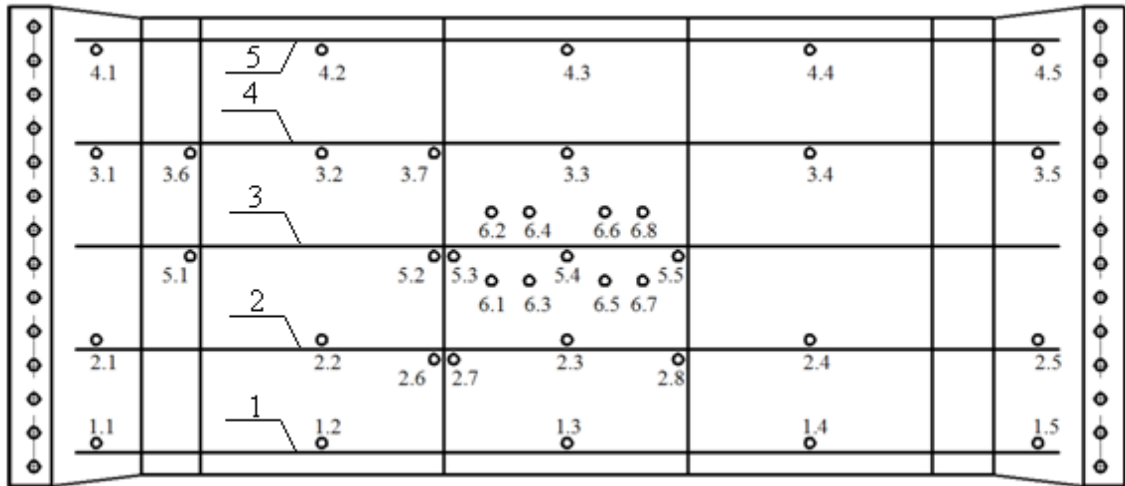


Рисунок 4.3 — Схема установки акселерометров и нумерация стрингеров

Перед началом вибропрочностных испытаний были проведены модальные испытания панели в исходном состоянии. Частоты и формы собственных колебаний панели определены в диапазоне частот от 2 Гц до 500 Гц. Модальный анализ проводился в два этапа. На первом этапе случайным возбуждением колебаний с использованием модифицированного метода наименьших квадратов в комплексной частотной области (*PolyMax*) были определены предварительные значения резонансных частот и соответствующие им формы колебаний.

На втором этапе были исследованы выявленные четыре тона собственных колебаний панели, формы колебаний которых представлены на рисунках 4.4–4.7.

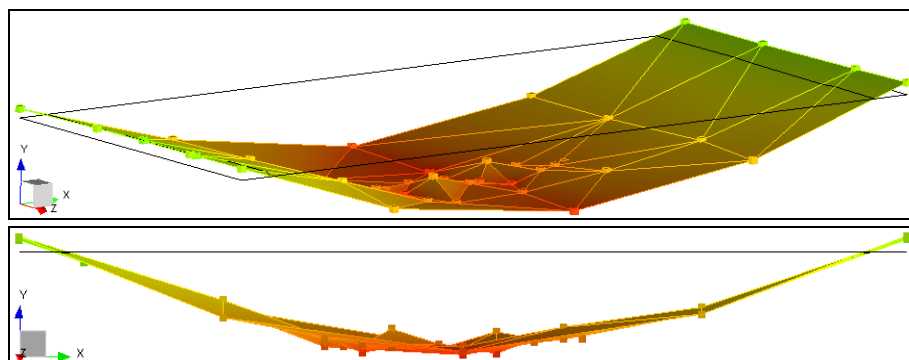


Рисунок 4.4 — Форма колебаний тона № 1

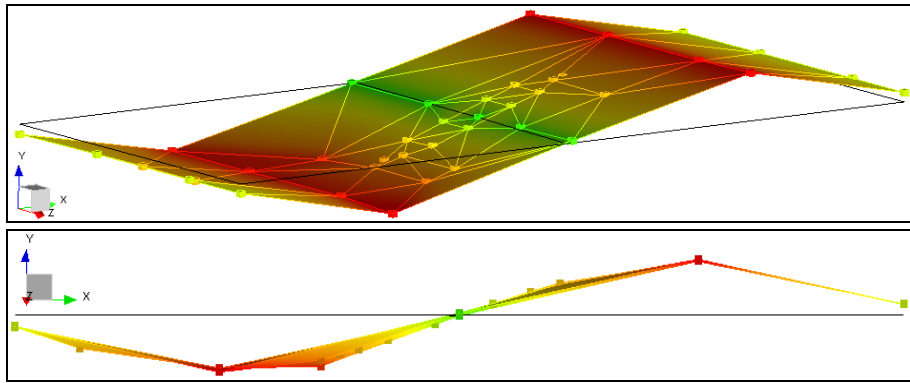


Рисунок 4.5 — Форма колебаний тона № 2

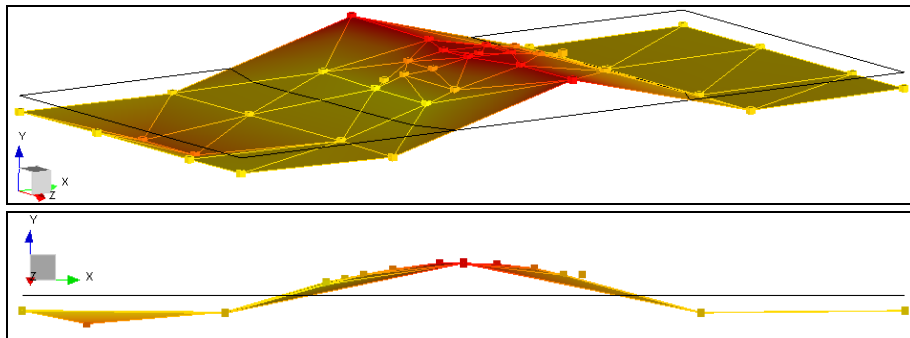


Рисунок 4.6 — Форма колебаний тона № 3

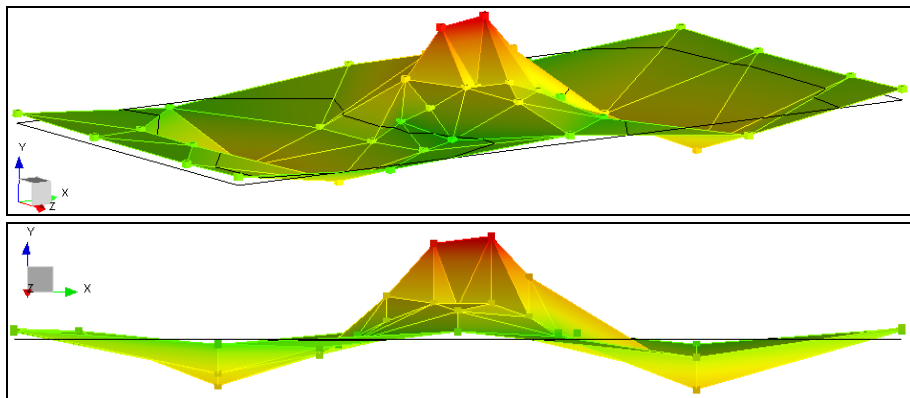


Рисунок 4.7 — Форма колебаний тона № 4

Резонансные частоты колебаний панели представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Частоты фазовых резонансов панели

№ тона	1	2	3	4
$p$ , Гц	10,93	35,16	72,09	170,0

На каждом из исследуемых собственных тонов колебаний были записаны временные сигналы акселерометров в контрольных точках. Частота среза фильтра нижних частот составляла 0,05 Гц, верхних частот — 5 кГц. Частота дискретизации варьировалась в зависимости от частоты процесса, но была не менее 12,8 кГц (исследования о

влиянии частоты среза фильтра на результаты диагностирования дефектов по искажениям портретов колебаний изложены в [148]). Примеры зависимостей сигналов датчиков  $U$  от времени  $t$  приведены на рисунке 4.8. Видно, что точки панели в установившемся режиме совершают монофазные колебания по гармоническому закону. Длительность переходного режима при изменении частоты внешнего воздействия не превышала 5 с.

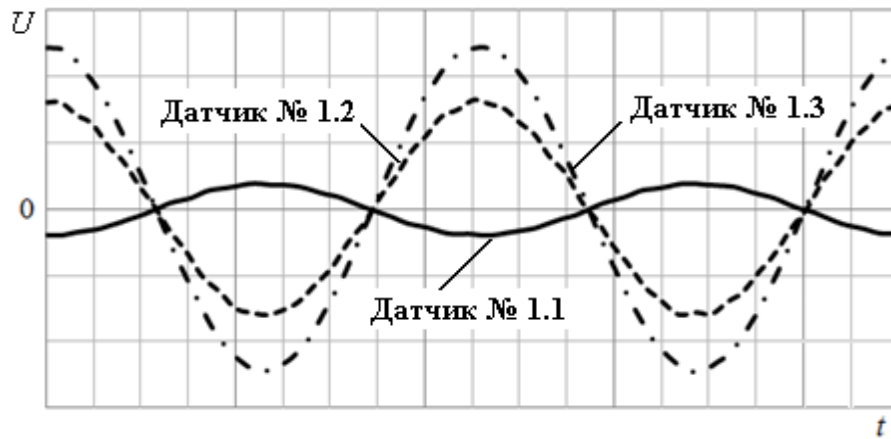


Рисунок 4.8 — Временной сигнал датчика ускорений

Следует отметить, что анализ временных сигналов позволяет выявлять быстропротекающие процессы, характеризующие некоторые виды дефектов. Это могут быть биения при искривлении вращающихся валов, удары шариков (роликов) подшипника о дефекты на поверхности обоймы, соударения в соединениях с люфтом, сухое трение в подвижных соединениях.

#### 4.2 Модальные характеристики панели с дефектами

Для искусственного зарождения трещины в центральной части панели была высверлена одна из заклёпок, соединяющих обшивку со стрингером. Затем из диаметрально противоположных точек отверстия был создан концентратор напряжений в виде двух узких надрезов с острыми вершинами (рисунок 4.9). Надрезы выполнены как в обшивке, так и в полке стрингера. Общая длина концентратора  $2L = 39$  мм.

Поскольку конструкция получила изменения, вновь были определены её модальные параметры и записаны временные сигналы датчиков. На рисунках 4.10–4.13 показаны формы колебаний панели с надрезом. Сравнивая формы колебаний, представленные на рисунках 4.4–4.7, с формами колебаний на рисунках 4.10–4.13 можно сделать вывод о том, что они не претерпели качественных изменений.

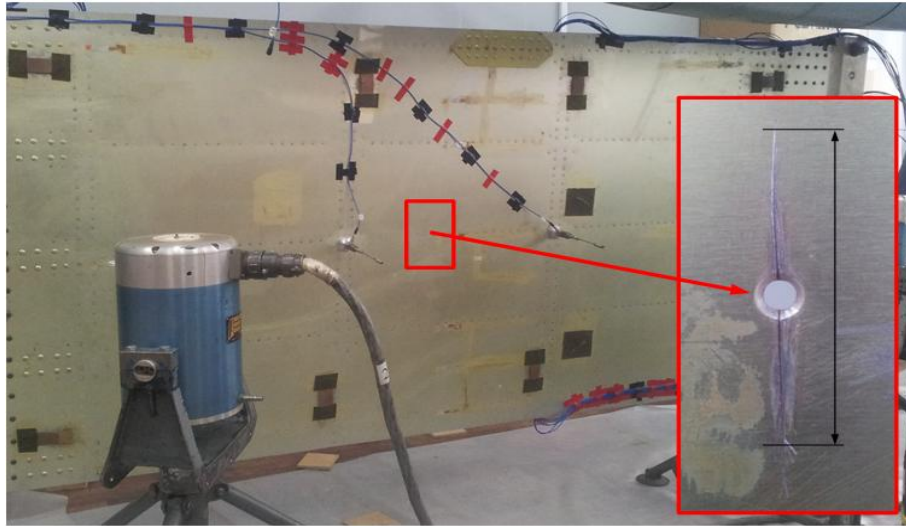


Рисунок 4.9 — Концентратор напряжений

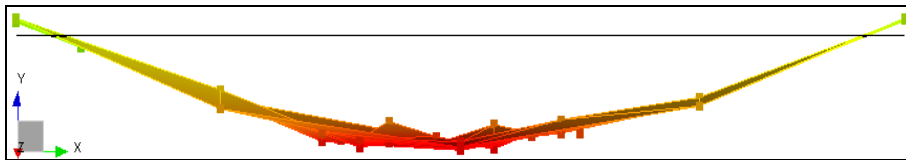


Рисунок 4.10 — Форма колебаний тона № 1 панели с надрезом

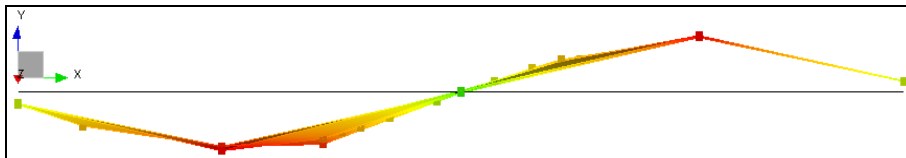


Рисунок 4.11 — Форма колебаний тона № 2 панели с надрезом

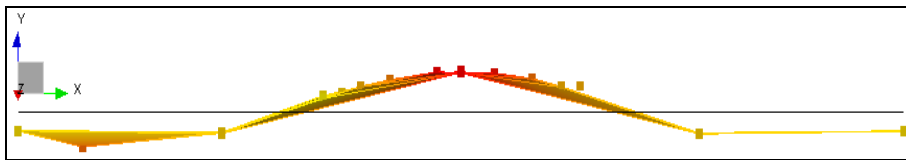


Рисунок 4.12 — Форма колебаний тона № 3 панели с надрезом

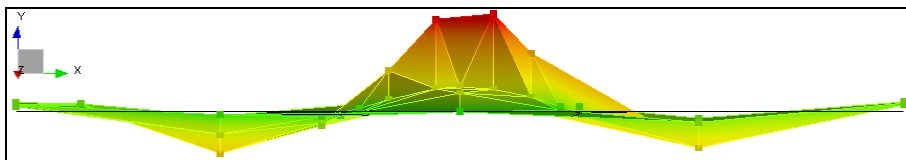


Рисунок 4.13 — Форма колебаний тона № 4 панели с надрезом

Частоты собственных тонов колебаний панели с надрезом приведены в таблице 4.2. Из представленных в таблице результатов следует, что существенных изменений частот не произошло. Эти изменения не превышают погрешностей определения собственных частот колебаний  $\Delta p$  методом фазового резонанса.



Таблица 4.2 — Собственные частоты колебаний панели с надрезом

№ тона	1	2	3	4
$p$ , Гц	10,87	35,16	72,07	170,1
$\Delta p$ , %	0,73	0,0	0,03	0,06

Для создания трещины возбуждались вынужденные колебания панели с высокой амплитудой. Наибольшую амплитуду колебаний ( $a$ , следовательно, и напряжений) можно осуществить вблизи резонансной частоты тона № 1. В области пучности формы колебаний этого тона и было установлено наибольшее количество датчиков ускорений.

Так же, как и в модальных испытаниях, панель была вывешена на упругих жгутах. Ввиду ограниченности хода штоков силовозбудителей (максимальные перемещения штоков составляют 5 мм), точки приложения сил располагались максимально близко к узлам формы первого тона. Это позволило получить высокие амплитуды колебаний в центральной части панели. После  $1,61 \cdot 10^6$  циклов нагружения обнаружены две сквозные трещины в крайних стрингерах № 1 и № 5 (рисунок 4.14).

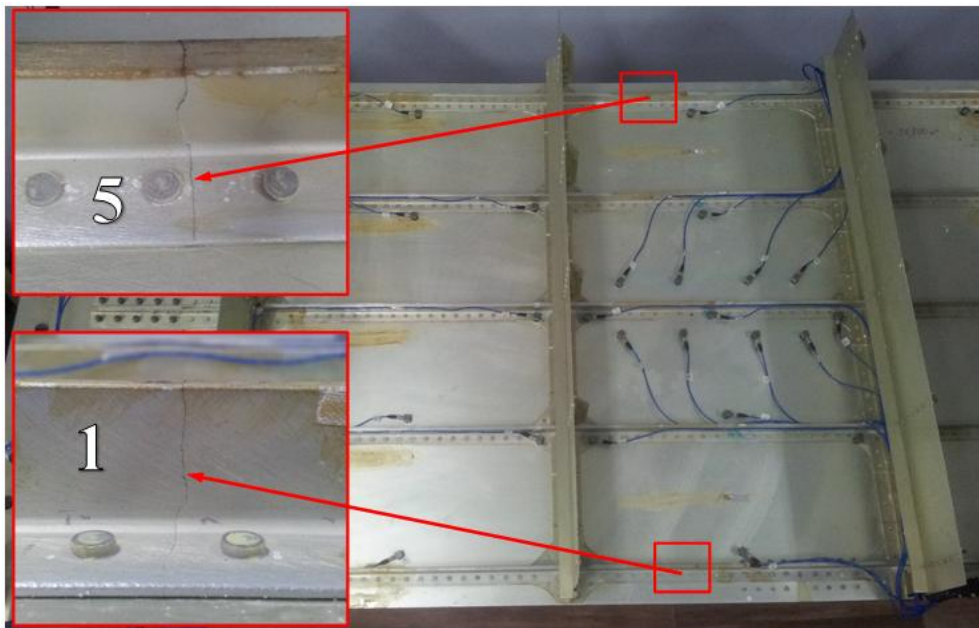


Рисунок 4.15 — Разрушения стрингеров № 1 и № 5

После обнаружения трещин в стрингерах панель и ЭДСВ были установлены так же, как при регистрации параметров исходного состояния. На рисунках 4.15–4.18 приведены формы исследуемых тонов колебаний.

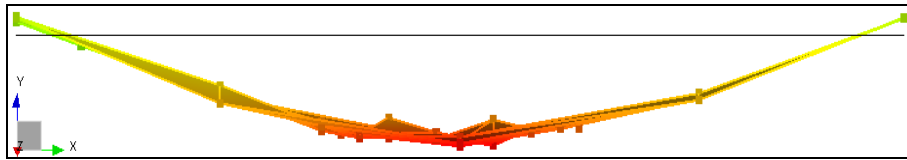


Рисунок 4.15 — Форма колебаний тона № 1, разрушены струнгеры № 1 и № 5

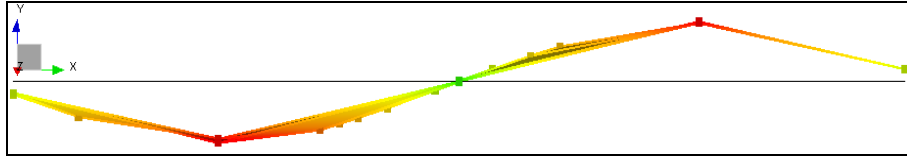


Рисунок 4.16 — Форма колебаний тона № 2, разрушены струнгеры № 1 и № 5

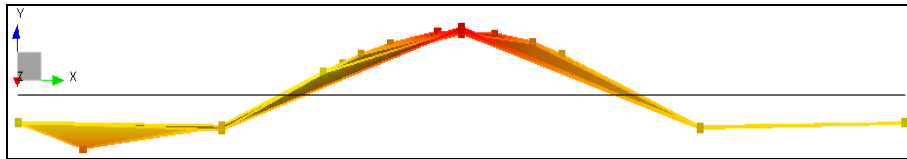


Рисунок 4.17 — Форма колебаний тона № 3, разрушены струнгеры № 1 и № 5

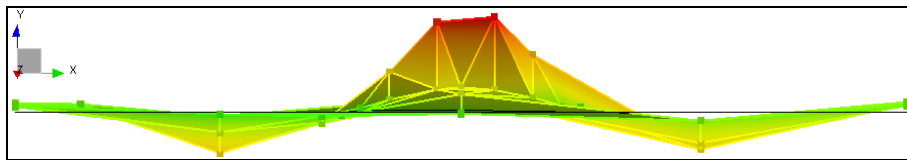


Рисунок 4.18 — Форма колебаний тона № 4, разрушены струнгеры № 1 и № 5

Частоты собственных колебаний панели и их относительные отличия от первоначальных значений приведены в таблице 4.3. Существенное изменение величины собственной частоты наблюдаются только для тона колебаний № 1.

