

На правах рукописи



Вагин Денис Владимирович

**МЕТОДЫ И РЕАЛИЗУЮЩЕЕ ИХ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ
РЕШЕНИЯ ТРЁХМЕРНЫХ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ГЕОЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА, ТЕРМОУПРУГОСТИ И МНОГОФАЗНОЙ
ФИЛЬТРАЦИИ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Новосибирск – 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный консультант: **Персова Марина Геннадьевна**, доктор технических наук, профессор, научно-исследовательская лаборатория «Моделирования и обработки данных наукоемких технологий», заведующая лабораторией.

Официальные оппоненты:

Глинских Вячеслав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, чл.-корр. РАН, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук», директор;

Куликов Виктор Александрович, доктор геолого-минералогических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», кафедра Геофизических методов исследования земной коры, профессор кафедры;

Каледин Валерий Олегович, доктор технических наук, профессор, Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кемеровский государственный университет», научно-исследовательская лаборатория математического моделирования, заведующий лабораторией.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук», г. Новосибирск.

Защита диссертации состоится «09» сентября 2022 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д.212.173.06, созданном на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский государственный технический университет», по адресу: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, 1 корпус, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте www.nstu.ru

Автореферат разослан «____» июня 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д.212.173.06



Андрей Владимирович
Фаддеенков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Развитие многих современных наукоемких технологий неразрывно связано с созданием новых методов математического моделирования и реализующего их программного обеспечения. К ним относятся такие технологии, которые характеризуются большими объемами регистрируемых данных и основу которых составляют сложные процессы, описываемые скалярными и векторными дифференциальными уравнениями в частных производных, определяемыми в сложных областях.

Возможность усовершенствования и дальнейшего развития такого рода технологий во многом определяется адекватностью построения цифровых моделей, используемых при их формализации (математическом описании) и оптимизации, и, как следствие, требует применения высокоточных методов трехмерного численного моделирования и основанных на них методов решения многопараметрических трехмерных обратных задач математической физики. Это, в свою очередь, влечет за собой крайне высокую вычислительную сложность используемых численных алгоритмов, которая дополнительно возрастает в связи с необходимостью обработки больших объемов данных.

К таким технологиям относятся рассматриваемые в данной работе технологии электроразведки и технологии нефтедобычи. Актуальность задач, связанных с использованием и развитием этих технологий, определяется следующим. Многие технологии электроразведки применяются для исследования больших, в том числе, труднодоступных площадей и характеризуются получением больших объемов данных, поскольку съемка по этим большим площадям выполняется в движении или с использованием достаточно плотной сети наблюдений (Е. Haber, Г.М. Тригубович, V. Kaminski, A. Prikhodko и др.). С точки зрения практической реализации эти технологии уже на сегодняшний день являются очень эффективными и имеют значительный потенциал по дальнейшему повышению эффективности за счет использования беспилотников (А.В. Паршин, Ю.А. Давыденко и др.).

При этом значительные успехи, достигнутые в создании сложной измерительной аппаратуры и систем сбора данных для этих технологий (причем как у зарубежных, так и у отечественных компаний), могут быть практически сведены «на нет» из-за использования в производственном цикле слишком упрощенных методов обработки снимаемых данных. Для надежного выявления и, тем более, оконтуривания целевых объектов (месторождений полезных ископаемых) необходимо учитывать трехмерность реальной среды, т.е. иметь возможность адекватно восстанавливать трехмерные распределения электрофизических свойств. Таким образом, эффективность технологий электроразведки во многом зависит от того, используются ли при обработке снятых данных методы 3D-моделирования и решения трехмерных обратных задач, и если используются, то какие и как.

Степень разработанности. Методы 3D-моделирования геоэлектромагнитных полей рассматриваются в работах многих авторов. Среди сеточных методов чаще всего используются: метод конечных разностей (F.A. Мааф, G.A. Newman, V.L.

Druskin и др.), метод конечных объемов (E. Haber, C. Schwarzbach, H. Jahandari и др.) и метод конечных элементов (МКЭ) (M.E. Everett, G.A. Newman, C. Schwarzbach, W. Wang, C. Yin, B. Zhang, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, Э.П. Шурина и др.). Первые трехмерные задачи электроразведки решались с использованием метода интегральных уравнений, который достаточно эффективен в ситуациях, когда объем трехмерных неоднородностей невелик (S. Fang, M.S. Zhdanov, K. Yang и др.). Однако, на практике, как правило, среда содержит большое количество трехмерных неоднородностей, и поэтому в настоящее время метод интегральных уравнений используется редко.

Наибольшей эффективностью обладают вычислительные схемы МКЭ, которые основаны на разделении полного поля на первичное и вторичное (M.E. Everett, G.A. Newman, A.V. Grayver, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова и др.), где первичным является поле источника в горизонтально-слоистой среде. Но этот подход имеет серьезные трудности при необходимости учета резких перепадов рельефа дневной поверхности, рельефа морского дна и изогнутости поверхностей других слоев, когда выделить горизонтально-слоистую среду очень сложно. Кроме того, определение самих изгибов слоев и объектов может являться целью решения геологической задачи: например, определение поднятий в задачах картирования коллекторов, определение наклонов залегания рудных объектов и т.д.

Таким образом, актуальным является разработка усовершенствованного метода выделения поля, позволяющего наряду с выделением основного поля, которое может быть с высокой точностью и невысокими вычислительными затратами получено с использованием задачи меньшей размерности, корректно учесть гладкие изменения рельефа дневной поверхности или морского дна, а также изогнутые поверхности других контрастных слоев геоэлектрической модели.

Целью любого геофизического исследования является построение цифровой геофизической модели с определением положения, границ и свойств целевых объектов. Для этого решается соответствующая обратная задача (M.S. Zhdanov, D.W. Oldenburg, D. Oliver, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, В.С. Могилатов, И.М. Варенцов, В.А. Куликов, В.Н. Глинских, М.И. Эпов, А.Г. Яковлев, П.Ю. Пушкарев и др.).

Наиболее распространенными подходами к решению многомерных обратных задач электроразведки являются подходы, основанные на поиске электрофизических параметров в ячейках сетки (так называемые voxel-based inversion), на которые разбивается изучаемый объем среды для моделирования электромагнитного поля и в которых осуществляется поиск электрофизических параметров (M.S. Zhdanov, D.W. Oldenburg, A. Abubakar, E. Haber, Y. Liu и др.). Из-за большого количества искомых параметров такие инверсии требуют довольно жесткой регуляризации (сглаживания) и поэтому дают «муарные» распределения физических свойств и сильно размытые границы объектов с измененными физическими свойствами. Это существенно затрудняет не только оконтуривание, но даже и выявление целевых объектов. Кроме того, эти подходы к решению многомерных обратных задач не предоставляют гибких возможностей

работы с геометрией, например, с криволинейными поверхностями латерально неоднородных слоев.

Альтернативным подходом являются развиваемые в данной работе методы 3D-инверсии, основанные на представлении геоэлектрической модели геологической среды с использованием комбинации физических и геометрических (описывающих границы структурных частей геоэлектрической модели) параметров (Dehiya R.S.A., M.S. McMillan, М.Г. Персова и др.). Применение таких подходов позволяет практически без увеличения вычислительных затрат использовать адаптивные регуляризации, что освобождает пользователя от необходимости каких-либо действий по управлению процессом нелинейной инверсии, улучшает сходимость инверсии и обеспечивает возможность получения «геологически» адекватных моделей.

При этом важным требованием к геометрической инверсии является то, что набор геометрических и физических параметров должен позволять описывать восстанавливаемые геоэлектрические модели с такой точностью, которая соответствует разрешающей способности технологий съемки – все особенности геоэлектрической модели, оказывающие влияние на измеряемый сигнал, должны быть учтены. В связи с этим актуальным является разработка методов и реализующих их программ геометрической 3D-инверсии, которые характеризуются широким набором геометрических параметров, позволяющих описывать сплошную неоднородную среду, изогнутые поверхности геологических слоев, а также локальные объекты, имеющие в плане как простую, так и сложную форму.