Таблица 4.3 — Собственные частоты колебаний панели с разрушенными струнгерями

№ тона	1	2	3	4
$p$ , Гц	10,52	35,05	71,64	170,0
$\Delta p$ , %	3,75	0,31	0,62	0,0

Из приведённых результатов видно, что даже при разрушении двух струнгеров из пяти не происходит значительного изменения в качественной картине форм колебаний. При этом следует отметить, что формы колебаний определяются с большей погрешностью, чем погрешности определения собственных частот колебаний, ввиду чего затрудняется однозначная идентификация их изменений. По этой причине можно сделать предварительный вывод о том, что изменения форм колебаний не могут быть использованы для идентификации локальных трещин и разрушений в конструкциях.

Собственные частоты также мало изменились, причём с ростом номера тона отличие частот повреждённой панели от частот панели в исходном состоянии уменьшается. Снижение частот собственных колебаний по мере накопления повреждений предсказуемо, но оно не даёт информации о местоположении и характере дефектов.

### 4.3 Портреты колебаний панели с дефектами

Анализ портретов колебаний панели производился на частотах вибрационного нагружения (на рисунках обозначена  $f$ ), находящихся вблизи резонансной частоты первого и/или второго собственного тона. Объясняется это тем, что дефекты были обнаружены при колебаниях панели по этим двум собственным тонам. Для сигнала каждого датчика определялась величина параметра  $\xi$ , характеризующая отклонение портрета колебаний от портрета линейной динамической системы. Как следует из рисунка 4.3, датчики образуют достаточно густую сетку на поверхности панели. Такое количество измерений затрудняет восприятие информации о параметрах искажений портретов колебаний, если её отражать, например, в табличном виде или в виде столбчатых диаграмм. Поэтому предложена форма представления параметра  $\xi$  в виде полей его распределения по поверхности конструкции. Поле строится в системе координат панели, а величина параметра  $\xi$  в каждой точке измерения изображается соответствующей меткой цветовой шкалы. Между метками выполняется аппроксимация величины  $\xi$  картой цветов. Точки поверхности панели, в которых установлены акселерометры, отмечены кружками белого цвета. Масштаб изображения выбирается, как правило, автоматически исходя из минимального и максимального значений  $\xi$ . В тех случаях, когда необходимо количественное сравнение изображений, их масштабы назначаются одинаковыми.

На рисунках 4.19–4.20 показаны поля распределения параметра  $\xi$  для исходного состояния панели и панели с надрезом. Двойной стрелкой отмечено положение надреза. В колебаниях панели в исходном состоянии присутствуют нелинейности, но они незначительны. Как следует из рисунка 4.20, отверстие с надрезом хорошо проявляется в искажениях портретов колебаний панели.

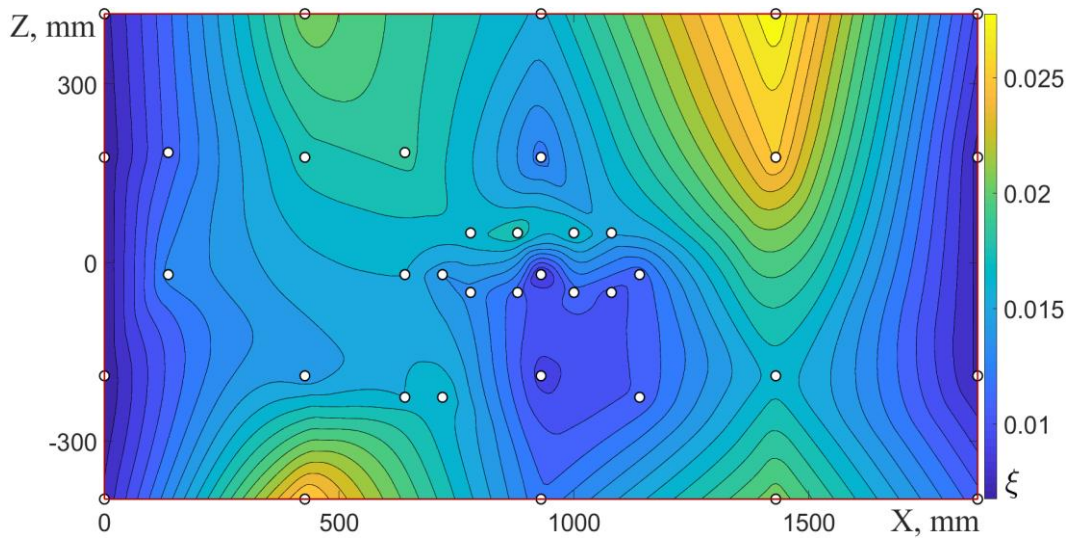


Рисунок 4.19 — Распределение параметра  $\xi$ , исходное состояние,  $f = 10,93$  Гц

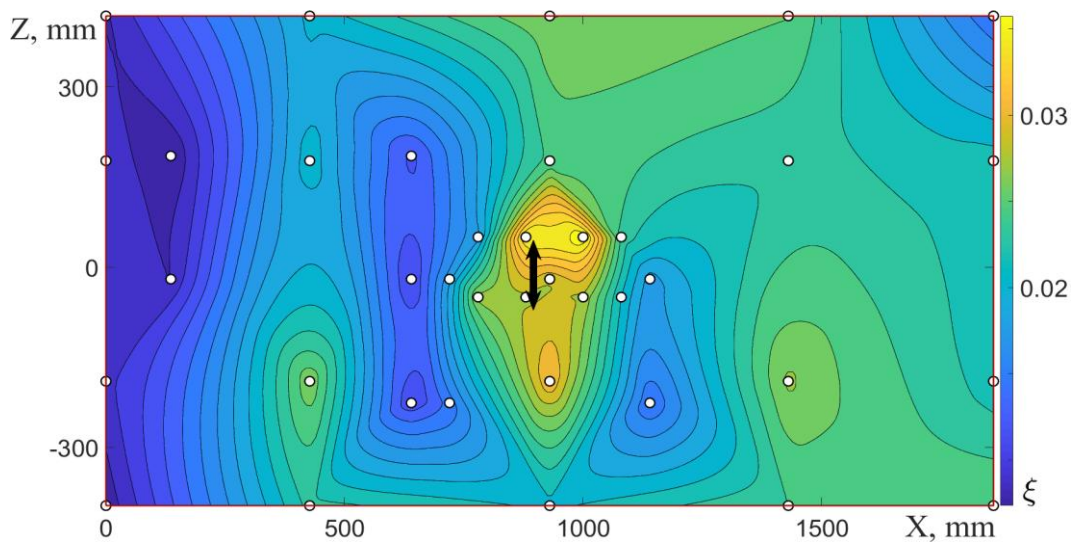


Рисунок 4.20 — Распределение параметра  $\xi$ , надрез в центре панели,  $f = 10,87$  Гц

На рисунке 4.21 показаны поля искажений портретов колебаний панели после возникновения трещин в стрингерах № 1 и № 5 (указаны стрелками).

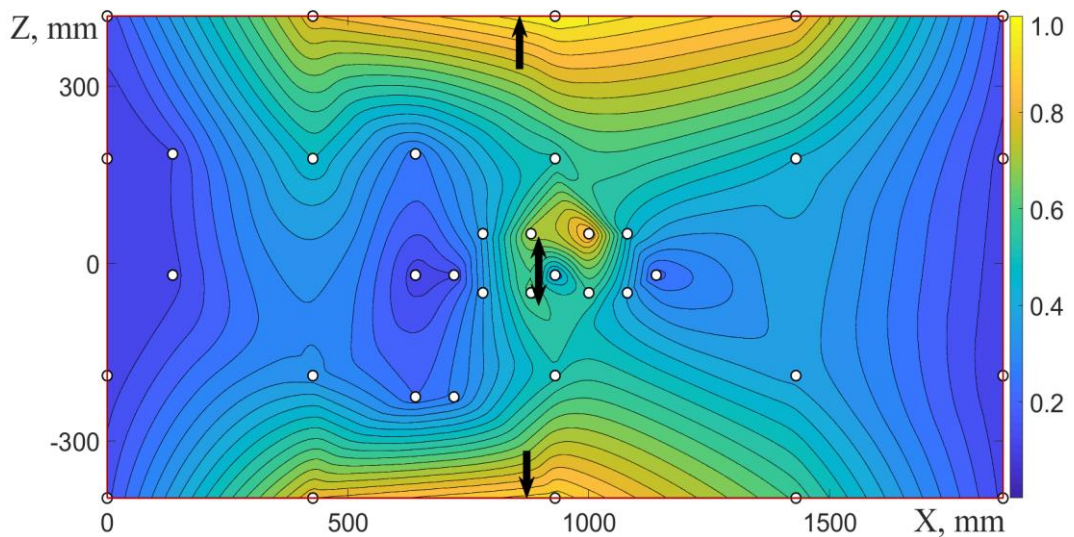


Рисунок 4.21 — Распределение параметра  $\xi$ , трещины в стрингерах № 1 и № 5,  $f = 10,61$  Гц

Затем на стрингер № 5 в области трещины была установлена ремонтная накладка (рисунок 4.22). На рисунке 4.23 представлено распределение параметра искажений портретов колебаний панели после установки наклейки. Сравнивая изображения рисунка 4.21 и рисунка 4.23, выполненные в одинаковом масштабе, приходим к выводу, что трещина отремонтирована.

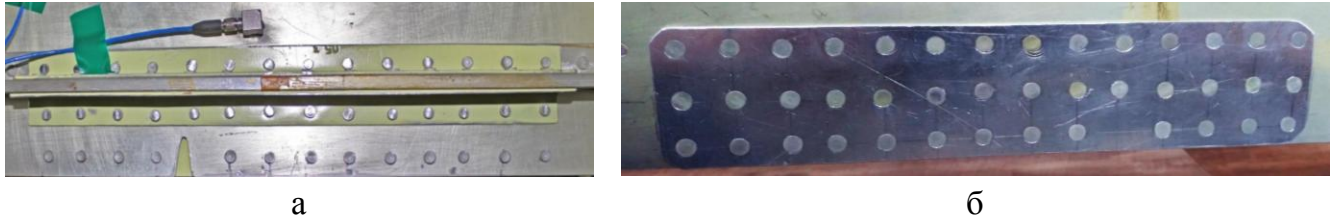


Рисунок 4.22 — Ремонтные накладки в области трещины в стрингере № 5 с внутренней (а) и внешней (б) стороны панели

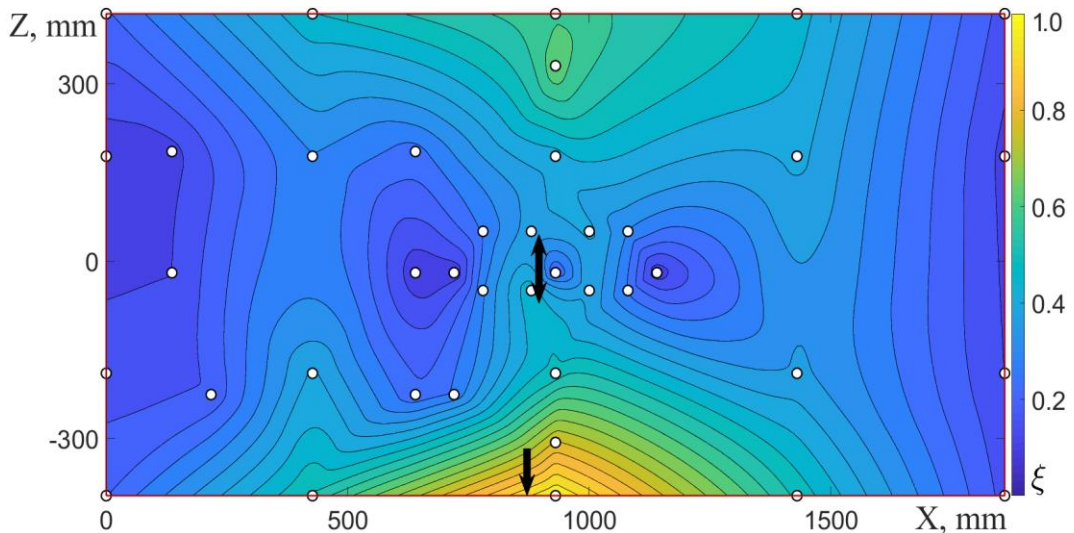


Рисунок 4.23 — Распределение параметра  $\xi$ , панель с ремонтной накладкой на стрингере № 5,  $f = 10,84$  Гц

Далее в стенке стрингера № 2 был сделан надрез. Для воспроизведения больших амплитуд растягивающих напряжений в области надреза, панель была вывешена вертикально (рисунок 4.24). В результате вибрационного нагружения панели с большой амплитудой колебаний на резонансной частоте тона № 2 в стрингере № 2 возникла трещина, распространившаяся из вершины надреза на стенку стрингера (рисунок 4.25).

Дальнейшее вибрационное нагружение панели вызвало рост трещины в стенке и её распространение на полку стрингера. Зафиксированы портреты колебаний панели для следующих состояний дефекта (по длине видимой части трещины в полке стрингера):

$L = 5$  мм;  $L = 10$  мм (рисунок 4.26а);  $L = 15$  мм;  $L = 15$  мм с распространением трещины вдоль стрингера в направлении ближайшей заклёпки (рисунок 4.26б).



Рисунок 4.24 — Общий вид экспериментальной установки с вертикальным расположением панели

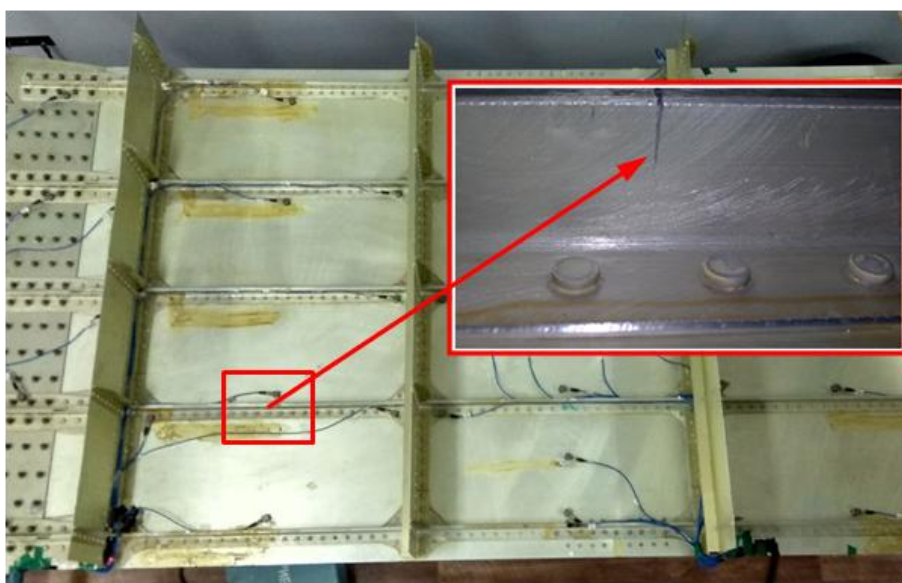
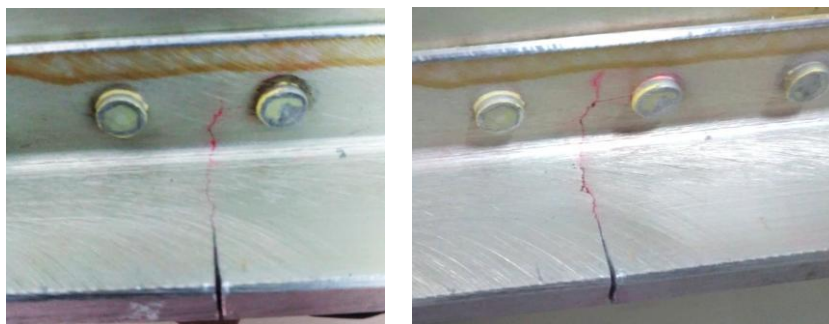


Рисунок 4.25 — Надрез и трещина в стенке стрингера №2



а

б

Рисунок 4.26 — Трещина в полке стрингера № 2

Поля распределений искажений портретов колебаний по поверхности панели на частоте тона колебаний № 2, соответствующие трещинам с длинами 5 мм и 10 мм в полке стрингера № 2, представлены на рисунках 4.27–4.28. Для отслеживания различных стадий развития трещины, изображения полей распределения искажений портретов колебаний панели построены в одинаковом масштабе.

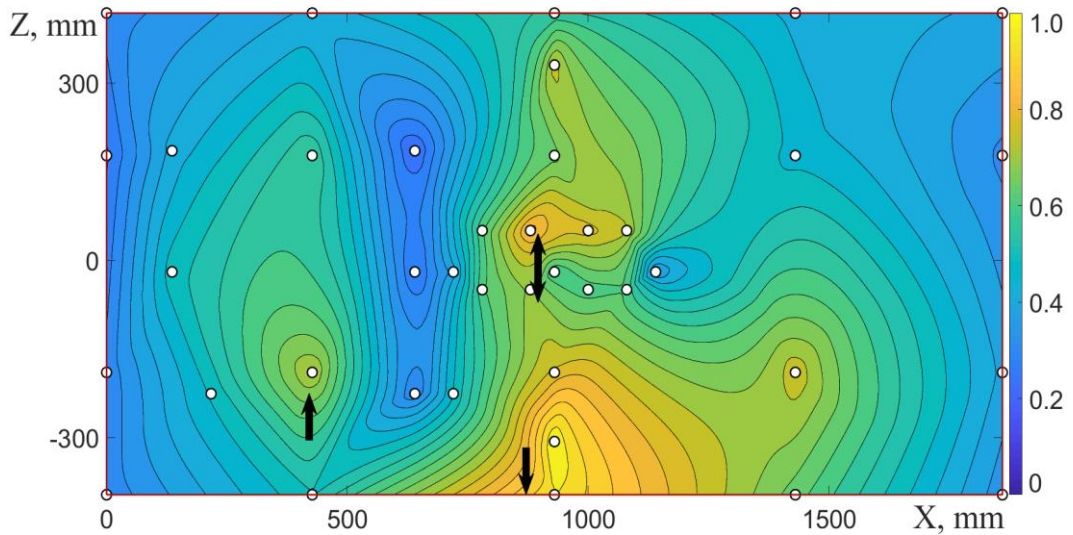


Рисунок 4.27 — Распределение параметра  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2,  
 $L = 5$  мм,  $f = 34,16$  Гц

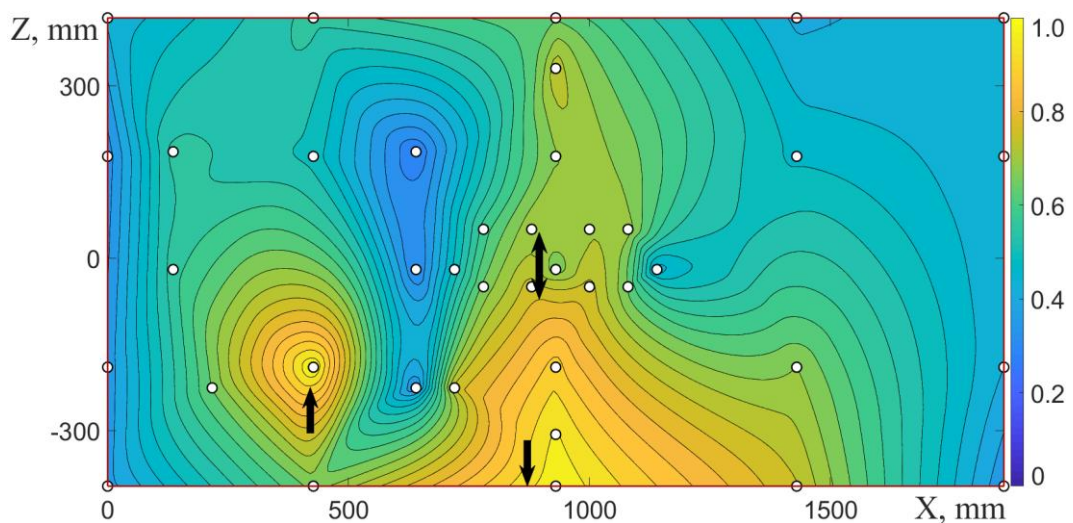


Рисунок 4.28 — Распределение параметра  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2  
 $L = 10$  мм,  $f = 34,20$  Гц

Из анализа результатов, представленных рисунках 4.27 и 4.28 следует, что максимумы искажений, соответствующие надрезу и трещине в стрингере № 1, сохраняется. В то же время появляется новый, явно выраженный максимум, в окрестности точки 2.2. Необходимо отметить, что на поле распределения искажений для панели с трещиной в полке стрингера № 2 длиной  $L = 5$  мм имеется локальный максимум в точке 2.4, не обу-

словленный дефектом. Это вызвано ослаблением фиксации электрического разъёма датчика. В результатах последующих экспериментов данный максимум отсутствует.