Кроме того, при использовании геометрических инверсий может быть максимально учтена априорная информация (данные со скважин и результаты интерпретации сейсморазведки), а также использованы различные многоэтапные методологии проведения инверсий с применением различных комбинаций параметров, что позволяет повысить надежность выявления и точность восстановления свойств целевых объектов.

Развиваемые в данной работе методы геометрической 3D-инверсии могут применяться для построения цифровых моделей нефтяных месторождений по данным добычи со скважин (задачи адаптации моделей месторождений). На основании данных дебита нефти и известных объемах закаченной в среду замещающей жидкости за некоторый достаточно продолжительный период времени можно уточнить исходное и текущее распределения нефтенасыщенности в продуктивном слое, что важно при принятии решений по дальнейшей эксплуатации месторождения (С. Dang, A.V. Nasybullin, J.-D. Jansen и др.). На сегодняшний день адаптация моделей месторождений делается, по большей части, вручную с запуском оптимизации по отдельным группам параметров, что, очевидно, неудобно и очень трудозатратно для технологов.

Предлагаемые в зарубежной литературе подходы базируются, в основном, на сопряженных методах для расчета коэффициентов чувствительности и использовании статистических подходов для оценки неопределенности (D. Oliver, A. Reynolds, G. Gao, M.G. Shirangi и др.). Однако, эти подходы плохо адаптированы для производственных нужд, что подтверждается тем, что в более

поздних работах предлагаются упрощенные подходы к решению этих задач (M.F. Tugan, H. Zhao и др.).

Прямой задачей в данном случае является задача моделирования процессов многофазной фильтрации. Методы трехмерного моделирования этих процессов разрабатываются достаточно давно, большая часть из них основана на методах конечных разностей (F.P. Hamon, J. Jiang, H. Yang и др.), конечных объемов (B. Doyle, M.D. Jackson, G. Jo и др.) или векторном методе конечных элементов с так называемыми face-функциями (P.B. Vochev, R. Juanes, J. Moortgat, N. Zhang и др.), но в данной работе будет применен новый метод моделирования, предложенный и обоснованный в работе [13]. Этот метод базируется на вычислительных схемах МКЭ с непрерывными базисными функциями и использовании процедур балансировки, обеспечивающих сохранение масс веществ фильтрующейся смеси. Он обладает более высокой точностью и вычислительной эффективностью при моделировании многофазных течений в высококонтрастных поровых средах, что очень актуально для многих практических задач нефтедобычи.

Использование близких по сути методов построения конечноэлементных аппроксимаций в задачах электроразведки и задачах нефтедобычи позволило разработать общие принципы представления геологической модели, общие принципы ее параметризации, а также общие принципы построения неконформных сеток и соответствующих алгоритмов перехода от неконформных базисов к конформным.

Кроме того, важным аспектом разрабатываемых вычислительных схем решения рассматриваемых задач является возможность учета анизотропии физических свойств с «подстройкой» под изогнутость внутренних поверхностей расчетной области.

В данной работе будет разработан подход к заданию и учету анизотропии физических свойств среды при построении конечноэлементных аппроксимаций на удобных для описания изогнутых поверхностей шестигранных сетках, в том числе неконформных.

Предложенные способы построения конечноэлементных аппроксимаций в областях с криволинейными поверхностями с учетом анизотропии физических свойств в задачах геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации будут применены и при моделировании других физических процессов: напряженно-деформированного (в том числе термоупругого) состояния сложных конструкций из композитных материалов.

И, наконец, еще одним важным аспектом является реализация всех этих методов в проблемно-ориентированных программных комплексах, описывающих решаемые задачи на языке конечного пользователя и освобождающих его от необходимости задавать не свойственные его области знания параметры, связанные с применяемыми численными методами решения сложных краевых задач.

Очевидно, что эти комплексы должны оперировать с большим объемом данных и вычислений, что требует их вычислительно эффективной реализации в распределенной вычислительной системе (В.П. Ильин, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова и др.). Поэтому отдельное внимание в данной диссертационной работе

будет уделено описанию структуры и особенностей реализации этих программных комплексов.

Основной научной проблемой, решению которой посвящена данная диссертационная работа, является проблема создания методов трехмерного численного моделирования в задачах геоэлектромагнетизма, термоупругости и многофазной фильтрации в сложных средах с анизотропными свойствами и основанных на них методов решения многопараметрических трехмерных обратных задач математической физики с последующей реализацией их в виде проблемно-ориентированных программных комплексов.

Цель работы состоит в создании высокоэффективных методов 3D-моделирования, базирующихся на новых математических моделях и конечноэлементных вычислительных схемах, в разработке методов решения трехмерных обратных задач с использованием новых подходов к параметризации и регуляризации, позволяющих повысить качество геофизических прогнозов и прогнозов нефтедобычи, а также в доведении до практического использования этих методов путем их реализации в виде соответствующих проблемно-ориентированных программных комплексов.

Научные задачи:

1. Создание высокоточных и вычислительно эффективных методов 3D-моделирования геоэлектромагнитных полей от различных типов источников.
2. Учет анизотропных свойств среды при моделировании геоэлектромагнитных полей и процессов многофазной фильтрации.
3. Создание методов 3D-моделирования термоупругого и напряженно-деформированного состояния конструкций из композитных материалов.
4. Создание методов решения трехмерных обратных задач с восстановлением физических и геометрических параметров при решении задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации.
5. Создание проблемно-ориентированных программных комплексов для трехмерной обработки данных различных технологий электроразведки, построения цифровых моделей нефтяных месторождений, проектирования конструкций из современных, в том числе композитных материалов.

Методология и методы исследования

Методы 3D-моделирования основаны на решении краевых задач методом конечных элементов. Методы решения обратных задач основаны на минимизации регуляризованного функционала невязки наблюдаемых и расчетных данных с линеаризацией откликов и методе Гаусса-Ньютона.

На защиту выносятся:

1. Математические модели и численные методы решения прямых задач электроразведки с рельефом и искривленными поверхностями слоев и содержащихся в них 3D-объектов, основанные на коррекции ошибки решения трехмерной задачи с помощью задачи, геометрически и топологически близкой к исходной.
2. Математическая модель и вычислительная схема моделирования трехмерных геоэлектромагнитных полей с учетом процессов индукционной вызванной поляризации во временной области.

3. Математические модели и численные методы для решения задач геоэлектромагнетизма, термоупругости и многофазной фильтрации в средах с анизотропными свойствами.

4. Метод поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного базиса к конформному при использовании конечноэлементных неконформных шестигранных сеток для решения задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации.

5. Вычислительные схемы решения трехмерных обратных задач электроразведки и многофазной фильтрации, основанные на методе Гаусса-Ньютона, адаптивной регуляризации и использовании геометрических параметров при параметризации геологической среды.

6. Вычислительные схемы расчета производных поля по искомым физическим и геометрическим параметрам при решении обратных задач геоэлектромагнетизма.

7. Подсистемы решения прямых и обратных задач программного комплекса, предназначенного для трехмерной обработки данных различных технологий электроразведки и решения задач промышленной эксплуатации нефтяных месторождений.

8. Программный комплекс моделирования термоупругого состояния конструкций из композитных материалов с анизотропными свойствами.

Научная новизна:

1. Разработан и реализован в программном комплексе метод двойного выделения поля, основанный на коррекции ошибки решения трехмерной задачи с помощью задачи, геометрически и топологически близкой к исходной, и позволяющий существенно повысить эффективность моделирования трехмерных геоэлектромагнитных полей от различных типов источников в средах с рельефом, искривленными поверхностями слоев и 3D-объектов.

2. Предложена математическая модель и разработана вычислительная схема расчета трехмерного электромагнитного поля с учетом индукционной вызванной поляризации (ВП) во временной области, основанная на учете на каждом временном шаге источников, зависящих от токов, которые были порождены в среде на предыдущих временах, и позволяющая использовать различные функции спада для описания процессов ВП.

3. Предложен метод учета анизотропии физических свойств в конечноэлементных вычислительных схемах решения задач геоэлектромагнетизма, термоупругости и многофазной фильтрации на нерегулярных трехмерных сетках с ячейками в виде шестигранников, который основан на переходе из локальной системы координат в глобальную и позволяет моделировать среды и конструкции сложной формы с криволинейными внешними и внутренними поверхностями без использования различных процедур гомогенизации.

4. Предложен метод поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного базиса к конформному для конечноэлементных неконформных шестигранных сеток, который обеспечивает корректное построение согласованных базисных функций на неконформных

сетках в сложных областях.

5. Разработаны и реализованы в программном комплексе вычислительные схемы решения обратных задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации, основанные на совместном использовании различных геометрических и физических параметров для описания геологической модели и адаптивной регуляризации, что обеспечивает устойчивую сходимость нелинейного процесса, а также «физичность» определяемых свойств геологической среды, и позволяет исключить пересечения (и самопересечения) границ восстанавливаемых объектов.

6. Разработаны и реализованы в программном комплексе зависящие от типа параметра вычислительные схемы решения прямых трехмерных задач электроразведки для устойчивого расчета производных поля по искомым физическим и геометрическим параметрам обратной задачи.

Достоверность результатов

Верификация разработанных вычислительных схем для метода двойного выделения поля была выполнена путем сравнения с решениями задач без выделения поля и с обычным (одноэтапным) выделением поля на очень подробных сетках, которые, в свою очередь, были верифицированы на одномерных моделях среды и сравнением с результатами на трехмерных моделях, полученными другими авторами.

Верификация предложенной вычислительной схемы моделирования индукционных процессов вызванной поляризации во временной области подтверждена сравнением с результатами других авторов и сравнением с результатами, полученными при использовании вычислительной схемы в частотной области для трехмерных моделей с объектами сложной формы и рельефом дневной поверхности.

Верификация результатов расчетов для моделей с анизотропными коэффициентами была выполнена путем сравнения с расчетами для эквивалентных моделей, содержащих тонкие изотропные слои с разными свойствами, включая ситуации с негоризонтальными поверхностями слоев.

Правильность вычислительных схем решения трехмерных задач термоупругости подтверждена совпадением полученных численных решений с аналитическими решениями и с экспериментальными данными.

Правильность вычислительных схем решения трехмерных задач многофазной фильтрации подтверждается совпадением полученных результатов с результатами, полученными с помощью стороннего программного обеспечения, проверкой балансных соотношений и сравнением с экспериментальными данными.

Адекватность решения обратных задач подтверждается совпадением подобранных и истинных моделей на тестовых задачах различного уровня сложности. Результаты исследований на практических данных электроразведки подтверждены соответствующими данными бурения и хорошим совпадением практических и расчетных данных, а для задач нефтедобычи – совпадением прогнозов, построенных на основе полученных в результате решения обратных

задач цифровых моделей, с реальными данными добычи со скважин месторождения.

Теоретическая значимость

Разработанные методы решения обратных задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации могут служить теоретической базой для развития технологий электроразведки и нефтедобычи. При использовании геометрических 3D-инверсий и специальных многоэтапных методик на синтетических данных электроразведки доказана возможность получения устойчивого результата – определения наличия, положения и физических свойств целевых объектов в условиях высокого уровня случайных и геологических шумов. Разработанные способы параметризации и адаптивной регуляризации могут служить основой для создания методов решения различных мультифизических обратных задач.

Разработанные и реализованные методы построения конечноэлементных аппроксимаций с учетом анизотропии физических свойств на неконформных сетках с произвольными шестигранными ячейками в совокупности с методами поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного базиса к конформному могут сложить основу для создания вычислительных схем и программных реализаций трехмерного моделирования различных физических процессов в сложных областях.

Разработанные методы решения трехмерных задач термоупругости открывают путь к более надежному проектированию конструкций с заданными свойствами при использовании композитных материалов. В результате численных исследований на модельных конструкциях были получены полезные для теории композитных материалов результаты.

Практическая значимость

Разработанные вычислительные схемы решения прямых и обратных задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации реализованы в программном комплексе, который применялся для обработки практических данных аэро-, наземной и морской электроразведки, выполненной на площадях Восточной и Западной Сибири, Казахстане и Северном море, а также для обработки данных со скважин нефтяных месторождений республики Татарстан.

Для технологий электромагнитных зондирований показана способность (с подтверждением бурением) разработанных методов выделять целевые объекты в условиях, когда их отклики малы на фоне откликов других неоднородностей вмещающей среды. Это существенно расширяет возможности электромагнитных технологий зондирования Земли.

Для построенных цифровых моделей месторождений в республике Татарстан показана возможность получения на их основе высокоточных прогнозов. Это позволяет использовать их для оптимизации плана дальнейшей эксплуатации месторождений.

Разработанные вычислительные схемы решения трехмерных задач термоупругости были реализованы в программном комплексе и использованы для моделирования экстремальных тепловых воздействий на обтекатель гиперзвукового летательного аппарата с композитными стенками. Были получены результаты, которые могут быть использованы для проектирования новых

термозащитных конструкций гиперзвуковых летательных аппаратов.

Результаты диссертационной работы использовались при выполнении более чем 10 крупных научно-исследовательских работ, среди которых 3 проекта, выполненных в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы» (соглашение № 14.515.11.0029 от 19.03.2013 г., соглашение № 14.515.11.0051 от 29.03.2013 г., соглашение № 14.515.11.0100 от 16.10.2013 г.), 3 проекта, выполненных в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» в интересах и при софинансировании Индустриальных партнеров ООО Геофизическое предприятие «Сибгеотех», ООО «Сибирская геофизическая научно-производственная компания», ФГУП «СибНИА им. С.А.Чаплыгина» (соглашение № 14.574.21.0156 от 26.09.2017 г., соглашение № 14.577.21.0216 от 03.10.2016 г., соглашение № 14.574.21.0118 от 24.11.2014 г.), 3 проекта в рамках гос.заданий №298 (2014-2016 гг.), № 5.978.2017/ПЧ (2017-2019 гг.), FSUN-2020-0012 (2020-2023 гг.), в рамках совместного проекта с Альметьевским государственным нефтяным институтом, выполненного в рамках хоз. договоров (№ 2017.64133 от 08.12.2017 г., № 2018.60846 от 03.12.2018 г., № 2019.37/596/ФЦП0019 от 22.10.2019 г.) в интересах ПАО «Татнефть», а также в рамках хоз. договоров с ПАО «Алроса», нефтесервисной компании Baker Hughes Oilfield Operations, ЗАО «Аэрогеофизическая разведка» и др. Кроме того, часть исследований была поддержана грантом РФФИ № 20-61-47072, а также двумя грантами Президента РФ для молодых ученых – кандидатов наук (2015 и 2017 гг.). Получено 5 актов внедрения.

Личный вклад

Разработаны методы и вычислительные схемы решения трехмерных обратных задач электроразведки и многофазной фильтрации, основанные на методе Гаусса-Ньютона, адаптивной регуляризации и использовании геометрических параметров при параметризации геологической среды. Разработаны вычислительные схемы решения прямых задач электроразведки с существенно трехмерной геометрией геологических структур, основанные на коррекции ошибки решения трехмерной задачи с помощью задачи, геометрически и топологически близкой к исходной. Разработана математическая модель и вычислительная схема расчета трехмерного электромагнитного поля с учетом индукционной вызванной поляризации во временной области. Разработаны вычислительные схемы для расчета производных поля по искомым физическим и геометрическим параметрам обратной задачи. Разработаны вычислительные схемы решения трехмерных задач термоупругости в элементах конструкций с анизотропными свойствами. Разработан метод поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного базиса к конформному для конечноэлементных неконформных шестигранных сеток. Реализованы подсистемы решения прямых и обратных задач программного комплекса, предназначенного для трехмерной обработки данных различных

технологий электроразведки и решения задач промышленной эксплуатации нефтяных месторождений.