На рисунках 4.29–4.30 показаны поля распределений искажений портретов колебаний по поверхности панели на резонансной частоте тона колебаний № 2, соответствующие трещинам длиной 15 мм в полке стрингера № 2.

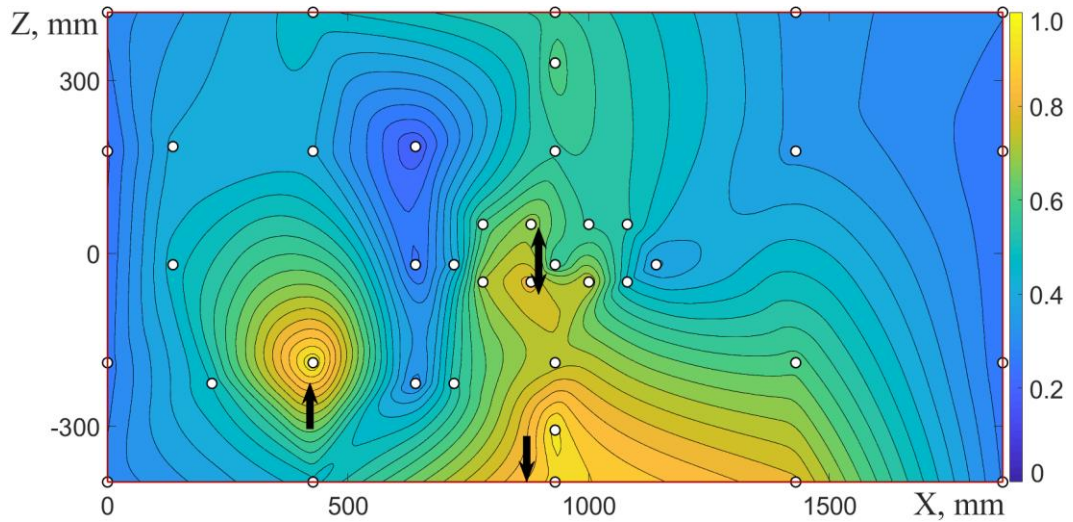


Рисунок 4.29 — Распределение параметра  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2

$$L = 15 \text{ мм}, f = 34,19 \text{ Гц}$$

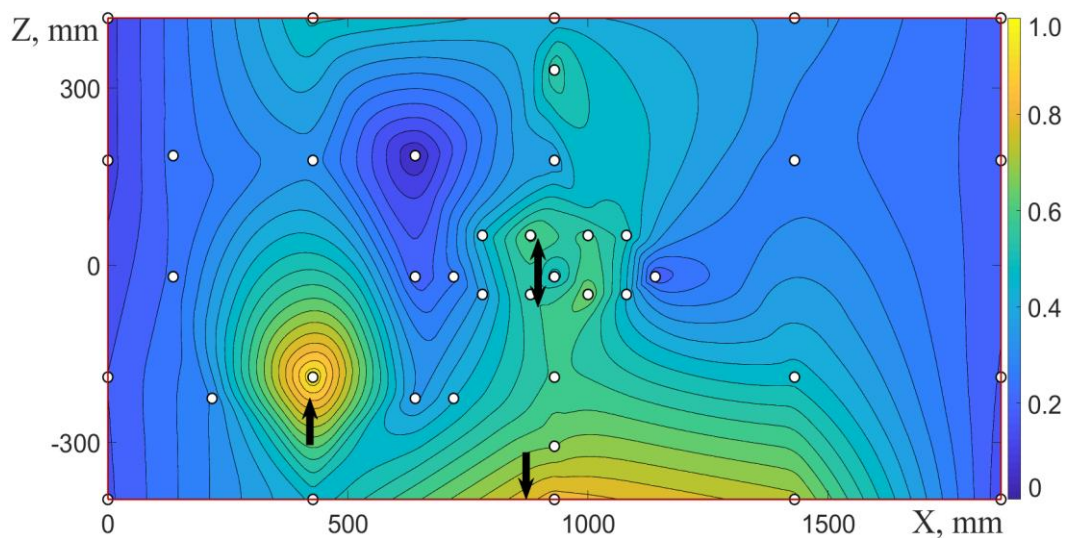


Рисунок 4.30 — Распределение параметра  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2

$$L = 15 \text{ мм с распространением трещины вдоль стрингера}, f = 33,50 \text{ Гц}$$

По результатам, представленным на рисунках 4.27–4.30 можно сделать следующее замечание: с увеличением длины трещины в стрингере № 2 происходит качественное изменение соотношений величин максимумов искажений, соответствующих трещинам в стрингерах № 1 и № 2. Но при этом размер трещины в стрингере № 1 не меняется.



В таблицах 4.4 и 4.5 представлены примеры значений параметра  $\xi$  и собственных частот колебаний для различных состояний панели, из которых следует, что искажения портретов колебаний более чувствительны к появлению дефектов, чем изменения собственных частот. Поэтому в дальнейших исследованиях изменения собственных частот панели не фиксировались.

Таблица 4.4 — Искажения портретов колебаний

Состояние панели	$\xi$	$\Delta\xi, \%$
исходное	0,03	-
панель с концентратором напряжений	0,04	205
трещины в стрингерах 1 и 5	0,57	1979
ремонтные накладки на стрингере 5	0,15	512
трещина в стенке стрингера 2	0,26	920
трещина в стрингере 2, $L = 5$ мм	0,30	1029
трещина в стрингере 2, $L = 10$ мм	0,35	1206
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм	0,51	1791
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм с распространением вдоль стрингера	0,60	2099

Таблица 4.5 — Изменения собственных частот колебаний панели

Состояние панели	$\Delta p_1, \%$	$\Delta p_2, \%$	$\Delta p_3, \%$	$\Delta p_4, \%$
исходное	-	-	-	-
панель с концентратором напряжений	0,73	0,0	0,03	0,0
трещины в стрингерах 1 и 5	3,75	0,31	0,62	0,0
ремонтные накладки на стрингере 5	1,56	0,28	-	-

#### 4.4 Нормирование искажений портретов колебаний. Влияние амплитуды колебаний и электрических помех на достоверность идентификации дефектов

В приведённых выше результатах величина абсолютного максимума искажений каждого сигнала относилась к величине абсолютного максимума первой гармоники из всех зарегистрированных сигналов за один период колебаний. Следует отметить, что, например, в контроле люфтов показало свою эффективность нормирование макси-

мума искажений каждой фигуры Лиссажу отношением к амплитуде первой гармоники этого же сигнала. Поскольку нормирование искажений портретов колебаний играет важную роль в оценке размера дефекта, рассмотрим различные способы этого нормирования.

### Величина абсолютного максимума искажений не нормируется

На рисунках 4.31–4.34 представлены нормированные (слева) и ненормированные (справа) распределения искажений портретов колебаний для различных состояний панели. На представленных рисунках видно, что распределения искажений портретов колебаний качественно не отличаются друг от друга, но между ними есть значительные количественные различия.

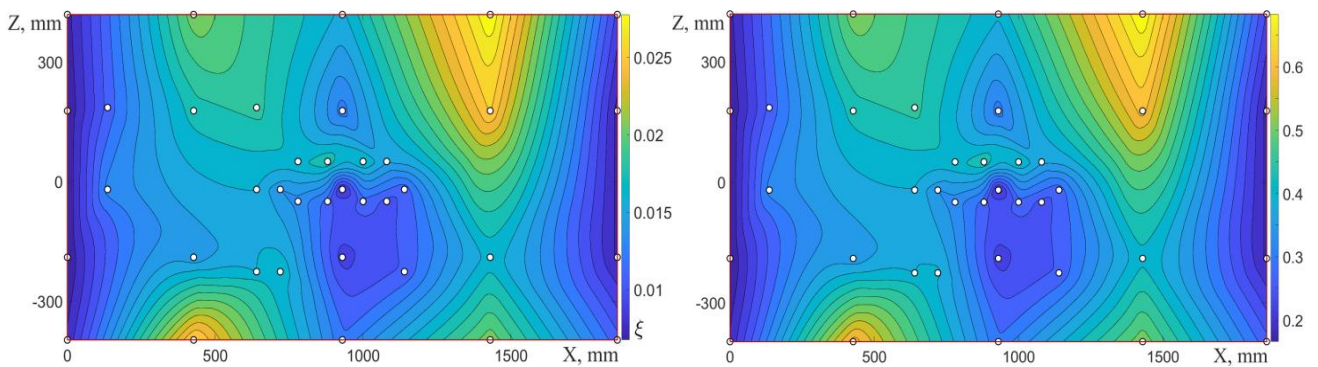


Рисунок 4.31 — Распределения  $\xi$ , исходное состояние

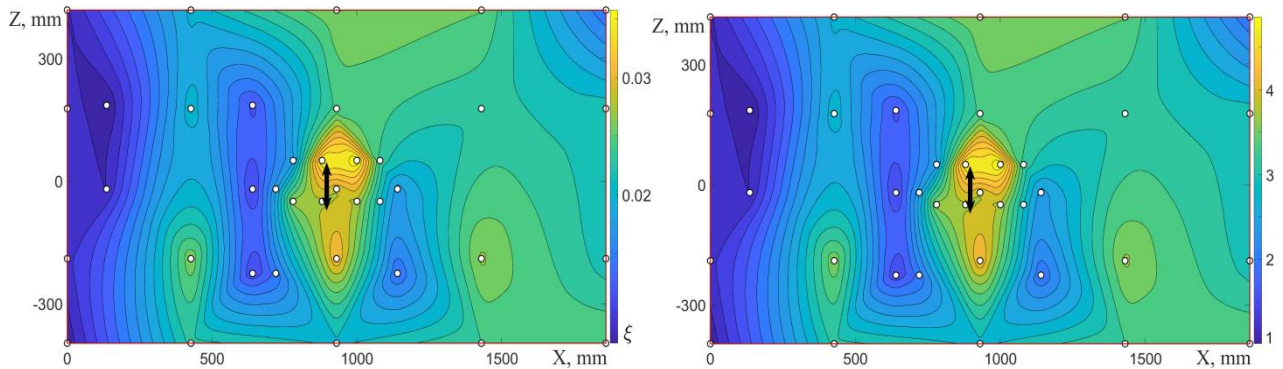


Рисунок 4.32 — Распределения  $\xi$ , панель с надрезом в области точки 5.4

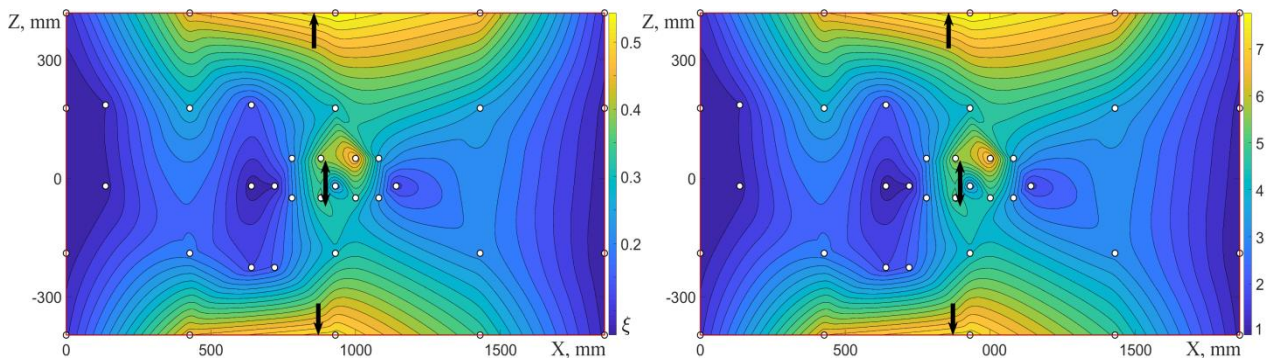


Рисунок 4.33 — Распределения  $\xi$ , панель с трещинами в стрингерах № 1 и № 5

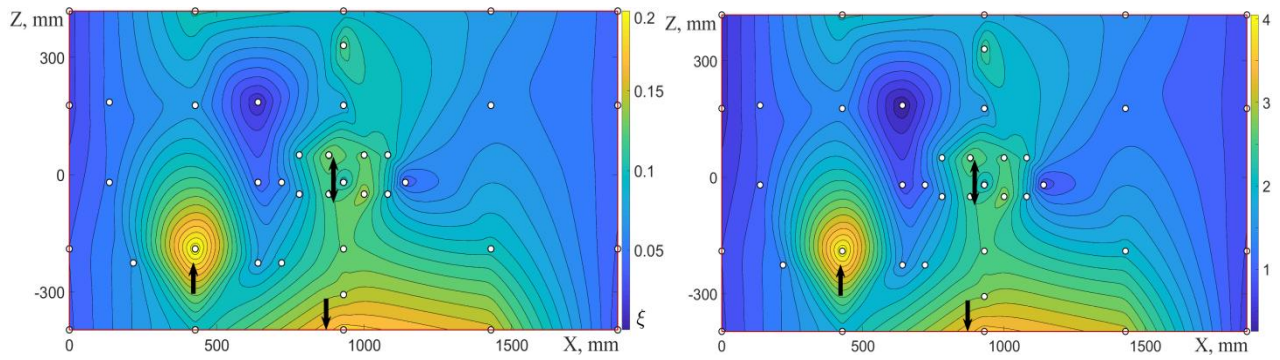


Рисунок 4.34 — Распределения  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2,  
 $L = 15$  мм с распространением вдоль стрингера

В таблицах 4.6 и 4.7 приведены абсолютные ( $\Psi$ ) и нормированные ( $\xi$ ) значения величин искажений, а также их изменения относительно исходного состояния ( $\Delta\Psi$ ,  $\Delta\xi$ ) для всех рассматриваемых дефектов. Сопоставив представленные в таблицах величины можно отметить, что при контроле дефектов по колебаниям панели по форме тона № 1 нормированная величина искажений портретов изменяется более значительно, чем абсолютная. В то же время при контроле по колебаниям панели по форме тона № 2 наблюдается прямо противоположная картина, что не позволяет сделать однозначного вывода о целесообразности такого способа нормирования величины искажений.

Таблица 4.6 — Максимумы искажений портретов колебаний.

Конфигурация колебаний соответствует собственной форме тона № 1

Состояние панели	$\Psi$	$\xi$	$\Delta\Psi$ , %	$\Delta\xi$ , %
исходное	0,71	0,03	-	-
панель с надрезом	5,13	0,06	725	205
разрушены крайние стрингеры	8,13	0,57	1149	1979
установлена ремонтная накладка	1,37	0,15	194	512
трещина в стенке стрингера №2	1,74	0,26	246	920
трещина в стрингере 2, $L = 5$ мм	2,04	0,30	289	1029
трещина в стрингере 2, $L = 10$ мм	2,38	0,35	337	1206
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм	9,89	0,51	1397	1791
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм с распространением вдоль стрингера	13,16	0,60	1860	2099

Таблица 4.7 — Максимумы искажений портретов колебаний.

Конфигурация колебаний соответствует собственной форме тона № 2

Состояние панели	$\Psi$	$\xi$	$\Delta\Psi, \%$	$\Delta\xi, \%$
исходное	1,27	0,11	-	-
установлена ремонтная накладка	2,69	0,09	211	76
трещина в стенке стрингера №2	8,57	0,24	674	213
трещина в стрингере 2, $L = 5$ мм	3,59	0,16	283	140
трещина в стрингере 2, $L = 10$ мм	0,80	0,07	63	63
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм	3,51	0,20	276	178
трещина в стрингере 2, $L = 15$ мм с распространением вдоль стрингера	7,05	0,23	555	208

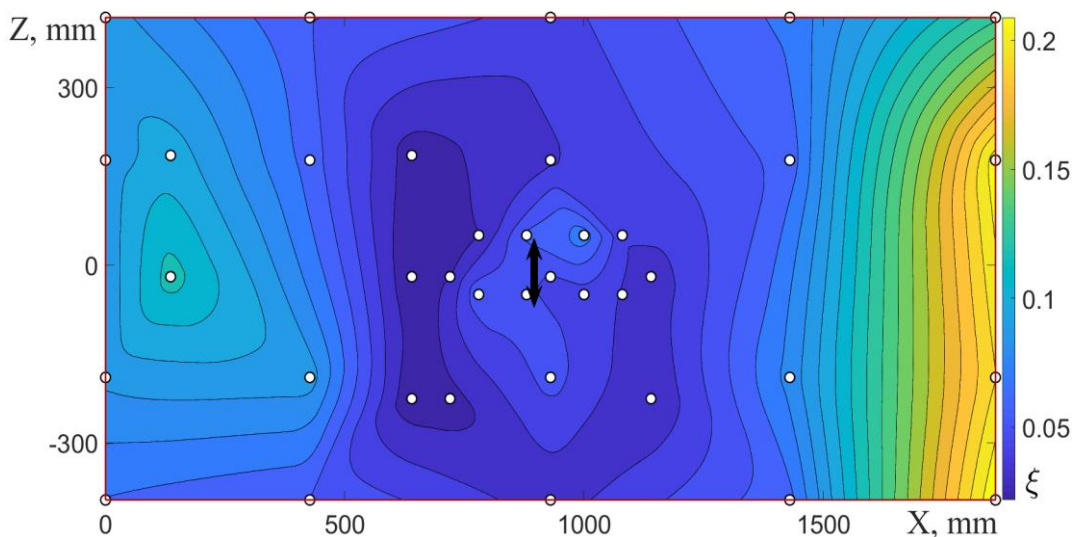
### Нормирование по амплитуде первой гармоники каждого сигнала

Рассмотрим следующий способ нормирования искажений портретов колебаний, который, как отмечалось выше, использовался в контроле люфтов в проводках управления самолётом, зазоров в местах стыковки агрегатов и смещений опор отклоняемых поверхностей:

$$\xi_i = \frac{\max(\Psi_i(t))}{(A_1)_i}, \quad (4.1)$$

где  $\max(\Psi_i(t))$  — абсолютный максимум искажений за период;  $(A_1)_i$  — амплитуда колебаний первой гармоники;  $i$  — номер канала измерений.

На рисунках 4.35–4.37 представлены поля распределения параметра  $\xi$ , вычисленного по формуле (4.1).