В совместных публикациях автору принадлежат следующие результаты. В работах [17, 19, 28, 29, 31, 32, 34, 36] автором разработаны и реализованы методы решения обратных задач на основе метода Гаусса-Ньютона с геометрической параметризацией восстанавливаемой среды и адаптивной регуляризации, а также специальные методы решения прямых задач для расчета производных по искомым параметрам обратной задачи. В работах [2, 3, 4, 16, 19, 20, 27, 31, 33, 35, 37] автором разработаны и реализованы вычислительные схемы решения трехмерных нестационарных задач. В работах [2, 19, 33] автором разработаны и реализованы вычислительные схемы решения трехмерных задач со сложной геометрией геологических слоев среды. В работах [14, 27, 30] автором разработаны и реализованы вычислительные схемы моделирования полей вызванной поляризации во временной и частотной областях. В работах [7, 11, 13, 21, 25] автором разработан метод поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного базиса к конформному. В работе [22, 24] автором разработаны конечноэлементные вычислительные схемы для решения задач термоупругости с анизотропными свойствами материалов конструкций. В работе [18] автором разработаны конечноэлементные вычислительные схемы для решения задач тепло- и массопереноса. В работах [10, 23] автором разработаны конечноэлементные вычислительные схемы для моделирования стационарных электрических полей. В работах [8, 21, 38] автором разработаны процедуры выдачи сглаженных конечноэлементных полей в горизонтально-слоистых средах от различных источников. В работах [12, 26] автором разработан и реализован метод расчета поля над изолированной короткозамкнутой петлей в проводящей среде. В работах [5, 6, 9] автором разработаны вычислительные схемы моделирования нестационарных динамических процессов и процедуры оптимизации параметров динамических систем.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены и докладывались на российских и международных конференциях: «АПЭП-2014» (Новосибирск, 2014), «АПЭП-2016» (Новосибирск, 2016), «АПЭП-2018» (Новосибирск, 2018), «АПЭП-2021» (Бердск, 2021), «Marine technologies–2021. Engineering and Mining Geophysics–2021» (Геленджик, 2021), «IFOST-2016» (Новосибирск, 2016), «IFOST-2019» (Томск, 2019), «Геомодель-2017» (Геленджик, 2017), «Геомодель-2019» (Геленджик, 2019), «Геомодель-2021» (Геленджик, 2021), «ГеоБайкал-2016» (Иркутск, 2016), «ГеоБайкал-2020» (Иркутск, 2020), «Инженерная и рудная геофизика 2018» (Алма-Ата, Казахстан, 2018), «Инженерная и рудная геофизика 2019» (Геленджик, 2019), «Инженерная и рудная геофизика 2020» (Пермь, 2020), «19 International conference on dielectric liquids» (Manchester, United Kingdom, 2017), «Near surface geoscience» (Barcelona, Spain, 2016), «2016 IEEE international conference on dielectrics» (Montpellier, France, 2016), 12-ая международная конференция и выставка по освоению ресурсов нефти и газа Российской Арктики и континентального шельфа стран СНГ (Санкт-Петербург, 2015), «Инженерная

геофизика» (Геленджик, 2015), «АПВПМ-2015» (Новосибирск, 2015), «Электротехника. Электротехнология. Энергетика» (Новосибирск, 2015), 8-ая всероссийская конференция молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России» (Москва, 2015), «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики» (Санкт-Петербург, 2015), «Сиббезопасность-СпасСиб-2013» (Новосибирск, 2013), «5 International Symposium on Three-Dimensional Electromagnetics, 3DEM-5» (Sapporo, Japan 2013).

Публикации

По результатам выполненных исследований опубликовано 55 научных работ, в том числе 12 научных публикаций в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендуемых ВАК для защиты докторских диссертаций, 26 научных публикаций, индексируемых в международной информационно-аналитической системе научного цитирования Web of Science (включая 4 публикации в журналах квартиля Q1, 1 публикацию в журнале квартиля Q2 и 6 публикаций в журналах квартиля Q3), 34 научные публикации, индексируемые в международной информационно-аналитической системе научного цитирования Scopus (включая 6 публикаций в журналах квартиля Q1, 6 публикаций в журналах квартиля Q2 и 1 публикацию в журнале квартиля Q3). Получено 28 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура работы

Диссертационная работа изложена на 300 страницах, состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы (274 наименования), приложений А и Б и содержит 131 рисунок и 19 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава диссертационной работы посвящена методам моделирования трехмерных геоэлектромагнитных полей в областях со сложной геометрией геологических слоев. Приводятся математические модели, вариационные постановки и конечноэлементные аппроксимации для метода двойного выделения поля в средах с анизотропными свойствами. Вычислительные схемы рассмотрены для различных типов источников электромагнитного поля и режимов их работы. Отдельно рассмотрены особенности математических моделей и вычислительных схем для учета процессов индукционной вызванной поляризации и особенности аппроксимации по времени. Рассмотрены особенности построения неконформных конечноэлементных сеток и построения матрицы перехода от неконформного конечноэлементного базиса к конформному. Приводится верификация предлагаемых методов и оценка их вычислительной эффективности.

Основная идея метода двойного выделения поля заключается в компенсации ошибки, получаемой при решении исходной задачи без выделения поля источника в горизонтально-слоистой среде (то есть с заданием источника непосредственно в трехмерной задаче или с выделением поля источника в воздухе), с помощью решения, полученного с использованием простого (одноэтапного) выделения поля для топологически подобной среды с горизонтальными границами слоев.

Суммарное электрическое поле \vec{E} ищется в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{31} - \vec{E}^{32} + \vec{E}^{33}, \quad (1)$$

где поля \vec{E}^{31} и \vec{E}^{32} ищутся в расчетной области Ω^d с горизонтальными границами, а поле \vec{E}^{33} ищется в истинной расчетной области Ω^r с изогнутыми границами. Примеры областей Ω^d и Ω^r (в сечении) представлены на рис. 1.

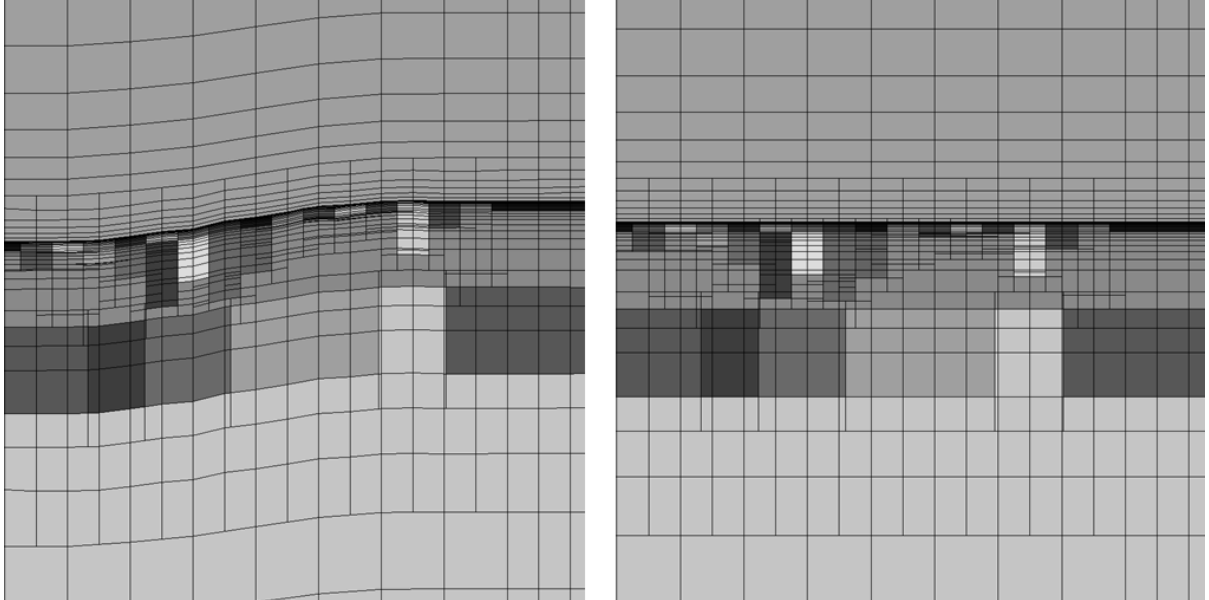


Рисунок 1 - Пример сечения истинной среды Ω^r (слева) и топологически подобной среды с горизонтальными границами Ω^d (справа)

Вначале рассмотрим моделирование электромагнитного поля для технологий, реализуемых во временной области.

Поле \vec{E}^{31} ищется с использованием простого выделения поля в виде суммы двух составляющих $\vec{E}^{31} = \vec{E}^n + \vec{E}^a$, где \vec{E}^n – это поле источника в горизонтально-слоистой среде, а поле \vec{E}^a , определяющее поле влияния трехмерных неоднородностей, ищется в расчетной области Ω^d из решения уравнения:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \vec{A}^a + \sigma^d \frac{\partial \vec{A}^a}{\partial t} = (\sigma^d - \sigma^n) \vec{E}^n, \quad (2)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, \vec{A}^a – вектор-потенциал, связанный с напряженностью электрического поля соотношением $\vec{E}^a = -\partial \vec{A}^a / \partial t$ и с индукцией магнитного поля соотношением $\vec{B}^a = \text{rot } \vec{A}^a$.

В уравнении (2) σ^d – тензор (3x3) удельной электрической проводимости трехмерной среды с плоскими границами (Ω^d), а σ^n – тензор (3x3) удельной электрической проводимости горизонтально-слоистой среды (для которой рассчитывается первичное поле \vec{E}^n).

Если тонкие слои анизотропной среды не параллельны декартовым плоскостям (т.е. оси анизотропии не совпадают с координатными осями), тензор проводимости может быть получен с помощью соотношения:

$$\sigma^d = \mathbf{M}^T \tilde{\sigma}^d \mathbf{M}, \quad (3)$$

где $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^d$ – диагональный тензор с компонентами, соответствующий проводимости вдоль осей локальной системы координат (x', y', z') (оси этой локальной системы фактически являются осями анизотропии), а матрица \mathbf{M} – это матрица поворота, связывающая глобальную систему координат (x, y, z) с локальной.

При расчете поля от индукционного источника начальное значение вектор-потенциала $\vec{\mathbf{A}}^{a,0}$ равно нулю и стационарное электрическое поле $\vec{\mathbf{E}}^{31,0} = 0$.

При расчете поля от гальванического источника начальное значение вектор-потенциала $\vec{\mathbf{A}}^{a,0}$ может быть найдено из решения следующих уравнений:

$$-\text{div}(\boldsymbol{\sigma}^d \text{grad} V^a) = \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^d - \boldsymbol{\sigma}^n) \text{grad} V^n, \quad (4)$$

$$-\frac{1}{\mu_0} \Delta \vec{\mathbf{A}}^{a,0} = -\boldsymbol{\sigma}^d \text{grad} V^a - (\boldsymbol{\sigma}^d - \boldsymbol{\sigma}^n) \text{grad} V^n, \quad (5)$$

где Δ – оператор Лапласа, V^n – это скалярный электрический потенциал, описывающий стационарное электрическое поле источника в горизонтально-слоистой среде в виде $\vec{\mathbf{E}}^{n,0} = -\text{grad} V^n$, а V^a – это скалярный электрический потенциал, который описывает поле влияния трехмерных неоднородностей и связан с напряженностью электрического поля в виде $\vec{\mathbf{E}}^{a,0} = -\text{grad} V^a$.

Нормальное поле может быть вычислено либо с помощью полуаналитических методов, либо с использованием численного решения наборов осесимметричных задач в специальных постановках [8, 38].

Поля $\vec{\mathbf{E}}^{32}$ и $\vec{\mathbf{E}}^{33}$ ищутся на топологически подобных сетках, построенных в расчетных областях Ω^d (с плоскими границами) и Ω^r (с истинными изогнутыми границами), соответственно.

В случае индукционного источника для решения задач $\vec{\mathbf{E}}^{32}$ и $\vec{\mathbf{E}}^{33}$ удобно использовать выделение поля источника в воздухе. Тогда поле $\vec{\mathbf{E}}^{32} = -\partial \vec{\mathbf{A}}^{32} / \partial t$ может быть найдено в расчетной области Ω^d из решения следующего уравнения:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rotrot} \vec{\mathbf{A}}^{32} + \boldsymbol{\sigma}^d \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}^{32}}{\partial t} = -\boldsymbol{\sigma}^d \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}^{air}}{\partial t}, \quad (6)$$

где вектор-потенциал $\vec{\mathbf{A}}^{air}$ описывает электромагнитное поле в воздухе.

В случае гальванического источника поле $\vec{\mathbf{E}}^{32}$ ищется в результате последовательности решения следующих задач:

$$-\text{div}(\boldsymbol{\sigma}^d \text{grad} V^{32}) = -\text{div} \vec{\mathbf{J}}^s, \quad -\frac{1}{\mu_0} \Delta \vec{\mathbf{A}}^{32,0} = \vec{\mathbf{J}}^s - \boldsymbol{\sigma}^d \text{grad} V^{32}, \quad (7)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rotrot} \vec{\mathbf{A}}^{32} + \boldsymbol{\sigma}^d \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}^{32}}{\partial t} = 0, \quad (8)$$

где $\vec{\mathbf{J}}^s$ – плотность постоянного тока в источнике, $\vec{\mathbf{E}}^{32,0} = -\text{grad} V^{32}$, а $\vec{\mathbf{E}}^{32} = -\partial \vec{\mathbf{A}}^{32} / \partial t$.

Поля $\vec{\mathbf{E}}^{33}$ ищутся аналогичным способом в Ω^r с проводимостью, определяемой тензором $\boldsymbol{\sigma}^r$.

При использовании индукционного источника поле вызванной поляризации

(ВП) порождается текущими (при $t > 0$) через поляризующуюся среду токами $\vec{J}^{31} = -\sigma^d (\partial \vec{A}^a / \partial t - \vec{E}^n)$ (для \vec{E}^{31}) и $\vec{J}^{32} = -\sigma^d (\partial \vec{A}^{32} / \partial t + \partial \vec{A}^{air} / \partial t)$ (для \vec{E}^{32}).

Поэтому для нахождения полей \vec{E}^{31} и \vec{E}^{32} с учетом индукционной вызванной поляризации используются математические модели вида:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \vec{A}^a + \sigma^d \frac{\partial \vec{A}^a}{\partial t} = (\sigma^d - \sigma^n) \vec{E}^n + \eta \sigma^d \int_0^t \left(\frac{\partial \vec{A}^a(x, y, z, t')}{\partial t'} - \vec{E}^n(x, y, z, t') \right) \frac{d}{dt'} \beta(x, y, z, t - t') dt', \quad (9)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \vec{A}^{32} + \sigma^d \frac{\partial \vec{A}^{32}}{\partial t} = -\sigma^d \frac{\partial \vec{A}^{air}}{\partial t} + \eta \sigma^d \int_0^t \left(\frac{\partial \vec{A}^{32}(x, y, z, t')}{\partial t'} + \frac{\partial \vec{A}^{air}(x, y, z, t')}{\partial t} \right) \frac{d}{dt'} \beta(x, y, z, t - t') dt' \quad (10)$$

с нулевым начальным условием. Функция $\beta(x, y, z, t)$ – это функция спада ВП, а $\eta(x, y, z)$ – это поляризуемость среды. Напряженность электрического поля ищется в виде $\vec{E}^{31} = \vec{E}^n + \vec{E}^a$, где $\vec{E}^a = -\partial \vec{A}^a / \partial t$, и $\vec{E}^{32} = -\partial \vec{A}^{32} / \partial t$. Как и ранее, поле \vec{E}^{33} ищется аналогичным (полю \vec{E}^{32}) способом в Ω^r с проводимостью, определяемой тензором σ^r .