Рисунок 4.35 — Распределение  $\xi$ , панель с надрезом

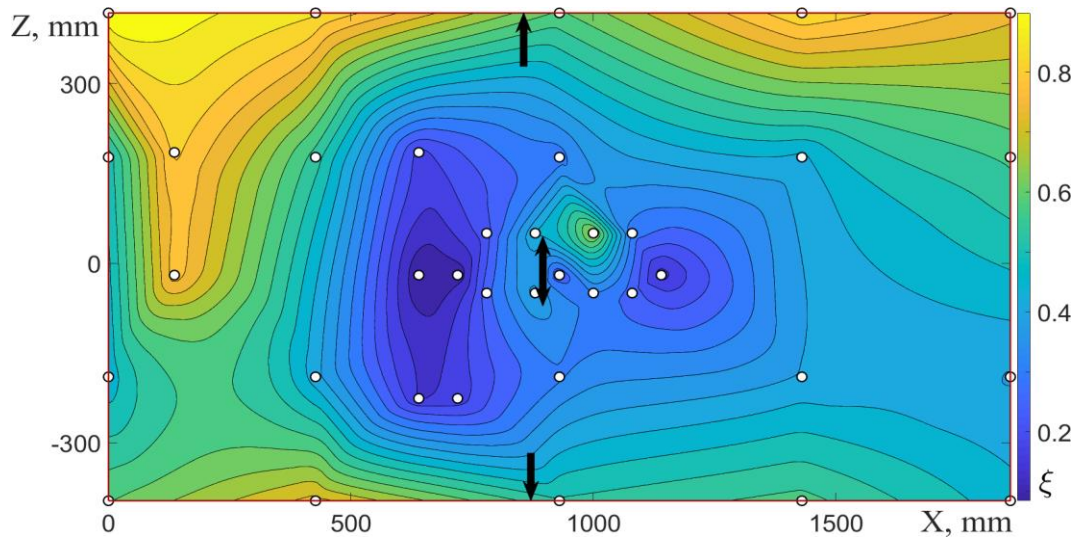


Рисунок 4.36 — Распределение  $\xi$ , панель с трещинами в стрингерах № 1 и № 5

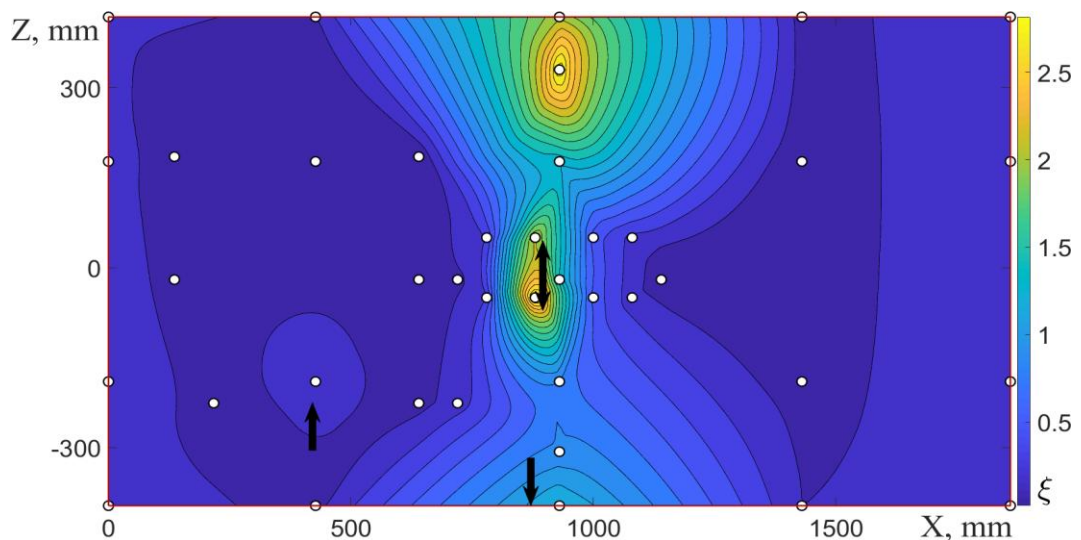


Рисунок 4.37 — Распределение  $\xi$ , панель с трещиной в стрингере № 2,  
 $L = 15$  мм с распространением вдоль стрингера

Из представленных на рисунках результатов следует, что при использовании такого способа нормирования максимумы параметра искажений портретов колебаний не всегда совпадают с реальным расположением дефектов. Если совпадение и происходит, то соотношение величин  $\xi$  не соответствует соотношениям размеров близлежащих дефектов. Сопоставление полей распределения параметра  $\xi$  при использовании различных тонов колебаний позволяет сделать вывод о том, что его максимумы находятся не вблизи дефектов, а вблизи узлов форм колебаний. Это явление объясняется следующим: трение и соударения берегов трещины порождают высокочастотные вибрации, распространяющиеся на неповреждённые части конструкции. Размеры области распространения зависят от амплитуды порождаемых вибраций и характеристик демпфирования исследуемого объекта. Ускорение в каждой точке конструкции можно представить в виде набора гармоник, причем нелинейные составляющие сигналов датчиков ускорений состоят из высших (по отношению к сигналу генератора в системе возбуждения колебаний) гармоник. В точках, близких к узлам формы колебаний, амплитуды высших гармо-

ник могут превышать амплитуду первой гармоники и, следовательно, при приближении к узловой линии формы колебаний

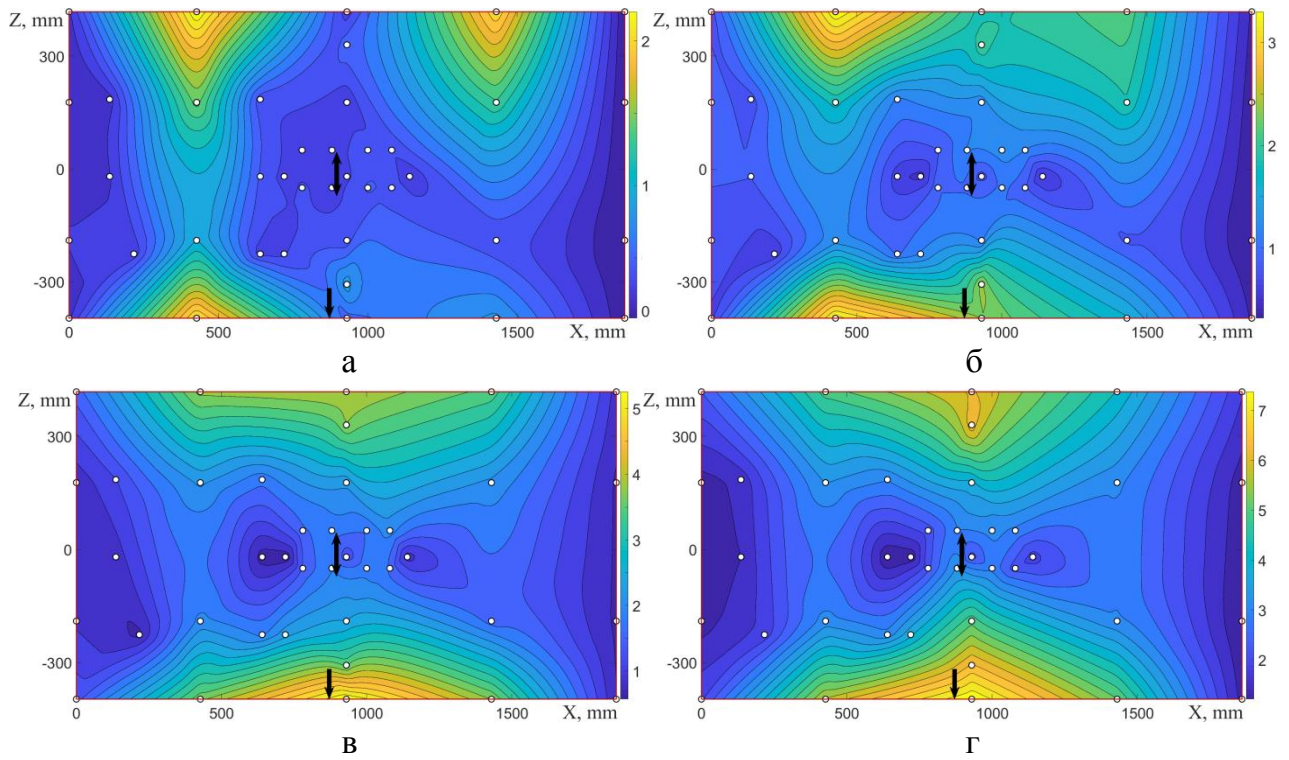
$$\xi_i = \lim_{(A_1)_i \rightarrow 0} \frac{\max(\Psi_i(t))}{(A_1)_i} = \infty,$$

при  $\max(\Psi(t)) \neq 0$ .

В экспериментальных исследованиях обнаружено, что увеличение амплитуды колебаний панели приводит к стабилизации качественной картины распределения локальных максимумов параметра  $\xi$ . При этом положения максимумов соответствуют местоположениям дефектов. Это объясняется двумя причинами. Во-первых, для воспроизведения высоких амплитуд колебаний необходимо внешнее воздействие с большой амплитудой, для чего на устройства возбуждения колебаний подается повышенный управляющий сигнал. Это, при прочих равных условиях, приводит к увеличению отношения сигнал/шум. Поскольку в реальных системах управления нагружением и измерениями параметров колебаний присутствуют электрические помехи, то сигнал с повышенной амплитудой оказывается более близким к «чистому» гармоническому воздействию. Во-вторых, увеличение амплитуды колебаний конструкции приводит к увеличению амплитуд импульсов, порождаемых трением и соударением берегов трещин. Чем выше интенсивность возникающих высокочастотных вибраций, тем на большем удалении от места расположения дефекта их можно зарегистрировать. Но при этом необходимо иметь в виду, что уровень вибрационного воздействия на объект испытаний с целью диагностики его технического состояния ограничивается так, чтобы такие воздействия не приводили к накоплению усталостных повреждений.

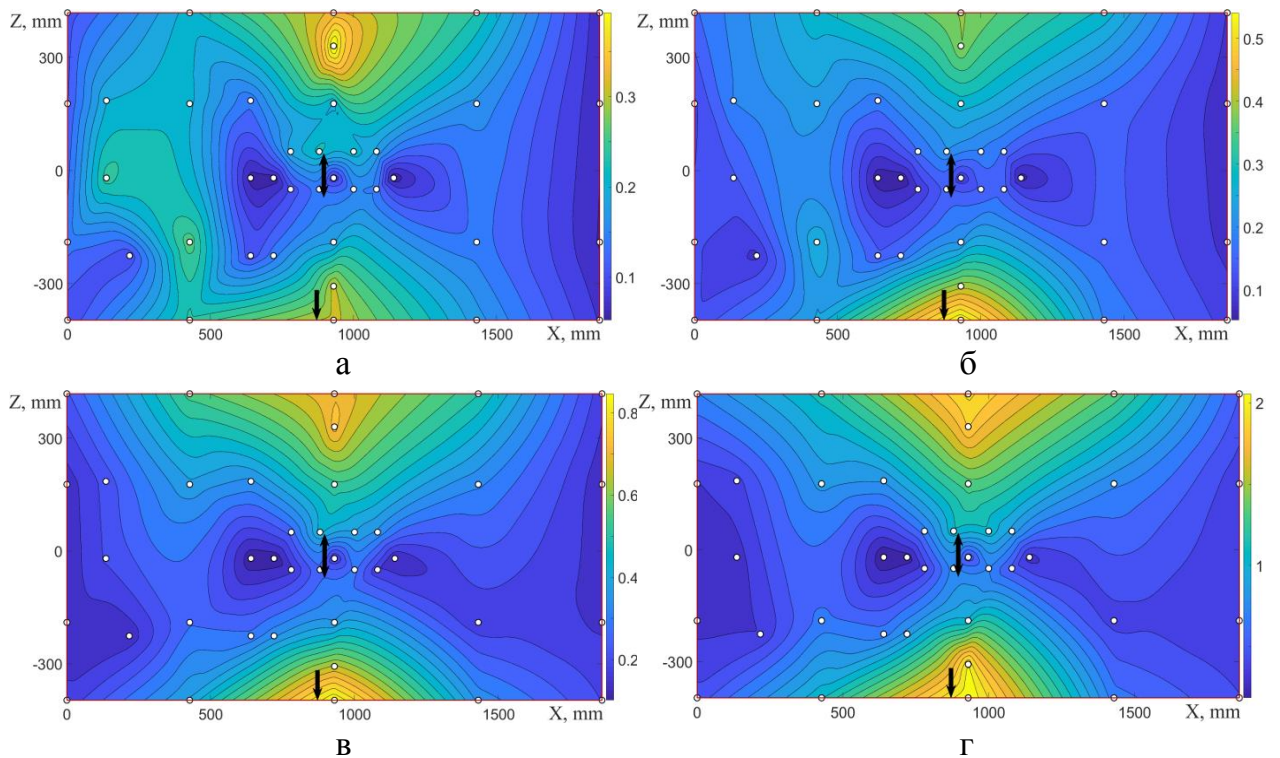
На рисунках 4.38–4.39 показано изменение полей распределения искажений портретов колебаний для панели с надрезом, трещиной в стрингере № 1 и ремонтной накладкой на стрингере № 5 при разных амплитудах колебаний и различном способе вывешивания панели. Величина искажений не нормирована.

Проведение исследований по влиянию амплитуды колебаний панели на достоверность идентификации трещин при различном способе вывешивания панели объясняется тем, что способ вывешивания влияет на деформированное состояние панели под воздействием сил тяжести. Поэтому для раскрытия (а значит и проявления) трещин могут потребоваться разные уровни внешнего вибрационного воздействия.



амплитуда перегрузки в точке 5.4: а —  $n = 0,25$ ; б —  $n = 0,96$ ; в —  $n = 1,59$ ; г —  $n = 1,86$

Рисунок 4.38 — Распределения  $\Psi$ , панель вывешена горизонтально



амплитуда перегрузки в точке 5.4: а —  $n = 0,38$ ; б —  $n = 0,66$ ; в —  $n = 0,92$ ; г —  $n = 1,46$

Рисунок 4.39 — Распределения  $\Psi$ , панель вывешена вертикально

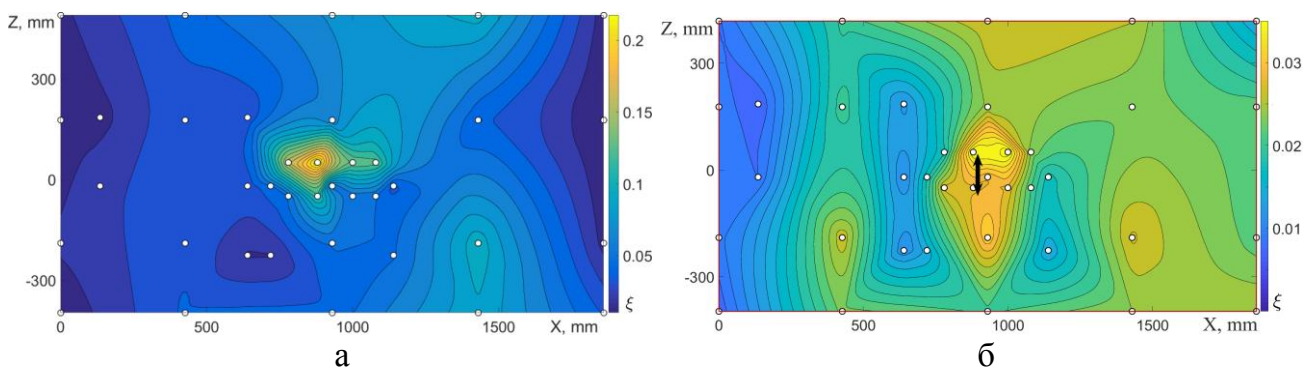
Результаты, представленные на рисунках 4.38–4.39, подтверждают вывод о том, что с ростом амплитуды вынужденных колебаний панели повышается достоверность

идентификации дефектов. Это подтверждается ещё и тем, что при вертикальном вывешивании панели трещины отчетливо проявляются при меньших, по сравнению с горизонтальным вывешиванием, амплитудах колебаний.

В системах управления вибрационными испытаниями и измерения параметров колебаний зачастую присутствуют электрические помехи, обусловленные наводками от сети питания, электрических машин, электронных устройств и иных источников. Избавиться от них не всегда возможно. Поэтому необходимо оценить влияние помех на достоверность обнаружения дефектов. Установлено, что наибольшие помехи возникают в цепях управления возбуждением колебаний.

Разрабатываемый метод обнаружения дефектов основан на выявлении отличий установившихся вынужденных колебаний объекта диагностики от колебаний линейной системы под действием силы, изменяющейся по гармоническому закону. Наличие электрических помех в элементах системы возбуждения колебаний приводит к формированию воздействия на конструкцию, отличного от гармонического. Оценка уровня вносимых электрическими помехами искажений возможна по анализу спектральных составляющих сигналов датчиков сил (ДС), установленных в точках возбуждения колебаний.

На рисунке 4.40 показаны распределения величины  $\xi$  по поверхности панели с надрезом в центральной части, соответствующие различным уровням электрических помех. На рисунках указаны частоты высших гармоник  $\nu$  и их амплитуды  $Q_i$ , выраженные в процентах от амплитуды первой гармоники основного сигнала ДС. Здесь  $i$  — условный номер канала возбуждения колебаний (в испытаниях панели  $\max i = 2$ ). Принимались во внимание гармоники с относительными амплитудами  $Q_i$ , превышающими 5%.



а —  $\nu = 21,88$  Гц:  $Q_1 = 6,0$  %,  $Q_2 = 18,2$  %;  $\nu = 50$  Гц:  $Q_1 = 5,4$  %;

$\nu = 450$  Гц:  $Q_1 = 17,9$  %,  $Q_2 = 61,7$  %;

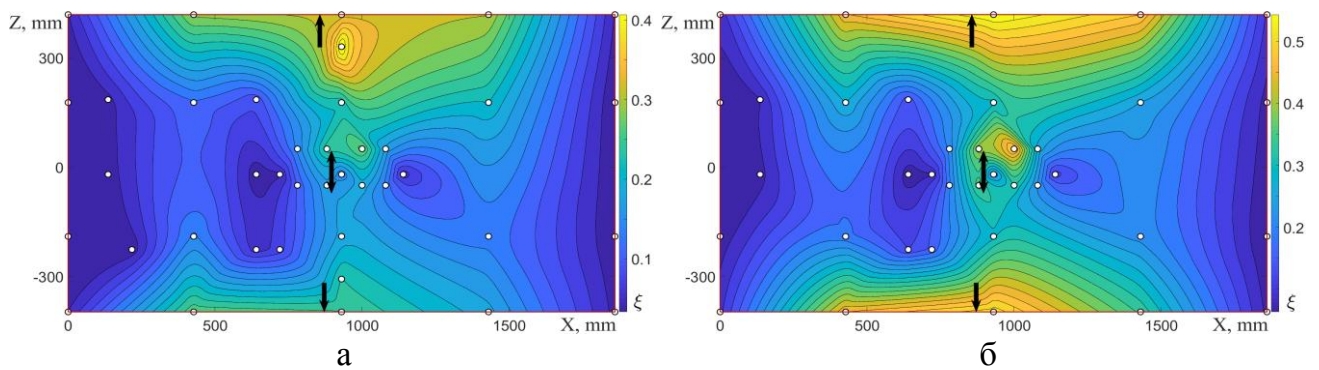
б — амплитуды помех менее 2 %

Рисунок 4.40 — Распределения  $\xi$ , надрез в центральной части,  $f = 10,87$  Гц



Распределение параметра искажения портретов колебаний, представленное на рисунке 4.40б, получено при отсутствии электрических помех в сигналах ДС. Снизить относительный уровень помех удалось использованием усилителей мощности в режиме поддержания задаваемого напряжения (в отличие от режима поддержания задаваемой величины тока), а также увеличением управляющего сигнала. Поскольку увеличение амплитуды сигнала, а значит и уровня вибрационного воздействия на объект испытаний, не всегда возможно по условиям его прочности, то необходимо либо проводить возбуждение колебаний не на резонансной частоте, либо перенести точки возбуждения как можно ближе к узлам формы соответствующего тона колебаний.

На рисунке 4.41 представлены распределения величины  $\xi$  по поверхности панели с надрезом и трещинами в стрингерах № 1 и № 5 при наличии электрических помех различного уровня. Как следует из рисунков 4.40–4.41, электрические помехи могут затруднить идентификацию дефекта.



а —  $\nu = 50$  Гц,  $Q_1 = 13,9$  %;  $\nu = 100$  Гц,  $Q_1 = 6,0$  %;

$\nu = 150$  Гц,  $Q_1 = 34,4$  %;  $\nu = 250$  Гц,  $Q_1 = 5,3$  %;  $\nu = 450$  Гц,  $Q_1 = 31,3$  %;

б —  $\nu = 50$  Гц,  $Q_1 = 7,60$  %;  $\nu = 150$  Гц,  $Q_1 = 17,6$  %;  $\nu = 450$  Гц,  $Q_1 = 16,5$  %

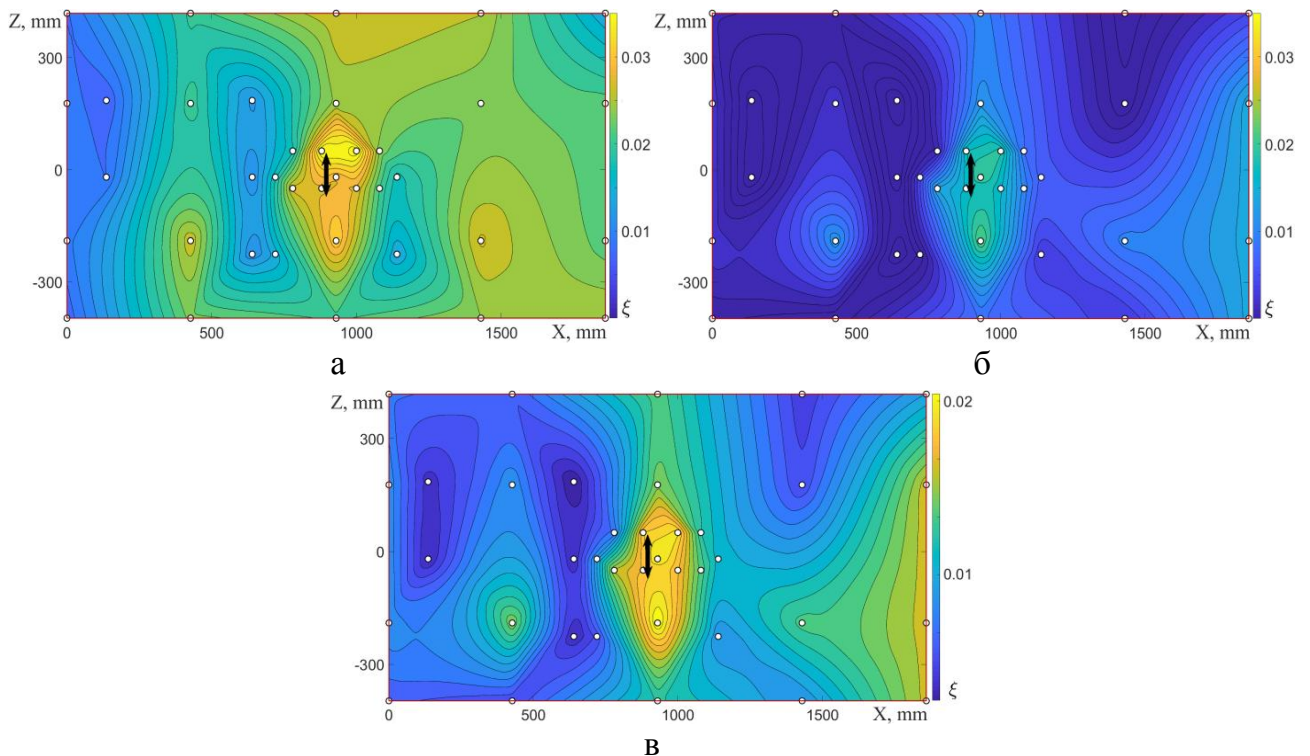
Рисунок 4.41 — Распределения  $\xi$ , панель с надрезом и трещинами,  $f = 10,61$  Гц

Результаты исследований, примером которых являются распределения параметра  $\xi$ , представленные на рисунке 4.41, показали, что идентификация местоположений дефектов надежна, если относительный уровень электрических помех не превышает 20% амплитуды гармоники сигнала генератора. Следует также отметить, что если датчики сил расположены вблизи дефектов, то в спектрах сигнала ДС могут возникать гармонические составляющие, кратные гармонике сигнала генератора. Это объясняется влиянием нелинейных свойств конструкции, а не электрическими помехами.