При возбуждении электромагнитного поля гальваническим источником основная часть поля ВП порождается стационарными токами (токами, протекающими через поляризующуюся среду при постоянно включенном источнике). В этом случае стационарная составляющая поля ВП $\vec{E}^{IP, 3\xi}$ (где ξ принимает значения 1, 2 или 3) ищется в виде $\vec{E}^{IP, 3\xi} = -\text{grad } V^{IP, 3\xi}$. Соответствующая расчетная область представляет собой объединение подобластей Ω_k , каждая из которых характеризуется значением поляризуемости η_k и функцией спада β_k (т.е. функции $\eta(x, y, z)$ и $\beta(x, y, z, t)$ полагаются кусочно-постоянными функциями по пространству). Тогда потенциал $V^{IP, 3\xi}$ может быть найден в виде:

$$V^{IP, 3\xi} = \sum_k \eta_k \beta_k W_k^{IP, 3\xi}. \quad (11)$$

Функции $W_k^{IP, 3\xi}$ могут быть найдены из решения уравнения

$$-\text{div}(\sigma^\zeta \text{grad } W_k^{IP, 3\xi}) = -\text{div}(\delta_k \sigma^\zeta \text{grad } V^{3\xi}), \quad (12)$$

где $\sigma^\zeta = \sigma^d$, $\Omega^\zeta = \Omega^d$ для задач 31, 32 и $\sigma^\zeta = \sigma^r$, $\Omega^\zeta = \Omega^r$ для задачи 33, а

$$\delta_k = \begin{cases} 1 & \text{для } \Omega_k, \\ 0 & \text{для } \Omega^\zeta \setminus \Omega_k. \end{cases}$$

Представленные выше математические модели описывают электродинамические процессы и процессы ВП при условии, что ток в источнике

постоянен (и отличен от нуля) при $t \leq 0$ и равен нулю при $t > 0$ («ступенчатый» ток «на выключение»). Для произвольного тока поле может быть получено очевидным образом (через интеграл свертки) из поля «ступенчатого» тока [37].

Для аппроксимации по времени уравнений (2), (6), (8), (9) и (10) используется трехслойная неявная схема с кусочно-постоянным шагом и специальной модификацией («backward overstepping»), предложенной в работе [20]. При использовании этой схемы весь временной диапазон разбивается на интервалы, внутри которых используется постоянный шаг по времени (при переходе к следующему интервалу этот шаг увеличивается в p раз) Эта схема позволяет эффективно использовать прямые решатели СЛАУ, поскольку на каждом интервале требуется только одна факторизация матрицы.

Эффективность использования прямых решателей резко увеличивается для «multisource» технологий, которые используют съемку «в движении»: это, в основном, технологии аэроэлектроразведки и технологии морской электроразведки с буксируемым источником и приемниками.

В этом случае используется «группирование по пространству»: единая конечноэлементная сетка строится для всех положений приемно-генераторной установки, попавших в группу. Следовательно, одинаковая матрица СЛАУ (для которой факторизацию можно выполнять только один раз) будет не только на временных шагах интервала, но и для группы источников поля.

Однако даже для технологий наземных многоразносных измерений, где в пространственную группу может попадать всего 1-2 источника, технология группирования по времени, сопровождаемая использованием прямого решателя, является эффективной. Как минимум, в этом случае можно не беспокоиться о наличии в конечноэлементной сетке разномасштабных элементов с контрастными свойствами, которые могут приводить к резкому ухудшению сходимости итерационных решателей.

Теперь рассмотрим моделирование электромагнитного поля в частотной области.

Как и во временной области, решение задачи **31** ищется с использованием *простого* выделения поля, т.е. поле \vec{E}^{31} ищется в виде суммы двух составляющих $\vec{E}^{31} = \vec{E}^n + \vec{E}^a$, где \vec{E}^n – это поле источника в горизонтально-слоистой среде, а поле \vec{E}^a , определяющее поле влияния трехмерных неоднородностей, ищется в расчетной области Ω^d из решения уравнения:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot rot } \vec{E}^a + i\omega \mathbf{\sigma}^d \vec{E}^a = -i\omega (\mathbf{\sigma}^d - \mathbf{\sigma}^n) \vec{E}^n, \quad (13)$$

где $\vec{V}^a = -\frac{1}{i\omega} \text{rot } \vec{E}^a$, i – мнимая единица, ω – круговая частота. Тензоры $\mathbf{\sigma}^d$ и $\mathbf{\sigma}^n$ определяются аналогично тому, как это было сделано для временной области. Как и во временной области, поле \vec{E}^n может быть рассчитано либо с использованием полуаналитических методов, либо численно с использованием специальных математических постановок [21, 34].

При решении задач **32** и **33** источник учитывается непосредственно в трехмерной сетке, т.е. поля \vec{E}^{32} и \vec{E}^{33} ищутся в расчетных областях Ω^d и Ω^r из решения уравнений:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rotrot} \vec{E}^{32} + i\omega \mathbf{\Sigma}^d \vec{E}^{32} = -i\omega \vec{J}^s, \quad \frac{1}{\mu_0} \text{rotrot} \vec{E}^{33} + i\omega \mathbf{\Sigma}^r \vec{E}^{33} = -i\omega \vec{J}^s. \quad (14)$$

Для аппроксимации по пространству всех рассмотренных выше задач используются неконформные шестигранные сетки со скалярными (для решения задач (4)–(5)) и векторными (для остальных задач) базисными функциями. Пример такой сетки показан на рис. 1 (алгоритмы автоматического построения сетки с учетом группирования представлены в работах [16,20]). Для построения конформных (согласованных) базисов из соответствующих неконформных используется матрица перехода. Алгоритм построения этой матрицы для скалярных базисных функций (из пространства \mathbf{H}^1) представлен в работе [13], а для векторных базисных функций (из пространства \mathbf{H}^{rot}) – в работе [21].

Важным технологическим аспектом, реализация которого позволила обеспечить стабильность решения для любых сложных областей и конфигураций сеток, является устранение так называемых «перехлестов». При этом главную проблему создавали «неявные перехлесты», которые трудно определить на этапе построения сетки, но которые приводят к закливанию при построении матрицы перехода. Была разработана специальная итерационная процедура, базирующаяся на многократном построении матрицы перехода, которая обеспечила поиск этих «перехлестов» и последовательную модификацию конечноэлементной сетки так, чтобы полученная в результате сетка не содержала «перехлестов».

При расчете интегралов, входящих в выражения для компонент матрицы и векторов правых частей СЛАУ, использовалось отображение шаблонного элемента-куба (заданного в координатах (ξ, η, ζ)) в реальный элемент-шестигранник. При необходимости «подстройки» анизотропии под форму поверхностей слоев при вычислении интегралов на конечном элементе Ω_e^r направления осей анизотропии (x', y', z') определяются так: x' и y' – это усредненные направления ребер, которые в шаблоне направлены вдоль осей ξ и η соответственно. А направление z' получено как векторное произведение направлений x' и y' .

Для дополнительного повышения точности расчетов при выдаче сигналов в приемниках используется процедура сглаживания – согласованный результат [20].

Верификация разработанных математических моделей и соответствующих им вычислительных схем проводилась с использованием одномерных моделей и сравнением с результатами, полученными другими авторами. Результаты верификации представлены, например, в работах [20, 24].

Отдельно была выполнена верификация учета анизотропии. Сравнение результатов расчетов для моделей с анизотропными коэффициентами и для эквивалентных моделей, содержащих тонкие изотропные слои, включая ситуации с негоризонтальными поверхностями слоев, показало, что отличия не превышают

доли процентов, что подтверждает корректность предложенного подхода к заданию и учету анизотропии проводимости среды.

Кроме того, верификация разработанных вычислительных схем для метода двойного выделения поля проводилась путем сравнения с решениями задач без выделения поля и с простым (одноэтапным) выделением поля на очень подробных сетках. Верификация проведена для различных видов источников. Показано, что отличия в решениях не превышают 1-2%, и тем самым подтверждена адекватность предложенных моделей и правильность реализации соответствующих вычислительных схем.

Анализ вычислительной эффективности предложенных подходов проводился путем сравнения с результатами, представленными другими авторами. Для задач аэроэлектроразведки показано, как минимум, пятикратное преимущество перед реализациями, представленными другими авторами (подробный анализ приведен в работах [14, 16, 27]). Поскольку вычислительные затраты для сложных геоэлектрических моделей (с объектами сложной формы, изогнутыми границами слоев) в литературе практически не представлены, для остальных электроразведочных технологий проводилось сравнение с вычислительными затратами решения задачи «напрямую» (с источником в трехмерной задаче). Было показано, что для сложных геоэлектрических моделей вычислительные затраты при использовании метода двойного выделения поля на 1-2 порядка ниже, чем при решении задачи «напрямую», в зависимости от моделируемой технологии съемки.

Во **второй главе** приведены математические модели, вариационные постановки и конечноэлементные аппроксимации для решения задач многофазной фильтрации в средах с анизотропными свойствами. Приведены примеры решения задач в средах с анизотропной проницаемостью для исследования влияния наличия зоны трещиноватости и влияния учета изменения направления осей анизотропии при искривлении геометрии пласта.

В данной работе для моделирования процессов многофазной фильтрации используется подход, предложенный и обоснованный в работе [13]. Он включает в себя конечноэлементный расчет поля давления с использованием непрерывных базисных функций, расчет потоков по полученному полю давления и их специальная корректировка для обеспечения сохранения масс всех веществ, а также перенос веществ и расчет новых значений фазовых свойств и фазового состава в ячейках конечноэлементной сетки.

При построении неконформных сеток и соответствующих матриц перехода, а также при расчете компонент матрицы и вектора конечноэлементной СЛАУ используются подходы, аналогичные используемым в задачах геоэлектромагнетизма. Как и в задачах геоэлектромагнетизма, тензор проницаемости задается в локальных координатах, которые затем переводятся в глобальную. Этот способ позволяет моделировать как наиболее часто встречающуюся на практике ситуацию, когда вертикальная проницаемость существенно меньше латеральной и «напластование» повторяет изгибы

поверхностей слоев, так и, например, трещиноватость, когда высокая проницаемость задается вдоль одного из латеральных направлений.

Верификация вычислительных схем (в том числе для анизотропной среды) проводилась с использованием тестов SPE (ее результаты представлены в работах [13, 17]), а также путем сравнения тонкослойной модели с макромоделью с анизотропными коэффициентами.

В третьей главе рассмотрены математические модели, вариационные постановки и конечноэлементные аппроксимации для решения трехмерных задач термоупругости в конструкциях с анизотропными свойствами материалов. Приведены результаты верификации разработанных вычислительных схем и пример расчета термоупругого состояния обтекателя гиперзвукового летательного аппарата с композитными стенками.

Вектор напряжений $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}\}^T$ связан с вектором деформаций $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz}\}^T$ соотношением $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th})$, где $\boldsymbol{\varepsilon}^{th}$ – это термические напряжения (напряжения, вызванные градиентом температур). Компоненты вектора деформаций связаны со смещениями u^x , u^y и u^z соотношениями: $\varepsilon_\xi = \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi}$, $\varepsilon_{\xi\eta} = \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi}$ (ξ, η принимают значения x, y или z).

Для моделирования конструкций с анизотропными свойствами используется подход, аналогичный рассмотренному в главах 1 и 2 для решения задач геоэлектромагнетизма и задач многофазной фильтрации. Для этого помимо основной системы координат вводится локальная система координат $\{x', y', z'\}$, оси которой совпадают с осями анизотропии рассматриваемого материала: $E_{x'}$, $E_{y'}$ и $E_{z'}$ – модули Юнга, $\nu_{x'y'}$, $\nu_{y'z'}$ и $\nu_{x'z'}$ – коэффициенты Пуассона, а $G_{x'y'}$, $G_{y'z'}$ и $G_{x'z'}$ – модули сдвига. С учетом соотношений $\frac{\nu_{y'x'}}{E_{y'}} = \frac{\nu_{x'y'}}{E_{x'}}$, $\frac{\nu_{z'x'}}{E_{z'}} = \frac{\nu_{x'z'}}{E_{x'}}$ и $\frac{\nu_{z'y'}}{E_{z'}} = \frac{\nu_{y'z'}}{E_{y'}}$ матрицу $\tilde{\mathbf{D}}$, связывающую вектор напряжений $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ с вектором деформации $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ в системе координат $\{x', y', z'\}$, можно определить как:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \frac{E_{x'}}{h} \left(1 - \nu_{y'z'}^2 \frac{E_{z'}}{E_{y'}}\right) & \frac{E_{y'}}{h} \left(\nu_{x'y'} + \nu_{x'z'} \nu_{y'z'} \frac{E_{z'}}{E_{y'}}\right) & \frac{E_{z'}}{h} (\nu_{x'z'} + \nu_{y'z'} \nu_{x'y'}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_{y'}}{h} \left(\nu_{x'y'} + \nu_{x'z'} \nu_{y'z'} \frac{E_{z'}}{E_{y'}}\right) & \frac{E_{y'}}{h} \left(1 - \nu_{x'z'}^2 \frac{E_{z'}}{E_{y'}}\right) & \frac{E_{z'}}{h} (\nu_{y'z'} + \nu_{x'z'} \nu_{x'y'} \frac{E_{y'}}{E_{x'}}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_{z'}}{h} (\nu_{x'z'} + \nu_{y'z'} \nu_{x'y'}) & \frac{E_{z'}}{h} (\nu_{y'z'} + \nu_{x'z'} \nu_{x'y'} \frac{E_{y'}}{E_{x'}}) & \frac{E_{z'}}{h} \left(1 - \nu_{x'y'}^2 \frac{E_{y'}}{E_{x'}}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{x'y'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{y'z'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{x'z'} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\text{где } h = 1 - v_{x'y'}^2 \frac{E_{y'}}{E_{x'}} - v_{y'z'}^2 \frac{E_{z'}}{E_{y'}} - v_{x'z'}^2 \frac{E_{z'}}{E_{x'}} - 2v_{x'y'}v_{y'z'}v_{x'z'} \frac{E_{z'}}{E_{x'}}.$$

Как уже отмечалось выше, глобальная система координат $\{x, y, z\}$ может быть получена из локальной системы координат $\{x', y', z'\}$ с помощью некоторой матрицы поворота \mathbf{M} . Таким образом, матрица \mathbf{D} связана с матрицей $\tilde{\mathbf{D}}$ соотношением $\mathbf{D} = \hat{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{M}}$. При этом матрица $\hat{\mathbf{M}}$ имеет вид:

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} m_{11}^2 & m_{12}^2 & m_{13}^2 & m_{11}m_{12} & m_{12}m_{13} & m_{11}m_{13} \\ m_{21}^2 & m_{22}^2 & m_{23}^2 & m_{21}m_{22} & m_{22}m_{23} & m_{21}m_{23} \\ m_{31}^2 & m_{32}^2 & m_{33}^2 & m_{31}m_{32} & m_{32}m_{33} & m_{31}m_{33} \\ 2m_{21}m_{11} & 2m_{22}m_{12} & 2m_{23}m_{13} & m_{11}m_{22} + m_{12}m_{21} & m_{12}m_{23} + m_{13}m_{22} & m_{11}m_{23} + m_{21}m_{13} \\ 2m_{31}m_{21} & 2m_{32}m_{22} & 2m_{33}m_{23} & m_{21}m_{32} + m_{22}m_{31} & m_{22}m_{33} + m_{23}m_{32} & m_{21}m_{33} + m_{31}m_{23} \\ 2m_{31}m_{11} & 2m_{32}m_{12} & 2m_{33}m_{13} & m_{11}m_{32} + m_{12}m_{31} & m_{12}m_{33} + m_{13}m_{32} & m_{11}m_{33} + m_{31}m_{13} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где m_{ij} , $i, j = 1..3$ – это компоненты матрицы поворота \mathbf{M} .

Математическая модель строится на основе уравнений равновесия и вариационная постановка в форме Галеркина имеет вид:

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \sigma_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \sigma_{xz} \frac{\partial \Psi}{\partial z} d\Omega = \int_S F_x^S \Psi dS, \\ \int_{\Omega} \sigma_{xy} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \sigma_{yz} \frac{\partial \Psi}{\partial z} d\Omega = \int_S F_y^S \Psi dS, \\ \int_{\Omega} \sigma_{xz} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \sigma_{yz} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} d\Omega = \int_S F_z^S \Psi dS, \end{cases} \quad (17)$$

где $\mathbf{F} = (F_x^S, F_y^S, F_z^S)^T$ – вектор приложенных поверхностных сил, а Ψ – пробная функция.