#### 4.5 Отслеживание изменений состояния панели

Поскольку расположения дефектов панели определяются по расположениям датчиков, портреты колебаний которых имеют максимальные нелинейные искажения, то появление новых дефектов вблизи уже существующих может не быть обнаружено по причине «затенения» одного максимума другим. Для устранения этого явления предлагается вычитать одно распределение параметра искажений из другого. Таким способом можно исключить из анализа исходное состояние объекта испытаний, отследить динамику изменений состояния панели и зафиксировать развитие каждого дефекта в отдельности. Для этого распределения параметра  $\xi$  должны быть построены по результатам таких испытаний, в которых воспроизведены одинаковые амплитуды виброперегрузок в контрольных точках панели.

На рисунке 4.42 показан пример исключения искажений, соответствующих исходному состоянию панели.



а — надрез в центральной части; б, в — исключено исходное состояние

Рисунок 4.42 — Исключение исходного состояния для панели с надрезом

Здесь необходимо сделать следующее замечание: результат вычитания распределения  $\xi$  для предшествующего состояния панели из состояния текущего можно представить в одном масштабе с изображением предшествующего состояния.

Вследствие того, что эта разница может быть небольшой, выделяемый дефект панели наглядно может не проявляться (рисунок 4.42б). Поэтому результат вычитания целесообразно изображать в масштабе, при котором шкала цветов соответствует минимальному и максимальному значениям  $\xi$  (рисунок 4.42в).

На рисунке 4.43 проиллюстрировано исключение двух предшествующих состояний из распределения  $\xi$  для панели с надрезом в центральной части, трещиной в стрингере № 1, ремонтной накладкой на стрингере № 5 и трещиной в полке стрингера № 2 длиной 15 мм с распространением вдоль стрингера (рисунок 4.43а). Вычитание состояния с ремонтной накладкой на стрингере № 5 (рисунок 4.43б, 4.43в) позволяет выделить новый дефект — трещину в стрингере № 2, а вычитание состояния с длиной трещины в полке стрингера № 2 5 мм — отследить развитие этого дефекта (рисунок 4.43г, 4.43д).

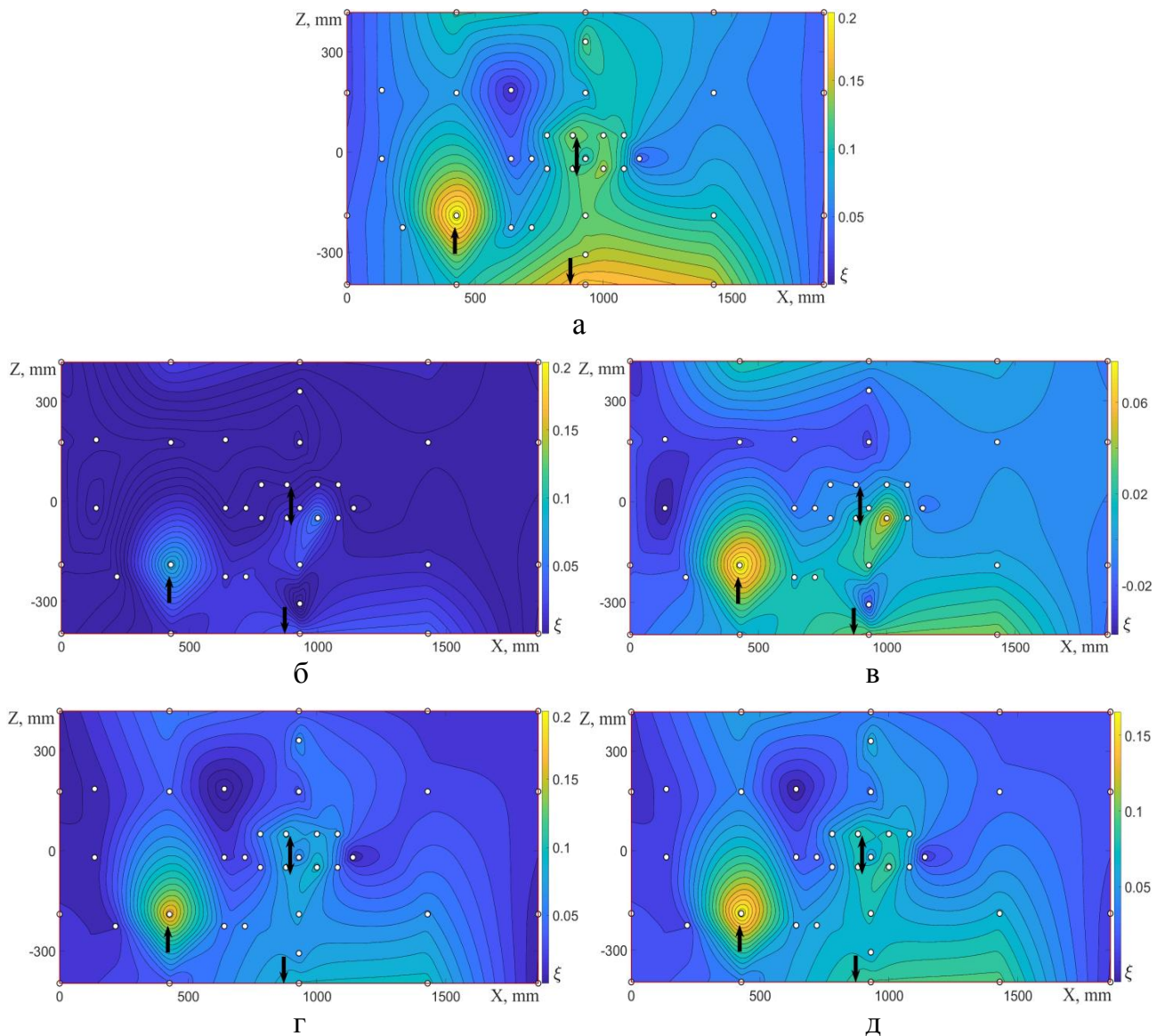


Рисунок 4.43 — Исключение предшествующих состояний для панели с трещиной в полке стрингера № 2 длиной 15 мм с распространением вдоль стрингера

Помимо сопоставления распределений  $\xi$  для разных состояний панели, изложенный способ трансформации результатов испытаний позволяет исключать из рассмотрения искажения портретов колебаний в любых произвольных точках на поверхности панели. Это может быть полезным при анализе и интерпретации результатов экспериментов.

На рисунках 4.44–4.46 показаны примеры такого исключения из распределения величин  $\xi$  для панели с надрезом в центральной части, трещиной в стрингере № 1, ремонтной накладкой на стрингере № 5 и трещиной в полке стрингера № 2. Распределение искажений портретов колебаний панели для рассматриваемого состояния представлено на рисунке 4.44. Исключение из рассмотрения сигналов датчиков, находящихся вблизи трещины в стрингере № 2, позволяет выделить распределение параметра  $\xi$ , соответствующее трещине в стрингере № 1 и трещине с ремонтной накладкой в стрингере № 5 (рисунок 4.45). А исключение из рассмотрения сигналов датчиков, находящихся вблизи трещины в стрингере № 1, позволяет более детально проследить за развитием трещины в стрингере № 2 (рисунок 4.46).

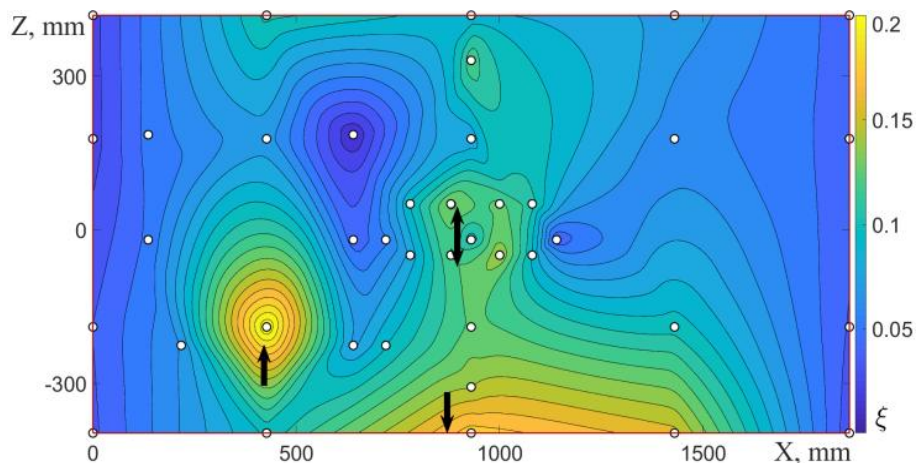


Рисунок 4.44 — Рассматриваемое распределение  $\xi$  по панели

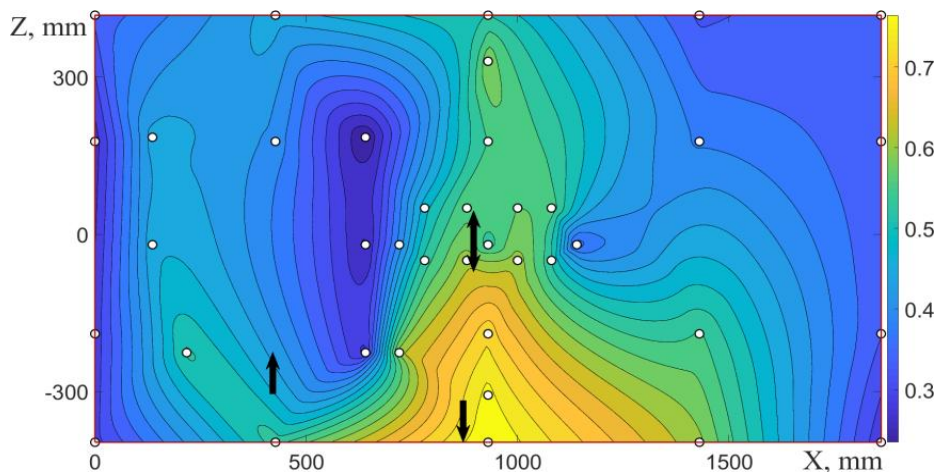


Рисунок 4.45 — Распределение  $\xi$ , исключены точки вблизи трещины в стрингере № 2

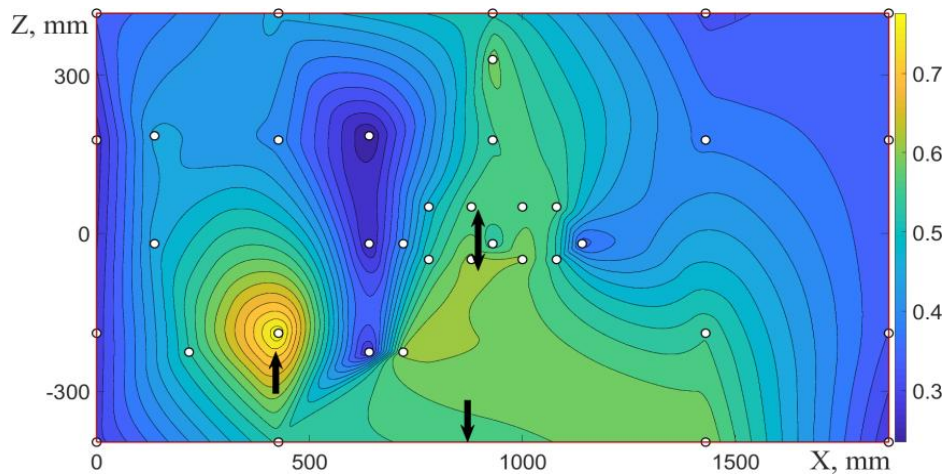


Рисунок 4.46 — Распределение  $\xi$ , исключены точки вблизи трещины в стрингере № 1

#### 4.6 Примеры диагностики дефектов в элементах планера самолёта

Созданная в работе методика диагностирования дефектов была опробована в прочностных испытаниях. Ниже приведены результаты этих испытаний.

##### Нервюра крыла самолёта Су-27

Нервюра крыла самолёта Су-27 имела следующие габаритные размеры: длина 2240 мм., ширина (высота профиля) 210 мм. Конструкция цельная, выполнена из алюминиевого сплава. Во время испытаний нервюры имела консольное закрепление. Общий вид экспериментальной установки для вибрационных испытаний нервюры представлен на рисунке 4.47. Схема установки датчиков ускорений показана на рисунке 4.48.



Рисунок 4.47 — Экспериментальная установка

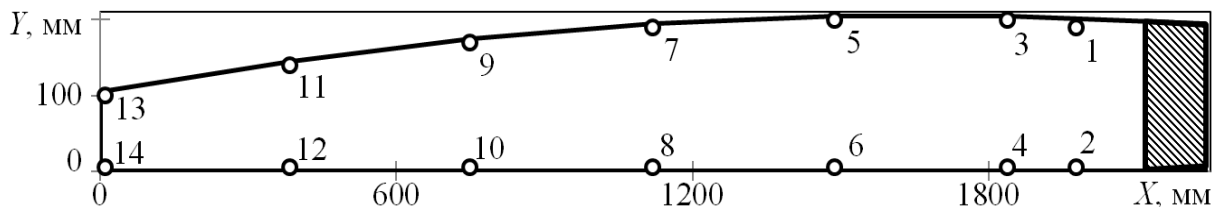


Рисунок 4.48 — Схема установки датчиков

Вблизи точки № 5 был выполнен концентратор напряжений в виде узкого надреза. Изгибными колебаниями большой амплитуды выращена усталостная трещина, распространившаяся поперёк пояса нервюры в направлении её стенки (рисунок 4.49).



Рисунок 4.49 — Трещина в поясе нервюры

Вибрационное нагружение нервюры производилось на частоте, близкой к собственной частоте первого тона изгибных колебаний. Зарегистрированы временные сигналы акселерометров и построены портреты колебаний. На рисунке 4.50 показаны характерные портреты колебаний контрольных точек нервюры после появления трещины. Видно, что портрет колебаний точки № 5 имеет значительные искажения. Распределение параметра искажений  $\xi$  по поверхности нервюры подтверждает вывод о наличии дефекта вблизи точки № 5 (рисунок 4.51). Положение трещины отмечено стрелкой. Нормирование искажений выполнено по амплитуде первой гармоники в каждой точке измерения колебаний.

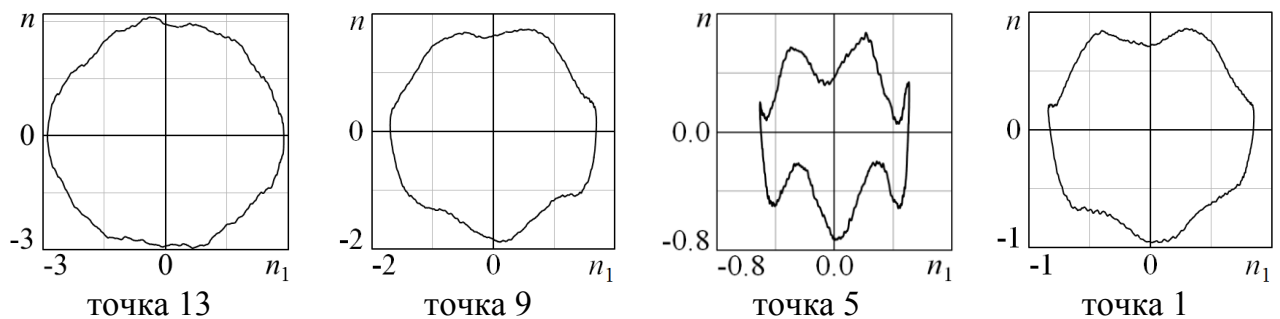
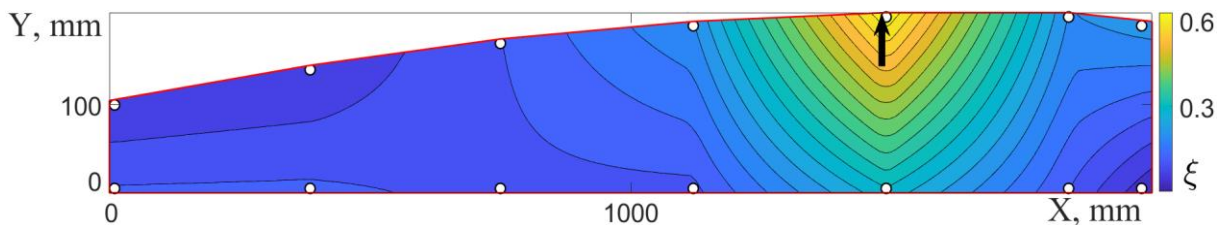


Рисунок 4.50 — Портреты колебаний нервюры

Рисунок 4.51 — Распределение  $\xi$  по поверхности нервюры

### Нервюра № 8 отъёмной части крыла самолёта RRJ-95

Нервюра имела следующие габаритные размеры: длина 1355 мм, ширина (высота профиля) 235 мм. Конструкция цельнофрезерованная, выполнена из алюминиевого

сплава. К нервюре присоединены дополнительные элементы, не являющиеся силовым набором. Нервюра имела консольное закрепление. Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 4.52. Схема установки датчиков показана на рисунке 4.53.



Рисунок 4.52 — Нервюра № 8 отъёмной части крыла самолёта RRJ-95

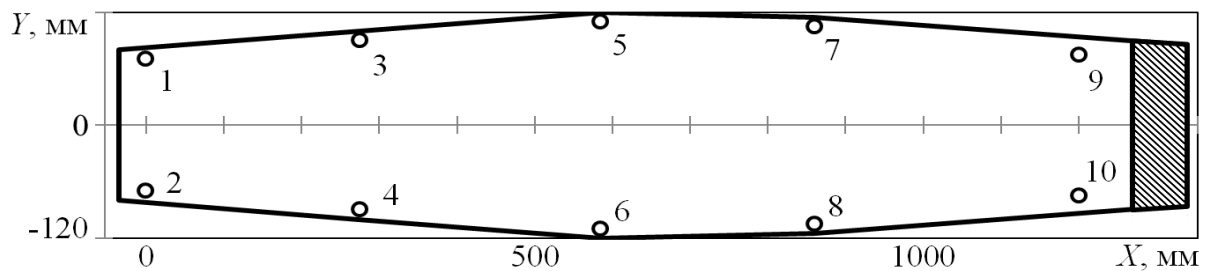
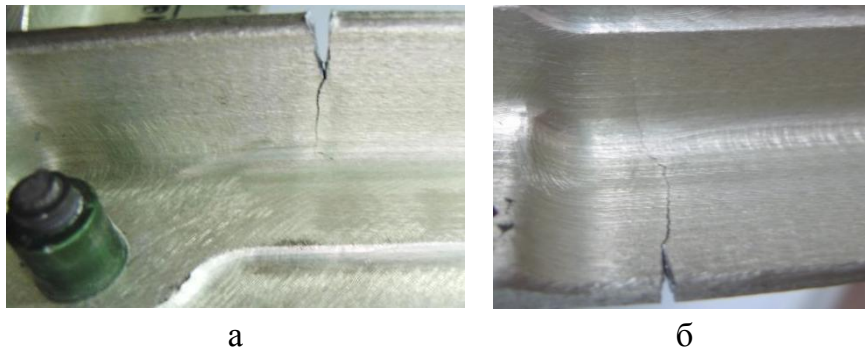


Рисунок 4.53 — Схема установки датчиков

Вблизи точек 5 и 8 выполнены концентраторы напряжений в виде узких надрезов. Изгибными колебаниями большой амплитуды выращены усталостные трещины, распространившиеся поперёк поясов нервюры в направлении её стенки (рисунок 4.54).



а – трещина вблизи точки 5; б – трещина вблизи точки 8

Рисунок 4.54 — Трещины в поясах нервюры

Вибрационное нагружение нервюры производилось на частоте, близкой к собственной частоте первого тона изгибных колебаний. Зарегистрированы временные сигналы акселерометров и построено поле распределения величин искажений по поверхности нервюры (рисунок 4.55). Положение трещин отмечено стрелками. Распределение величин  $\xi$  по поверхности нервюры подтверждает вывод о наличии дефектов вблизи точек № 5 и № 8.

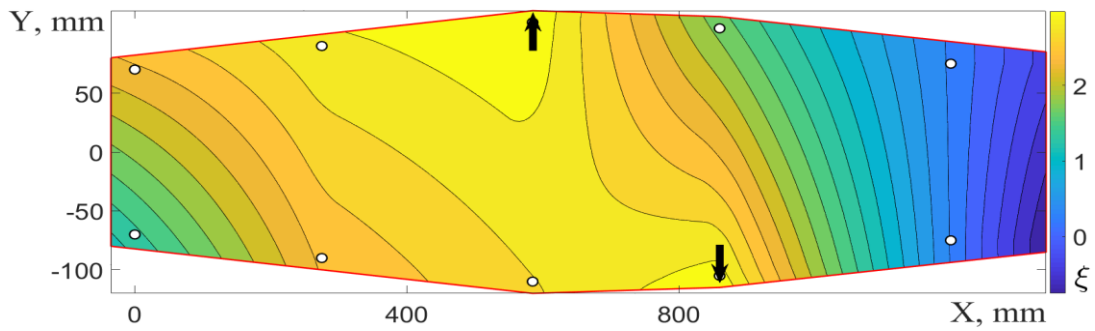


Рисунок 4.55 — Распределение  $\xi$  по поверхности нервяуры

#### 4.7 Программа обработки результатов испытаний для выявления дефектов

Алгоритм обработки результатов испытаний для целей диагностики дефектов был реализован в виде программного кода. Учитывая исследовательский характер рассматриваемой задачи, для её решения был выбран интерпретируемый язык программирования *MATLAB*. Использование этого инструмента позволяет осуществлять быстрые и высокоэффективные реализации различных подходов к решению, с возможностью визуализации получаемых результатов. Среда разработки *MATLAB* включает обширную и подробную справочную информацию по различным функциям и синтаксису языка. Кроме того, в комплексе *LMS Test.Lab* существует встроенная функция экспорта результатов испытаний в формате *mat*. В структуру экспортируемого файла входят временные сигналы и соответствующая им служебная информация (имена каналов, название проекта, длина записи) с датчиков ускорений *Signal\_0* и датчиков силы *Signal\_1*. Структуры объектов сигналов датчиков обоих типов являются подобными.

С целью автоматизации процедуры расчёта принята следующая структура имён файлов исходных данных: « $\alpha Hz \beta kHz G \gamma .mat$ », где  $\alpha$  — частота внешнего воздействия (Гц),  $\beta$  — частота дискретизации (кГц),  $\gamma$  — номер версии схемы расположения контрольных точек. Указанные параметры считываются из имени файла и используются в расчёте. Имя также может быть дополнено любым комментарием, не содержащим обозначений *Hz*, *kHz*, *G*.

В программе реализованы следующие варианты работы:

- *Single* — обработка одного файла с исходными данными;
- *Compare* — сравнение полей распределения величин искажений портретов колебаний, соответствующих двум состояниям объекта диагностики;



- *AutoSingle* — автоматическая последовательная обработка всех файлов данных, содержащихся в указанной пользователем папке;

- *AutoCompare* — сравнение полей величин  $\xi$  в соответствии с перечнем, указанным пользователем в файле формата *xls*. Перед этим необходимо провести расчет выбранных для сравнения файлов в режиме *Single* или *AutoSingle*;

Выбор вида представления результата расчёта осуществляется функцией *ShowOption*, имеющей следующие аргументы:

- *Distortion* — построение полей распределения величин  $\xi$  (рисунок 4.56);

- *Portrait* — построение портретов колебаний всех точек измерения (рисунок 4.57);

- *TimeSignal* — отображение временного сигнала выбранного канала измерения (рисунок 4.58).

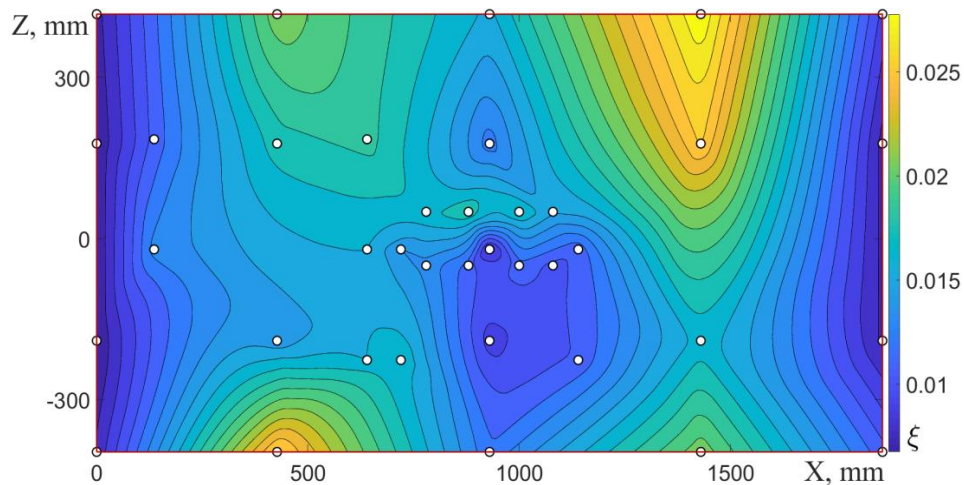


Рисунок 4.56 — Поле величины  $\xi$

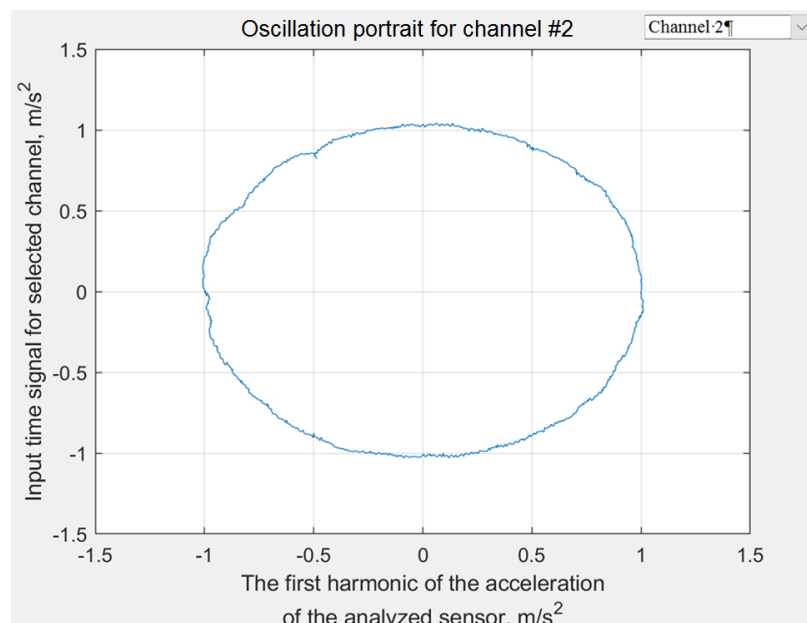


Рисунок 4.57 — Портрет колебаний контрольной точки № 2

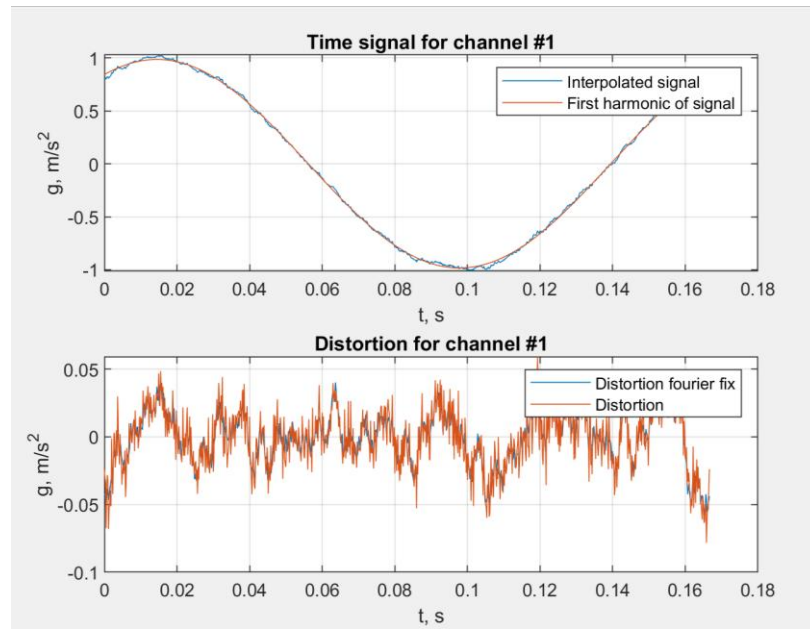


Рисунок 4.58 — Временной сигнал канала измерения №1

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с целью диссертационной работы разработана методика диагностирования производственно-технологических и эксплуатационных дефектов авиационных конструкций по результатам вибрационных испытаний.

### **Основные результаты и выводы по диссертационной работе:**

1. Источником информации о наличии дефектов в конструкции ЛА могут являться результаты модальных испытаний. Отклонения характеристик собственных тонов колебаний от заложенных в ЛА при их проектировании являются, как правило, следствием появления в конструкции производственно-технологических или эксплуатационных дефектов.

2. Для выявления отклонений модальных параметров ЛА, вызванных появлением дефектов, проведены исследования достоверности определения собственных частот, обобщённых масс и демпфирования при наличии случайных ошибок измерений колебаний, тонов с близкими частотами и влиянии системы упругого вывешивания ЛА. Разработан способ определения характеристик собственных тонов колебаний, обладающий низкой чувствительностью к погрешностям эксперимента.

3. Установлено, что идентификационным признаком люфтов в подвижных соединениях проводки управления самолётом, зазоров в местах стыковки агрегатов и повышенных нагрузок монтажа отклоняемых поверхностей могут являться нелинейные искажения портретов вынужденных колебаний объекта испытаний. Для построения портретов вертикальная развертка производится пропорционально сигналу каждого акселерометра, установленного на объекте испытаний, а горизонтальная — пропорционально первой гармонике этого сигнала, сдвинутой по фазе на  $\pi/2$ .

4. Идентификационный признак был использован при разработке способа контроля люфтов в протяжённых проводках управления, эффективность которого подтверждена в модальных испытаниях учебного самолёта. По искажениям портретов колебаний были обнаружены зазоры в подшипниках управляемого стабилизатора и переднего горизонтального оперения многоцелевого самолёта.

5. Показано, что по нелинейным искажениям портретов колебаний можно зафиксировать появление трещин в элементах планера самолёта и определить их местоположения. Для численной оценки искажений из сигнала акселерометра вычитается его первая гармоника, в остатке определяется абсолютный максимум искажений за период. Величи-

на этого максимума принимается в качестве параметра искажений портретов колебаний и является идентификационным признаком дефекта. Для выявления трещин строится распределение параметра искажений портретов колебаний по поверхности объекта контроля.

6. По результатам диагностирования трещин в панели фюзеляжа самолёта установлено, что способ нормирования параметра искажений портретов колебаний имеет важное значение для достоверности идентификации дефектов. Показано, что с ростом амплитуды вибраций панели достоверность идентификации дефектов повышается. Отмечено, что электрические помехи в системах возбуждения и измерения колебаний не снижают достоверность идентификации дефектов, если амплитуды этих помех не превышают 20% амплитуды сигнала управляющего генератора.

7. Разработан способ математической обработки распределений параметра искажений портретов колебаний, позволяющий исключить из анализа исходное состояние объекта испытаний, отследить динамику изменений его состояния и зафиксировать развитие каждого дефекта в отдельности. Приведены примеры диагностики дефектов в нервюрах крыла самолёта.

#### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы**

Дальнейшая разработка темы должна быть направлена на расширение видов дефектов, обнаруживаемых по искажениям портретов вынужденных колебаний объектов контроля. К ним относятся, например, непроклеи и расслоения в конструкциях из композиционных материалов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Микишев, Г. Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость [Текст] / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович. — М. : Машиностроение, 1971. — 564 с.
2. Ewins, D. J. *Modal Testing: Theory and Practice* [Text] / D. J. Ewins. — England : Research Studies Press Ltd, 1984. — 313 p. — ISBN 0 86380 017 3.
3. Kennedy, C. C. *Use of vectors in vibration measurement and analysis* [Text] / C. C. Kennedy, C. D. P. Panu // *J. Aero. Sci.* — 1947. — 14(11). — P. 603–625.
4. Bishop, R. E. D. *An Investigation into the Theory of Resonance Testing* [Text] / R. E. D. Bishop, G. M. L. Gladwell // *Phil. Trans. of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences.* — 1963. — Series A, vol. 225. — P. 241–280.
5. Завери, К. Анализ мод колебаний больших конструкций — системы с несколькими вибростендами [Текст] / К. Завери. — *Bruel & Kjer*, 1985. — 188 с.
6. Смыслов, В. И. Об экспериментальных способах исследования колебаний летательных аппаратов [Текст] / В. И. Смыслов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1217. — С. 3–63.
7. Смыслов, В. И. Исследование колебаний линейной системы при многоточечном возбуждении и автоматизации измерений [Текст] / В. И. Смыслов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1217. — С. 64–86.
8. Смыслов, В. И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций [Текст] / В. И. Смыслов // Уч. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1972. — Т. III, № 5. — С. 110–118.
9. Гроссман Е. П. Курс вибраций частей самолёта [Текст] / Е. П. Гроссман. — М. : Оборонгиз, 1940. — С. 126–132.
10. Справочник авиаконструктора. Т. III. Прочность самолёта [Текст]. — М. : Издание ЦАГИ, 1939. — 654 с.
11. Резник, А. Л. Определение форм и частот собственных колебаний самолёта [Текст] / А. Л. Резник // Труды ЦАГИ. — 1948.
12. НИО-19 ЦАГИ — Отделение норм прочности, нагрузок и аэроупругости летательных аппаратов. 1963-2013 гг. [Текст] : сборник статей / Зиченков М. Ч. (рук.) и др.. — М : Изд. отдел ЦАГИ, 2014. — 383 с.

13. Оценка эффективности некоторых экспериментальных методов определения основных динамических характеристик упругих конструкций [Текст] / Г. Н. Микишев, Н. Д. Пронин, Ю. Ю. Швейко [и др.] // Исследования по теории сооружений. — М. : Стройиздат, 1970. — № 10. — С. 85–100.

14. Clerc D. *Methode de recherche des modes propres par calcul de l'excitation harmonique optimum d'apres les res les resultats bruts d'essais de vibrations* [Text] / D. Clerc // *Note technique : ONERA*. — 1967. — No. 119. — 57 p.

15. Васильев, К. И. Экспериментальное исследование упругих колебаний летательных аппаратов с помощью многоканального оборудования АВДИ-1Н [Текст] / К. И. Васильев, В. И. Смыслов, В. И. Ульянов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1975. — Вып. 1634. — С. 1–36.

16. Traill-Nash, R. W. *Experimental determination of the complete dynamical properties of a two-degree-of-freedom model having nearly coincident natural frequencies* [Text] / R. W. Traill-Nash, G. Long, C. M. Bailey // *J. Engineering Science*. — 1967. — Vol. 9, no. 5. — P. 402–413.

17. Шибанов, Р. А. Метод анализа результатов частотных испытаний [Текст] / Р. А. Шибанов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1188. — С. 14–25.

18. Wittmeyer, H. *Ein iteratives, experimentell-rechnerisches Verfahren zur Bestimmung der dynamischen Kenngrößen eines schwach gedämpften elastischen Körpers* [Text] / H. Wittmeyer // *Z. Flugwiss.* — 1971. — Bd. 19, heft 6. — S. 229–241.

19. Wittmeyer H. *Eine «Orthogonalitätsmethode» zur Ermittlung der dynamischen Kennwerte eines elastischen Körpers aus seinem Standschwingungsversuch* [Text] / H. Wittmeyer // *Inq. Arch.* — 1973. — Bd. 42, n. 2. — S. 104–116.

20. Ушкалов, В. Ф. Использование модальных моделей при идентификации механических систем [Текст] / В. Ф. Ушкалов // Техническая кибернетика. — Киев : ИК АН УССР, 1971. — С. 82–87.

21. Лазарян, В. А. К вопросу идентификации некоторых линейных механических систем [Текст] / В. А. Лазарян, В. Ф. Ушкалов, С. Ф. Редько // Переходные режимы движения и колебания подвижного состава : тр. ДИИТа. — Днепропетровск, 1973. — Вып. 143. — С. 103–111.

22. Goyder, H. G. D. *Methods and application of structural modelling from measured structural frequency response data* [Text] / H. G. D. Goyder // *J. Sound and Vibr.* — 1980. — Vol. 68, no. 2. — P. 209–230.
23. Ewins, D. J. *A method for modal identification of lightly damped structures* [Text] / D. J. Ewins, P. T. Gleeson // *J. Sound and Vibr.* — 1982. — Vol. 84, no. 1. — P. 57–79.
24. Ибрахим, С. Р. Вычисление нормальных собственных форм колебаний по идентифицированным комплексным собственным формам [Текст] / С. Р. Ибрахим // *Аэрокосмическая техника.* — 1983. — Т. 1, № 11. — С. 93–99.
25. Ибрагим, С. Р. Построение динамических моделей конструкций по измеренным комплексным собственным формам колебаний [Текст] / С.Р. Ибрагим // *Аэрокосмическая техника.* — 1984. — Т. 2, № 2. — С. 153–158.
26. О современных методиках наземных испытаний самолётов в аэроупругости [Текст] / П. Г. Карклэ, В. А. Малютин, О. С. Мамедов [и др.] // *Уч. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского*, 2012, вып. 2708. — 34 с.
27. Lewis, R. C. *A system for the excitation of pure natural modes of complex structure* [Text] / R. C. Lewis, D. L. Wrisley // *J. of Aeronautical Sciences.* — 1950. — Vol. 17, no. 11. — P. 705–723.
28. Asher, G. W. *A Method of Normal Mode Excitation Utilizing Admittance Measurements* [Text] / G. W. Asher // *Proc. National Specialists Meeting on Dynamics and Aeroelasticity, Ft. Worth, Inst. Of Aeronautical Sciences.* — 1958, — P. 69–76.
29. Craig, R. R. *On Multiple Shaker Resonance Testing* [Text] / R. R. Craig, Y. W. T. Su // *AIAA Journal.* — 1974. — Vol. 12, no. 7. — P. 924–931.
30. Hallauer, W. L. *On the Distribution of Shaker Forces in Multiple-Shaker Modal Testing* [Text] / W. L. Hallauer, J. F. Stafford // *The Shock and Vibration Bulletin.* — 1978. — Bill. 48, Path 1. — P. 49–63.
31. Dat, R. *Determination des modes propres d'une structure par essai de vibration avec excitation non appropriée* [Text] / R. Dat // *Rech. Aerosp.* — 1973. — No. 2. — P. 99–108.
32. Dat, R. *Essais de vibration d'une structure comportant du frottement sec* [Text] / R. Dat, R. Tretout, M. Lafont // *Rech. Aerosp.* — 1975. — No. 3. — P. 169–174.
33. Бернс, В. А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний [Текст] / В. А. Бернс // *Научный вестник НГТУ.* — 2010. — № 3 (40). — С. 99–109.

34. Clerc, D. *Une method d'appropriation des forces d'excitation aux modes propres non amortis d'Une structure* [Text] / D. Clerc // *La Recherche Aeronautique*. — 1962. — No. 87. — P. 55–58.

35. Жаров, Е. А. Точность определения колебательных характеристик упругой конструкции при резонансных испытаниях с многоточечным возбуждением [Текст] / Е. А. Жаров, В. И. Смыслов // *Уч. Записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского*. — 1976. — Т. 7, № 5. — С. 88–97.

36. Ушкалов, В. Ф. Об оценке погрешностей идентификации линейных механических систем алгебраическим способом [Текст] / В. Ф. Ушкалов // *Прикладная механика*. — 1974. — Т. 10, вып. 9. — С. 78–84.

37. Бернс, В. А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах [Текст] / В. А. Бернс // *Контроль, диагностика*. — 2011. — № 3 (153). — С. 12–16.

38. Бернс, В. А. Оценка точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных [Текст] / В. А. Бернс // *Вестник СибГАУ*. — 2010. — № 5 (31). — С. 208–212.

39. Бернс, В. А. Определение обобщённых масс собственных тонов колебаний конструкций по амплитудным значениям перемещений [Текст] / В. А. Бернс // *Научный вестник НГТУ*. — 2010. — № 4 (41). — С. 129–134.

40. Бернс, В. А. Использование рядов Фурье в обработке результатов резонансных испытаний [Текст] / В. А. Бернс, А. В. Долгополов // *Научный вестник НГТУ*. — 2010. — № 4 (41). — С. 135–139.

41. Влияние системы упругого вывешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов [Текст] / В. А. Бернс, А. В. Долгополов, Е. П. Жуков [и др.] // *Вестник СГАУ им. С. П. Королева*, — 2016. — том 15, № 1. — С. 18–27.

42. Baruch, M. *Optimisation procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests* [Text] / M. Baruch // *AIAA Journal*. — 1978. — Vol. 16, no. 11. — P. 1208–1210.

43. Хейлен, В. Модальный анализ: теория и испытания [Текст] / В. Хейлен, С. Ламменс, П. Сас. — М.: ООО «Новатест», 2010. — 319 с.

44. Brillhart, R. *Advanced GVT Testing of the Gulfstream G650* [Text] / R. Brillhart, K. Napolitano, L. Morgan [et al.] // *J. Sound and Vibr.* — 2011. — No. 8. — P. 6–9.



45. Pickrel, C. R. *A possible hybrid approach for modal testing of airplanes* [Text] / C. R. Pickrel // *Proceedings of the IMAC-XXVII, Orlando, FL; United States.* — 2009. — 9 p.
46. Pickrel, C. R. *Airplane Ground Vibration Testing — Nominal Modal Model Correlation* [Text] / C. R. Pickrel // *J. Sound and Vibr.* — 2002. — No. 11. — P. 18–23.
47. *Modal Parameter Estimation for Large, Complicated MIMO Tests* [Text] / A. Peter, R. Singhal, B. Peeters [et al.] // *J. Sound and Vibr.* — 2006. — No. 1. — P. 14–20.
48. Allemang, R. J. *The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse* [Text] / R. J. Allemang // *Journal of Sound and Vibration.* — 2003. — Vol. 37, no. 8. — P. 14–21.
49. Peeters, B. *The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation* [Text] / B. Peeters, V. A. Herman // *Shock and Vibration.* — 2004. — No. 11. — P. 395–409.
50. *A Review of Experimental Modal Analysis Methods with respect to their Applicability to Test Data of Large Aircraft Structures* [Text] / Böswald M., D. Göge, U. Fullekrug [et al.] // *Proc. of ISMA International Conference on Noise & Vibration Engineering Leuven, Belgium.* — 2006. — P. 2461–2481.
51. Allemang, R. J. *Techniques for Evaluation of Modal Vector Contamination* [Text] / R. J. Allemang, A. W. Phillips // *Journal of Sound and Vibration.* — 2015. — No. 49(1). — P. 8–11.
52. *Solar Impulse — How to validate the numerical model of a superlight aircraft with A340 dimensions!* [Text] / M. Böswald, Y. Govers, A. Vollan [et al.] // *Proceedings of ISMA2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010, Leuven, Belgium.* — 2010. — P. 2451–2466.
53. Peres, M. A. *Practical Aspects of Shaker Measurements for Modal Testing* [Text] / M. A. Peres, R. W. Bono, D. L. Brown // *Proceedings of ISMA2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010, Leuven, Belgium.* — 2010. — P. 2539–2550.
54. Зимин, В. Н. *Разработка методов анализа динамики и оценки работоспособности раскрывающихся крупногабаритных космических конструкций ферменного типа: диссертация на соискание ученой степени д.т.н. : 01.02.06, 05.07.02 [Текст] / Зимин Владимир Николаевич. — М., : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. — 309 с.*

55. Нарижный, А. Г. Исследование аэроупругой устойчивости летательного аппарата крестообразной схемы [Текст] / А. Г. Нарижный, В. И. Смыслов, В. И. Сычев // Уч. Записки ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского. — 2013. — Т. XLIV, № 6. — С. 116–134.
56. *New concepts in aircraft ground vibration testing* [Text] / C. R. Pickrel, G. C. Foss, A. Phillips [et al.] // *J. Sound and Vibr.* — 2006. — No. 10. — P. 12–18.
57. Allen, B. *An Inertially Referenced Noncontact Sensor for Ground Vibration Tests* [Text] / B. Allen, C. Harris, D. Lange // *J. Sound and Vibr.* — 2010. — No. 11. — P. 13–15.
58. Mikhail, E. M. *Introduction to Modern Photogrammetry* [Text] / E. M. Mikhail, J. S. Bethel, J. C. McGlone. — New York, 2001. — 479 p. — ISBN 0 471 30924 9
59. Pappa, R. S. *Photogrammetry of a 5m Inflatable Space Antenna With Consumer Digital Cameras* [Text] / R. S. Pappa, L. R. Giersch, J. M. Quagliaroli // *Proceedings of the 19<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference.* — 2001. — 11 p.
60. Shih C. Y. *Photogrammetry Technique for 3-D Model Extraction — Processing of a Wind Tunnel Test Video Data* [Text] / C. Y. Shih, W. Lo // *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> International Modal Analysis Conference, Orlando.* — 2005. — P. 405.
61. Black, J. T. *Videogrammetry Using Projected Circular Targets: Proof-of-Concept Test* [Text] / J. T. Black, R. S. Pappa // *Proceedings of the 21<sup>st</sup> International Modal Analysis Conference, Orlando.* — 2003. — 10 p.
62. *3D Digital Image Correlation Methods for Full-field Vibration Measurement* [Text] / M. N. Helfrick, C. Niezreck, P. Avitabile [et al.] // *Mechanical Systems and Signal Processing.* — 2011. — Vol. 25, iss. 3. — P. 917–927.
63. Schmidt, T. *Dynamic Strain Measurement Using Advanced 3D Photogrammetry* [Text] / T. Schmidt, J. Tyson, K. Galanulis // *Proceedings of the 21<sup>st</sup> International Modal Analysis Conference.* — 2003. — 7 p.
64. *Performance Verification of 3D Image Correlation Using Digital High-Speed Cameras* [Text] / T. Schmidt, J. Tyson, D. M. Revilock [et al.] // *Proceedings of 2005 SEM Conference, Portland.* — 2005. — 8 p.
65. Stanbridge, A. B. *Using a Continuously-Scanning Laser Doppler Vibrometer for Modal Testing* [Text] / A. B. Stanbridge, D. J. Ewins // *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference.* — 1996. — P. 816–822.

66. *Stanbridge, A. B. Modal testing using a scanning laser Doppler vibrometer [Text] / A. B. Stanbridge, D. J. Ewins // Mechanical Systems and Signal Processing. — 1999. — Vol. 13. P. 255–270.*
67. Биргер, И. А. Техническая диагностика [Текст] / И. А. Биргер. — М. : Машиностроение, 1978. — 240 с.
68. Жуков, Р. В. Обзор некоторых стандартов ISO/TC-108 в области диагностики машинного оборудования [Текст] / Р. В. Жуков // Контроль. Диагностика. — 2004. — № 12. — С. 61–66.
69. *Bachschnid, N., Cracked Rotors. A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling and Diagnosis [Text] / N. Bachschnid, P. Pennacchi, E. Tanzi. — Berlin : Springer-Verlag, 2010. — 408 p.*
70. Интенсивность основных виброакустических источников центробежных компрессоров [Текст] / Н. И. Иванов, А. А. Стеценко, Т. Ю. Зубарева [и др.] // Расчет, исследование, конструирование и технология изготовления компрессоров : темат. Сб. тр. — Сумы : ВНИИкомпрессормаш, 1991. — С. 50–62.
71. Азовцев, А. Ю. Новое поколение систем диагностики и прогнозирования технического состояния [Текст] / А. Ю. Азовцев, А. В. Барков. — СПб. : Изд-во АО ВАСТ, 1994. — 216 с.
72. Барков, А. В. Диагностика и прогноз состояния подшипников качения по сигналу вибрации [Текст] / А. В. Барков // Судостроение. — 1985. — № 3. — С. 21–23.
73. Барков, А. В. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации [Текст] / А. В. Барков, Н. А. Баркова, А. Ю. Азовцев. — СПб. : Изд-во АО ВАСТ, 1997. — 187 с.
74. Вибрация и вибродиагностика судового электрооборудования [Текст] / А. А. Александров, А. В. Барков, Н. А. Баркова [и др.] // Судостроение. — 1986. — № 6. — С. 24–29.
75. Неразрушающий контроль : справочник. Т. 7, Кн. 2. Вибродиагностика [Текст] / Ф. Я. Балицкий, А. В. Барков, Н. А. Баркова и др. — М. : Машиностроение, 2005. — 829 с.
76. *Azovtsev, A. Y. Improving the accuracy of rolling element bearing condition assessment [Text] / A. Y. Azovtsev, A. V. Barkov, D. L. Carter // Proceedings of the 20 Annual Meeting of the Vibration Institute, Saint Louis, Missouri, USA. — 1996. — P. 27–30.*

77. Barkov, A. V. *Condition assessment and life prediction of rolling element bearings. Pt. 1* [Electronic resource] / A. V. Barkov, N. A. Barkova, J. S. Mitchell. — 1995. — Mode of access: <http://www.vibrotek.com/articles/sv95/part1/index.htm>. — Title from screen.

78. Barkov, A. V. *Condition assessment and life prediction of rolling element bearings. Pt. 2* [Electronic resource] / A. V. Barkov, N. A. Barkova, J. S. Mitchell. — 1995. — Mode of access: <http://www.vibrotek.com/articles/sv95/part2/index.htm>. — Title from screen.

79. Вибродиагностика оборудования с использованием основ детерминированного хаоса [Текст] / И. Р. Кузеев, М. М. Закирничная, В. К. Сабуров [и др.] // Контроль. Диагностика. — 2004. — № 12. — С. 42–47.

80. Методика определения технического состояния подшипников качения с использованием основ теории детерминированного хаоса [Текст] / А. Ф. Нафиков, М. М. Закирничная, И. Р. Кузеев [и др.] // Прикладная синергетика — II : тр. Междунар. Науч.-техн. Конф., Уфа, 20–22 окт., 2004 г. — Уфа: УГНТУ, 2004. — Т. 2. — С. 33–38.

81. Нафиков А. Ф. Диагностика насосного оборудования с использованием метода фазовых портретов [Текст] / А. Ф. Нафиков, Р. Р. Сулейманов, М. М. Закирничная // 54 науч.-техн. конф. студ., аспирант. и мол. уч. УГНТУ : сб. тез. докл. — Уфа: УГНТУ, 2003. — С. 247–248.

82. Нафиков А. Ф. Использование результатов службы технической диагностики при проведении ремонта насосного оборудования [Текст] / А. Ф. Нафиков, М. М. Закирничная, М. Р. Сулейманов // Нефтегазовое дело. — 2004. — № 8. — С. 6–11.

83. Нафиков А. Ф. Использование теории детерминированного хаоса для диагностики роторного оборудования [Текст] / А. Ф. Нафиков, М. М. Закирничная, В. К. Сабуров // 55 науч.-техн. конф. студ., аспирант. и мол. уч. УГНТУ : сб. тез. докл. — Уфа : УГНТУ, 2004. — С. 218–219.

84. Нафиков А. Ф. Различные методы технической диагностики насосного оборудования [Текст] / А. Ф. Нафиков // Интеграция науки и высшего образования в области био- и органической химии и механики многофазных систем : матер. 1 Всерос. Науч. INTERNET-конф. — Уфа : Реактив, 2002. — С. 68–69.

85. Оценка технического состояния насосного оборудования с использованием теории детерминированного хаоса [Текст] / А. Ф. Нафиков, М. М. Закирничная, И. Р. Кузеев [и др.] // Неразрушающий контроль и техническая диагностика в промышленности : тез. 3 междунар. Конф. — М. : Изд-во ЗАО НИИИИ МНПО Спектр, 2004. — С. 129.

86. Применение метода фазовых портретов для технической диагностики насосного оборудования [Текст] / А. Ф. Нафиков, М. М. Закирничная, И. Р. Кузеев [и др.] // Прогрессивные технологии в машиностроении и приборостроении : материалы науч.-техн. Семинара. — Киев : Изд-во АТМ Украины, 2003. — С. 24–25.

87. Ваньков, Ю. В. Виброакустический метод контроля состояния подшипников энергетического оборудования [Текст] / Ю. В. Ваньков, М. В. Акутин // Математические методы в технике и технологиях : 18 Международная научная конференция (ММТТ-18), Казань, 31 мая–2 июня, 2005. — Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2005. — Т. 5 — С. 163–165.

88. Павловский, М. А. Спектр возмущающих сил и колебаний жесткости в роторных системах с неидеальными шарикоподшипниками [Текст] / М. А. Павловский, В. Е. Петренко // Мех. Тверд. Тела : изв. АН СССР. — 1988. — № 1. — С. 64–74.

89. *Pachaud, M. Detection des defauts localises de roulements par analyses de resonances hautes frequences [Text] / M. Pachaud // Mec., mater., elec. — 1988. — N. 427. — P. 43–48.*

90. *Wardle, F. P. Dynamic test for measuring the non-repeatable running accuracy of rolling bearings [Text] / F. P. Wardle, S. J. Lacey, C. Haw // Prec. Eng. — 1988. — Vol. 10, no. 4. — P. 221–227.*

91. *Crandall, S. H. Nonlinearities in rotor dynamics [Text] / S. H. Crandall // Proc. 11<sup>th</sup> Int. Conf. Nonlinear Oscill., Budapest, Aug. 17–23, 1987. — Budapest, 1987. — P. 44–56.*

92. *Lacey, S. J. Using vibration analysis to detect early failure of bearings [Text] / S. J. Lacey // Insight: Non-Destruct. Test. And Cond. Monit. — 2007. — Vol. 49, no. 8. — P. 444–446.*

93. А. с. 868408 СССР, МКИ<sup>4</sup> G 01 M 13/02, G 01 H 1/00. Способ диагностики механизмов / В. Н. Костюков, С. А. Морозов, С. Г. Трушников [и др.]. — № 2814154/18-28 ; заяв. 13.08.79 ; опубл. 30.09.81, Бюл. № 36.

94. А. с. 887939 СССР, МКИ<sup>4</sup> G 01 H 1/00, G 01 M 15/00. Устройство для диагностики механизмов / В. Н. Костюков, С. А. Морозов, С. Г. Трушников [и др.]. — № 2832052/18-28 ; заяв. 17.10.79 ; опубл. 07.12.81, Бюл. № 45.

95. Костюков, В. Н. Обобщенная диагностическая модель виброакустического сигнала объектов периодического действия [Текст] / В. Н. Костюков // Омск. науч. вестн. — 1999. — № 6. — С. 37–41.

96. Костюков, В. Н. Автоматизированные системы управления безопасной ресурсосберегающей эксплуатацией оборудования нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств (АСУ БЭР-КОМПАКС) [Текст] / В. Н. Костюков, С. Н. Бойченко, А. В. Костюков ; под ред. В. Н. Костюкова. — М. : Машиностроение, 1999. — 163 с.

97. Бондаренко, Г. А. Вибрационное обследование центробежного компрессора высокого давления установки УКСП-16/500 для сайклингпроцесса [Текст] / Г. А. Бондаренко, А. А. Стеценко // Вопросы расчета и исследования центробежных компрессоров сверхвысокого давления : сб. науч. тр. — М. : ВНИИкомпрессормаш, 1990. — С. 24–32.

98. Обеспечение безопасной эксплуатации насосно-компрессорного оборудования [Текст] / А. А. Стеценко, О. И. Бедрий, Е. А. Долгов [и др.]. — Сумы : НТЦ Диагностика, 1999. — 119 с.

99. Организация технического обслуживания оборудования АО «МНПЗ» по фактическому состоянию [Текст] / А. А. Стеценко, О. И. Бедрий, Р. А. Беззубцев [и др.] // Технология ремонта машин, механизмов и оборудования («Ремонт-99») : матер. 7 междунар. конф., Алушта, 25–27 мая 1999 г. — Алушта, 1999. — С. 133.

100. Оценка качества производства и технического состояния составных частей компрессорного оборудования [Текст] / А. А. Стеценко, О. И. Бедрий, Р. А. Беззубцев [и др.] // Современные приборы, материалы и технологии для технической диагностики и неразрушающего контроля промышленного оборудования. Элементная база и комплектующие для приборов НК. Подготовка специалистов в сфере неразрушающего контроля и технической диагностики, 16–19 марта 1998 г. : сб. науч. тр. междунар. науч.-техн. конф. — Харьков : Министерство обр. Украины Харьковский гос. техн. ун-т. радиоэлектроники, 1998. — С. 209–214.

101. Оценка технического состояния составных частей компрессоров [Текст] / А. А. Стеценко, О. И. Бедрий, Р. А. Беззубцев [и др.] // Тр. 2 всеукр. науч.-практ. конф. по охр. труда. — Киев : Национальный ин-т охр. труда, 1997. — С. 286–296.

102. Система мониторинга и диагностики насосно-компрессорного оборудования ОАО «ЛУКОЙЛ — Одесский НПЗ» [Текст] / А. А. Стеценко, О. И. Бедрий, Е. А. Долгов [и др.]. — Сумы : НТЦ Диагностика, 1999. — 162 с.

103. Снижение вибрации трубопроводов поршневых компрессоров АО «МНПЗ» [Текст] / А. А. Стеценко, Б. В. Анищенко, О. И. Бедрий [и др.] // Современные проблемы

машиностроения : матер. Междунар. науч.-техн. конф. (науч. чтен., посв. 105-й годовщине П. О. Сухого) : в 2 т. — Гомель : ГГТУ, 2000. — Т. 1. — С. 208–211.

104. Совершенствование методов контроля вибрационного состояния центробежных компрессоров [Текст] / А. А. Стеценко, Н. Д. Федоренко, Е. Д. Наумов [и др.] // Создание компрессорных машин и установок, обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса : матер. 8 Всесоюзн. науч.-техн. конф. — Сумы, 1989. — С. 351–354.

105. Стеценко, А. А. Мониторинг и диагностика оборудования АО «МНПЗ» [Текст] / А. А. Стеценко, О. В. Кожемяко // Нефтепереработка и нефтехимия. Научно-технические достижения и передовой опыт : информ. сб. — М., 1999. — Вып. 11. — С. 48–53.

106. Стеценко, А. А. Система мониторинга и диагностики центробежных компрессоров [Текст] / А. А. Стеценко, Г. А. Бондаренко // Потребители-производители компрессоров и компрессорного оборудования : междунар. Симп. — СПб, 1997. — С. 212–215.

107. Берестнев, Я. О. Методика получения уточненных спектральных характеристик вибрации зубчатых передач [Текст] / Я. О. Берестнев // Матер. международной конференции по теории механизмов и механике машин, посвященной 100-летию со дня рождения академика И. И. Артоболевского, Краснодар, 9–16 окт., 2006. — Краснодар: КубГТУ, 2006. — С. 215–216.

108. Михайлишин, В. Ю. Периодически коррелированные случайные процессы вибрации и идентификация дефектов вращающегося оборудования [Текст] / В. Ю. Михайлишин // Идентификация систем и задачи управления : труды 5 Международной конференции, Москва, 30 янв.–2 февр., 2006. — М.: Изд-во ИПУ РАН, 2006. — С. 1267–1286.

109. Крылов, Н. И. Вибрационная диагностика дефектов элементов машин / Н. И. Крылов, А. В. Малинин, М. А. Ноздрин // Надежность и долговечность машин и сооружений — Киев, 1990. — № 17. — С. 9–12.

110. *Revealing of steam turbine operational faults by means of continuous technical diagnostics* [Text] / A. Sh. Leizerovich, S. E. Tikhonov, E. R. Plotkin [et al.] // *Fract. Mech.: Successes and Probl.: 8 Int. Conf. Fract., Kiev, 8–14 June, 1993: Collect. Abstr. Pt. 2* — Kiev, 1993. — P. 625.

111. *Simmons, H. R. Effective tools for diagnosing elusive turbomachinery dynamics problems in the field [Text] / H. R. Simmons, A. J. Smalley // Trans. ASME. J. Eng. Gas Turbines and Power. — 1990. — Vol. 112, no. 4. — P. 470–477.*

112. *Tsay. C. B. Computer aided simulation of tooth contact analysis for helical gears with involute shape teeth [Text] / C.B. Tsay // Proc. Int. Conf. Numer. Meth. Eng.: Theory and Appl., Swansea, 6–10 July, 1987: NUMETA'87. — Dordrecht etc., 1987. — Vol. 1 — P. D27/1–D27/8.*

113. *Litak, G. Dynamics of a gear system with faults in meshing stiffness [Text] / G. Litak, Friswell M. I. // Nonlinear Dyn. — 2005. — Vol. 41, no. 1–3. — P. 415–421.*

114. *Development of an on-line rotor crack detection and monitoring system [Text] / I. Imam, S. H. Azzaro, R. J. Bankert [et al.] // Trans. ASME. J. Vibr., Acoust., Stress, and Rel. Des. — 1989. — Vol. 111, no. 3. — P. 241–250.*

115. *Dirr, B. O. Cracked cross section measurement in rotating machinery [Text] / B. O. Dirr, D. Hartmann, B. K. Schmalhorst // Struct. Safety Eval. Based Syst. Identif. Approaches: Proc. Workshop, Lambrecht/Pfalz, June 29<sup>th</sup> – July 1<sup>st</sup>, 1987 — Braunschweig; Wiesbaden, 1988. — P. 9–28.*

116. Джафаров, С. Ф. Сравнительный анализ и применение систем вибромониторинга и вибродиагностики [Текст] / С. Ф. Джафаров, Р. Я. Алиев // Изв. втузов Азербайджана. — 2004. — № 3. — С. 45–48.

117. Кобяков, И. Б. Векторная виброметрия — технология XXI века [Текст] / И. Б. Кобяков, Д. В. Малютин, А. А. Сперанский // Датчики и системы. — 2006. — № 1. — С. 2–7.

118. Вибродиагностика авиационных конструкций [Текст]. — М., 1986. — Вып. 256. — 95 с.

119. Турчинский, Л. А. Использование динамических моделей для дефектации сложных конструкций [Текст] / Л. А. Турчинский, М. З. Фридман // Динамика и прочность поврежденных конструкций авиационной техники : матер. 4 Всесоюзн. науч.-техн. совещ. (26–28 апр. 1983 г.). — М., 1984. — С. 54–60.

120. Крылов, Н. И. Динамические методы контроля трещинообразования прецизионных элементов конструкций [Текст] / Н. И. Крылов, М. А. Ноздрин, В. И. Шапин // Вибротехника. — Вильнюс, 1989. — № 63. — С. 49–54.

121. Большаков, В. П. Вибродиагностика конструкций по формам их собственных колебаний [Текст] / В. П. Большаков, Е. А. Законников // Вибродиагност. и виброзащита машин и приборов : Иванов. гос. ун-т, Иванов. энерг. ин-т. — Иваново, 1989. — С. 71–76.



122. Сидоров, О. Т. К использованию демпфирования и резонансных частот повреждаемой модели конструкции для оценки параметров дефектов [Текст] / О. Т. Сидоров // *Вопр. эксплуат. и прочн. судов. конструкций и механизмов* — Новосибирск, 1989. — С. 104–110.

123. Постнов, В. А. Определение повреждений упругих систем путем математической обработки частотных спектров, полученных из эксперимента [Текст] / В. А. Постнов // *Мех. тверд. тела : изв. РАН.* — 2000. — № 6. — С. 155–160.

124. Постнов, В. А. Использование экспериментальных данных об изменении динамических свойств упругих систем в задачах определения структурных повреждений [Текст] / В.А. Постнов, Г. Шлоттманн // *Вестн. Нижегород. ун-та. Сер. Мех.* — 2004. — № 1. — С. 32–42.

125. Мотылев, Н. И. Выявление механических дефектов в элементах реакторов и конструкций АЭС при тестовых виброударных воздействиях [Текст] / Н. И. Мотылев // *Технологии и системы обеспечения жизненного цикла ядерных энергетических установок.* — СПб: Менделеев, 2004. — Вып. 2. — С. 126–131.

126. Киселев, Ю. В. Вибрационная диагностика систем и конструкций авиационной техники: учеб. [Электронный ресурс] / Ю. В. Киселев, Д. Ю. Киселев, С. Н. Тиц. — Самара: Изд-во Самар, гос. аэрокосм, ун-та, 2012. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

127. *Danek, O. A contribution to fault vibration diagnosis of structures and machines [Text] / O. Danek // Stroj. cas.* — 1992. — Vol. 43, no. 1. — P. 13–19.

128. *Pandey, A. K. Damage detection from changes in curvature mode shapes [Text] / A. K. Pandey, M. Biswas, M. M. Samman // J. Sound and Vibr.* — 1991. — Vol. 145, no. 2. — P. 321–332.

129. *Rucker, W. Zustandsprüfung von Bauwerken und Bauteilen mit Hilfe schwingungstechnischer Methoden — Konzept, Anwendungsbeispiele und Ausblick [Text] / W. Rucker // Amts- und Mitteilungsbl./Bundesanst. Materialforsch. und -pruf.* — Berlin, 1988. — Vol. 18, no. 2. — P. 134–141.

130. *Park, Y. S. Weighted-error-matrix application to detect stiffness damage by dynamic-characteristic measurement [Text] / Y. S. Park, H. S. Park, S. S. Lee // Int. J. Anal. and Exp. Modal Analysis.* — 1988. — Vol. 3, no. 3. — P. 101–107.

131. *Chen J.-Ch. Structural damage assessment using a system identification technique [Text] / J.-Ch. Chen, J. A. Garba // Struct. Safety Eval. Based Syst. Identif. Approaches: Proc. Workshop, Lambrecht/pfalz, June 29<sup>th</sup> – July 1<sup>st</sup>, 1987. — Braunschweig; Weisbaden, 1988. — P. 474–492.*

132. *Dilena, M. Damage detection in discrete vibrating systems [Text] / M. Dilena, A. Morassi // J. Sound and Vibr. — 2006. — Vol. 289, no. 4–5. — P. 830–850.*

133. *Perera, R. Structural crack detection without updated baseline model by single and multiobjective optimization [Text] / R. Perera, S.-E. Fang, C. Huerta // Mech. Syst. and Signal Process. — 2009. — Vol. 23, no. 3. — P. 752–768.*

134. Выявление дефектов космических аппаратов в процессах испытаний на вибрационные и акустические воздействия в испытательной лаборатории [Текст] / Е. А. Лысенко, М. Д. Евтифьев, В. И. Халиманович [и др.] // Вестник СибГАУ. — 2005. — № 6. — С. 174-178.

135. Черпаков, А. В. Алгоритм многопараметрической идентификации дефектов стержневых конструкций [Электронный ресурс] / А. В. Черпаков, В. А. Акопьян, А. Н. Соловьев // Электронный журнал «Техническая акустика». — 2013. — №1. — 11 с. — Режим доступа: <http://www.ejta.org/ru/cherpakov1> — заглавие с экрана

136. *Barbieri, N. Study of Damage in Beams with Different Boundary Conditions [Text] / N. Barbieri, R. Barbieri // International Journal of Civil, Environmental, Structural, Construction and Architectural Engineering. — 2013. — Vol. 7, no. 6. — P. 399–405.*

137. Невский, Ю. Н. Корректировка параметров динамической модели конструкции [Текст] / Ю. Н. Невский // Динамика и прочность поврежденных конструкций авиационной техники : материалы 4 Всесоюзн. науч.-техн. совещ. (26–28 апр. 1983 г.). — М., 1984. — С. 61–65.

138. *Crema, L. B. Modal tests on composite material structures. Application in damage detection [Text] / L. B. Crema, A. Casteilani, I. Peroni // Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Modal Anal. Conf., Orlando, Fla, Jan. 28–31, 1985. — N. Y., Schenestady, 1985. — Vol. 2. — P. 708–713.*

139. Шевелев, Н. А. Численное исследование динамических характеристик элементов конструкций с дефектами формы [Текст] / Н. А. Шевелев, И. В. Домбровский // Вестн. ПГТУ. Мех. — 2009. — № 1. — С. 160–163.

140. *Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review. Technical Report*

LA-13070-MS. *Los Alamos National Laboratory [Text]* / S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime [et al.]. — Los Alamos, NM, 1996. — 132 p.

141. Цыфанский, С. Л. Нелинейная вибродиагностика машин и механизмов [Текст] / С. Л. Цыфанский, В. И. Бересневич, Б. В. Лушников. — Рига : Зинатне, 2008. — 366 с.

142. Цыфанский, С. Л. Об использовании нелинейных эффектов для обнаружения трещин в стержневых элементах конструкций [Текст] / С. Л. Цыфанский, М. А. Магоне, В. М. Ожиганов // Дефектоскопия. — 1985. — № 3. — С. 77–82.

143. Цыфанский, С. Л. Об одном методе поиска повреждения крыла самолёта, основанном на анализе его нелинейных колебаний [Текст] / С. Л. Цыфанский, В. М. Ожиганов, А. Б. Милов, Ю. Н. Невский // Вопросы динамики и прочности. — Рига : Зинатне, 1981. — Вып. 39. — С. 3–10.

144. *Bovsunovsky, A. P. Vibrational diagnostics parameters of fatigue damage in elastic bodies [Text]* / A. P. Bovsunovsky, V. V. Matveyev // *Mechanical Fatigue of Metals: Proceeding of the 13<sup>th</sup> International Colloquium (MFM), Tern., 25-28 September 2006.* — 2006. — P. 212–218

145. Бернс, В. А. Динамические характеристики отклоняемой поверхности со смещенной опорой [Текст] / Бернс В.А., Присекин В.Л. // Вестник МАИ. — 2011. — Т. 18, № 2. — С. 5–8.

146. *Diana, G. An on-line crack detection method for turbo generator rotors [Text]* / G. Diana, N. Bachmid, F. Angel // *Proceeding of international Conference on Rotordynamics, JSME.* — 1986. — P. 385–390.

147. Бернс, В. А. Диагностика и контроль технического состояния самолётов по результатам резонансных испытаний : монография [Текст] / В.А. Бернс. — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. — 272 с.

148. *Al-Khazali, H. A. H. Geometrical and Graphical Representations Analysis of Lissajous Figures in Rotor Dynamic System [Text]* / H. A. H. Al-Khazali, M. R. Askari // *IOSR Journal of Engineering.* — 2012. — Vol. 2 (5). — P. 971–978.

149. Косицын, А. В. Метод вибродиагностики дефектов упругих конструкций на основе анализа собственных форм колебаний [Текст] / А. В. Косицын // Приборы и методы измерений. — 2011. — № 2 (3). — С. 129–135.

150. *Crema L. B., Modal tests on composite material structures application in damage detection [Text] / L. B. Crema, A. Casteilani, I. Peroni // Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida. — 1985. — Vol. 2. — P. 708–713.*

151. Захезин, А. М. Метод определения параметров трещин при помощи вейвлет-анализа вибросигнала [Текст] / А. М. Захезин, П. Ю. Воителев // Наука ЮУрГУ: материалы 66-й научн. конф. секц. техн. наук, 1–30 апр. 2014. — Челябинск, 2014. — С. 156–161.

152. Пат. 2324929 Российская Федерация, МПК G01N 29/04. Вибрационный способ диагностики начала процесса разрушения в элементах конструкции объекта и устройство для его осуществления [Текст] / Ефанов В. В., Мужичек С. М., Губарь Е. Н. — № 2006143226/28 ; заявл. 06.12.06 ; опубл. 20.05.08, Бюл. № 14. — 12 с. : ил.

153. Пат. 2284518 Российская Федерация, МПК G01N29/04, G01M7/00. Вибрационный способ диагностики начала процесса разрушения в элементах конструкции объекта [Текст] / Нариманов М. В., Нариманов Т. В. ; заявитель и патентообладатель Нариманов М. В. — № 2005108875/28 ; заявл. 29.03.05 ; опубл. 27.09.06, Бюл. № 27. — 6 с. : ил.

154. Викторов, И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике [Текст] / И. А. Викторов. — М. : Наука, 1966. — 169 с.

155. *Worlton, D. C. Ultrasonic testing with Lamb waves [Text] / D. C Worlton // Nondestruct. test. — 1957. — 15, no. 4. — P. 218–222.*

156. *Worlton, D. C. Experimental Confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies [Text] / D. C Worlton // Journal of Applied Physics. — 1961. — Vol. 32. — P. 967–971.*

157. *Kessler, S. S. Structural health monitoring in composite materials using Lamb wave methods [Text] / S. S. Kessler, M. S. Spearing, C. Soutis // Smart Materials and Structures. — 2002. — Vol. 11. — P. 269–278.*

158. *Zaitsev, V. Nonlinear response of a weakly damaged metal samle [Text] / V. Zaitsev, P. Sas P. // Journal of Vibration and Control. — 2000. — Vol. 6. — P. 803–822.*

159. Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов на основе монофазных колебаний [Текст] / В. А. Бернс, Е. П. Жуков, Д. А. Маринин [и др.] // Известия Самарского научного центра РАН. — 2018. — Том 20, № 4. — С. 43–54.

160. Пат. 2658125 Российская Федерация, МПК G01M7/00. Способ определения параметров собственных тонов колебаний конструкций в резонансных испытаниях [Текст] / Бернс В.А., Жуков Е.П., Маленкова В.В. ; заявитель и патентообладатель ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина». — № 2017119498 ; заявл. 02.06.17 ; опубл. 19.06.18, Бюл. № 17.

161. Кононенко, В. О. Методы идентификации механических нелинейных колебательных систем [Текст] / В. О. Кононенко, Н. П. Плахтиенко. — Киев : Наукова думка, 1976. — 114 с.

162. Дружинин, Э. И. Корректировка аналитических моделей космических конструкций по данным их состояния в условиях реальной эксплуатации [Текст] / Э. И. Дружинин // Юбилейная XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник трудов. — Санкт-Петербург, 2008. — С. 207–208.

163. Межин, В. С. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники [Текст] / В. С. Межин, В. В. Обухов // Космическая техника и технологии. — 2014. № 1 (4). — С. 86–91.

164. Варламов, А. В. Модель неоднородного упруго-вязко-пластического тела в описании наследственных и диссипативных свойств [Текст] / Варламов, А. В., Гречишников В.М., Варламова Н.Х. [и др.] // Вестник СамГУПС. — 2011. — № 1. — С. 165–169.

165. Максимов, П. В. О способе задания диссипативных характеристик динамической мемс-системы [Текст] / П. В. Максимов // Научные труды *SWorld*. — 2012. — Т. 3, № 2. — С. 37–39.

166. Писаренко, Г. С. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем [Текст] / Г. С. Писаренко, В. В. Матвеев, А. П. Яковлев. — Киев : Наукова думка, 1976. — 88 с.

167. Дмитриев, С. Н. Коррекция матрицы демпфирования с использованием экспериментальных значений коэффициентов модального демпфирования [Текст] / С. Н. Дмитриев, Р. К. Хамидуллин // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2013. — № 3 (15). — 12 с.

168. Клебанов, Я. М. Определение оптимальных характеристик демпфирования для уточнения конечно-элементной модели изделия при моделировании виброиспытаний [Текст] / Я. М. Клебанов, В. А. Бруяка, М. А. Вавилов // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды девятой Всероссийской научной конференции с международным участием. — Самара, 2013. — С. 90–94.

169. Бернс, В.А. Идентификация диссипативных свойств конструкций по результатам экспериментального модального анализа [Текст] / В. А. Бернс, Е. П. Жуков, Д. А.

Маринин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2016. — №4. — С. 4–23.

170. Бернс, В. А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах [Текст] / В. А. Бернс // Контроль. Диагностика. — 2011. — № 3 (153). — С. 12–16.

171. Бернс, В. А. Оценка точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных [Текст] / В. А. Бернс // Вестник СибГАУ. — 2010. — № 5 (31). — С. 208–212.

172. Бернс, В. А. Контроль люфтов в проводках управления летательных аппаратов по результатам резонансных испытаний отклоняемых поверхностей [Текст] / В. А. Бернс, А. И. Белоусов, В. Ф. Самуйлов // Техника воздушного флота. — 2010. — Т. LXXXIV, № 1 (698). — С. 15–19.

173. Бернс, В. А. Контроль зазоров в подвижных соединениях по результатам резонансных испытаний [Текст] / В. А. Бернс, А. В. Долгополов // Вестник СибГАУ. — 2013. — спец. вып. № 6 (52). — С. 149–153.

174. Идентификация дефектов летательных аппаратов по параметрам вибраций в процессе эксплуатации [Текст] / В. А. Бернс, Е. А. Лысенко, Д. А. Маринин, А. В. Долгополов, Е. П. Жуков // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. — 2015. — № 2 (27). — С. 24–42.

175. Опыт контроля дефектов летательных аппаратов по параметрам вибраций [Текст] / В. А. Бернс, Е. А. Лысенко, А. В. Долгополов, Е. П. Жуков // Известия Самарского научного центра РАН. — 2016. — Том 18, №4. — С. 86–96.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ  
В ПАО «КОРПОРАЦИЯ «ИРКУТ»**

Иркутский авиационный завод  
 - филиал публичного акционерного общества  
 «Научно-производственная корпорация «Иркут»  
 ул. Новаторов, 3, г. Иркутск, 664020  
 Тел.: (395-2) 32-29-09 Факс: (395-2) 32-29-45  
 e-mail: iaz@irkut.ru



Branch of the «Scientific Production Corporation «Irkut» -  
 «Irkutsk Aircraft Plant»  
 3, Novatorov str., Irkutsk, 664020, Russia  
 Tel.: +7 3952 322 909 Fax: +7 3952 322 945  
 e-mail: iaz@irkut.ru

Иркутский авиационный завод - филиал ПАО «Научно-производственная корпорация «Иркут»

№ \_\_\_\_\_  
 На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ



Генеральный директор ИАЗ-  
 филиала ПАО «Корпорация  
 Иркутск»  
 Вице - президент

Вепрев А.А.

2018г.

## АКТ

ПАО «Корпорация «Иркут» подтверждает, что методы, разработанные в диссертации Жукова Е.П. «Диагностика дефектов авиационных конструкций по результатам вибрационных испытаний», использованы в конструкторско-технологической доводке самолётов Су-30 и Як-152.

При этом получен технический эффект, заключающийся в повышении качества изготовления самолётов.

Технический директор

Сергунов А.В.



**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

**АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ  
В АО «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПУТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ» ИМЕНИ  
АКАДЕМИКА М.Ф. РЕШЕТНЁВА»**



Акционерное общество  
«ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПУТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ»  
имени академика М.Ф. Решетнёва»



ул. Ленина, д. 52, г. Железногорск, ЗАТО Железногорск, Красноярский край, Российская Федерация, 662972  
Тел. (3919) 76-40-02, 72-24-39, Факс (3919) 72-26-35, 75-61-46, e-mail: office@iss-reshetnev.ru, http://www.iss-reshetnev.ru  
ОГРН 1082452000290, ИНН 2452034898

от \_\_\_\_\_ исх № \_\_\_\_\_  
на № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

### УТВЕРЖДАЮ

Директор отраслевого центра  
крупногабаритных трансформируемых  
механических систем – заместитель  
генерального конструктора по  
механическим системам,  
к.ф.-м.н., профессор



В.И.Халиманович

### АКТ

Настоящим подтверждается, что методики, разработанные в диссертации Е.П.Жукова «Диагностика дефектов авиационных конструкций по результатам вибрационных испытаний» использованы в наземной экспериментальной отработке и приемо-сдаточных вибрационных испытаниях космических аппаратов и их составных частей.

Обнаруженные конструкторские и производственно-технологические дефекты по результатам вибрационных испытаний космических аппаратов семейства «Экспресс ЕАМ» устранены, эффективность доработок подтверждена летной квалификацией.

Заместитель начальника отдела  
отработки статико-динамической прочности,  
к.т.н.

Е.А.Лысенко