В случае наличия немеханических (тепловых) воздействий вектор термических деформаций рассчитывается в виде: $\boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \Delta T \boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\alpha} = \hat{\mathbf{M}}^T \tilde{\boldsymbol{\alpha}}$, $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \{\alpha_{x'}, \alpha_{y'}, \alpha_{z'}, 0, 0, 0\}^T$, где $\alpha_{x'}, \alpha_{y'}, \alpha_{z'}$ – это коэффициенты температурного расширения в локальной системе координат $\{x', y', z'\}$. Нестационарное поле температуры может быть найдено из решения уравнения

$$-\text{div}(\boldsymbol{\Lambda}(T) \text{grad} T) + \rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{M}^T \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} \mathbf{M}, \quad \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} = \begin{pmatrix} \lambda_{x'} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{z'} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $\lambda_{x'}, \lambda_{y'}, \lambda_{z'}$ – это коэффициенты теплопроводности материала в локальной системе координат $\{x', y', z'\}$, ρ – плотность, $c(T)$ – теплоемкость.

Для применения описанного выше математического аппарата для моделирования термоупругого поведения конструкций обтекателей

гиперзвуковых летательных аппаратов на границе задается следующее краевое условие:

$$-\left((\Lambda(T)\nabla T)\cdot\vec{n}\right)\Big|_{\Gamma} = \kappa\gamma_0(T^4 - T_{\alpha}^4) + \chi(T - T_{\alpha}) - q, \quad (19)$$

где κ – коэффициент излучения, γ_0 – постоянная Больцмана, T_{α} – температура окружающей среды, χ – коэффициент конвективной теплопередачи, q – мгновенная плотность теплового потока, попадающего в носовую часть за счет аэродинамического нагрева (способ расчета q представлен в работе [22]).

Верификация разработанных вычислительных схем проводилась путем сравнения с аналитическим решением и экспериментальными данными. Результаты верификации подтвердили корректность разработанных вычислительных схем. Детальный анализ представлен в работах [22, 24].

Разработанный математический аппарат был применен для моделирования термоупругого поведения конструкций обтекателей гиперзвуковых летательных аппаратов со стенками, изготовленными из композитного материала «углерод-углерод». Результаты исследований представлены в работе [24].

В четвертой главе представлена вычислительная схема решения обратных задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации с геометрическими и физическими параметрами, используемыми для описания геологических моделей. Рассмотрены различные типы геометрических параметров, минимизируемый функционал, математические модели для расчета полей влияния различных параметров геологической модели, система ограничений и алгоритм адаптивной регуляризации.

Геологическая модель представляется набором слоев и 3D-неоднородностей. Слои характеризуются физическими параметрами, а также поверхностями (разделяющими слои), которые описываются с помощью бикубических сплайнов. Кроме того, для каждой границы между слоями геологической модели устанавливается шаблонная координата z' , которая определяется некоторой средней глубиной соответствующей границы. Именно эти шаблонные координаты определяют расчетные области Ω^d для задач **31** и **32** (в методе двойного выделения поля, рассмотренного в главе 1) и соответствующий им прототип (со строго горизонтальными границами) реальной конечноэлементной сетки.

В общем случае, геометрическими параметрами, которые описывают форму поверхностей между слоями, являются вертикальные смещения так называемых контрольных точек, которые расставляются по некоторой регулярной сети.

Внутри слоев задаются 3D-неоднородности. Их верхняя и нижняя поверхности задаются в шаблонных координатах, а затем отображаются в реальную геометрию с использованием линейных интерполянтов между соответствующими точками сплайнов, определяющих изогнутые границы слоя, внутри которого находится соответствующая поверхность 3D-неоднородности. Таким образом, с одной стороны, положение верхней и нижней поверхностей автоматически подбирается с помощью описанных выше параметров, являющихся вертикальными смещениями контрольных точек. С другой стороны,

параметрами являются значения шаблонных z' - координат верхней и нижней поверхностей 3D-неоднородности. Эти параметры фактически определяют положение границ 3D-неоднородности внутри слоя.

В плане 3D-неоднородности могут иметь простую прямоугольную форму или сложную форму.

В первом случае геометрическими параметрами являются координаты границ по x и y . При этом предусмотрена возможность подбора «общих» границ, которая позволяет реализовать подбор «сплошной» среды, например, с помощью блочных структур [19]. Блочные структуры характеризуются осью и представляют собой ряды блоков, которые направлены вдоль этой оси. Искомыми параметрами в этом случае являются координаты границ между блоками и координаты границ между рядами блоков.

Во втором случае 3D-неоднородности сложной формы имеют в плане форму полигона (многоугольника). Геометрическими параметрами, которые используются для подбора формы этих неоднородностей, являются смещения в плане вершин этих полигонов. Здесь, в свою очередь, реализовано два способа параметризации: в первом случае смещаются ребра в ортогональном к ним направлении, а во втором случае смещаются точки.

Компоненты вектора параметров, описывающих геологическую модель, ищутся путем минимизации следующего функционала

$$\Phi^{\gamma}(\Theta) = \sum_{l=1}^{KL} \beta_l \left(\sum_{w=1}^{KW} \sum_{t=1}^{KT} (\omega_{lwt} \delta \mathcal{E}_{lwt}(\Theta))^2 \right) + \sum_{m=1}^{KM} \gamma_m (\theta_m - \bar{\theta}_m)^2, \quad (20)$$

где KL – количество типов данных, KW – количество пространственных положений точек (*приемников*), где измеряются соответствующие данные, KT – количество временных шагов (или частот) измерения данных, $\delta \mathcal{E}_{lwt}(\Theta)$ – разность расчетного $\mathcal{E}_{lwt}(\Theta)$ и наблюдаемого \mathcal{E}_{lwt}^{obs} значений характеристики типа l в приемнике с номером W в момент времени (или на частоте) t , Θ – вектор искомых геометрических и физических параметров θ_m , KM – размерность вектора искомых параметров, $\bar{\theta}_m$ – значение m -го параметра на предыдущей итерации процесса минимизации функционала $\Phi^{\gamma}(\Theta)$, величины β_l и ω_{lwt} – весовые коэффициенты, а γ_m – параметры регуляризации.

Весовые коэффициенты β_l используются, чтобы повысить или уменьшить значимость какого-либо из типов данных, а весовые коэффициенты ω_{lwt} используются, с одной стороны, чтобы привести все измерения к одному масштабу величин, а с другой стороны, уменьшить влияние сильно зашумленных данных. Значения весовых коэффициентов ω_{lwt} берутся равными $1/\mathcal{E}_{lwt}^{obs}$, но если \mathcal{E}_{lwt}^{obs} принимает значение ниже некоторого допустимого порога $\bar{\mathcal{E}}_l$, определяемого уровнем «доверия» к данным соответствующего типа, то значение соответствующего весового коэффициента берется равным $1/\bar{\mathcal{E}}_l$. Значения β_l и $\bar{\mathcal{E}}_l$ устанавливаются перед решением обратной задачи.

Алгоритмы решения обратных задач электроразведки и многофазной фильтрации (автоматической адаптации моделей месторождений) являются общими и отличаются только физическим смыслом указанных выше переменных.

Для минимизации функционала (20) используется метод Гаусса-Ньютона. Для минимизации $\Phi^Y(\Theta)$ значения $\delta\mathcal{E}_{lwt}(\Theta)$ линеаризуются в окрестности значений параметров $\bar{\Theta}$ на предыдущей итерации. В результате минимизации линеаризованного функционала получается СЛАУ вида $(\mathbf{A} + \mathbf{Y})\Delta\Theta = \mathbf{f}$, где матрица \mathbf{Y} является диагональной матрицей с элементами γ_m на главной диагонали, а компоненты матрицы \mathbf{A} и вектора правой части \mathbf{f} вычисляются с помощью соотношений ($i, j = 1 \dots KM$):

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^{KL} \beta_l \left(\sum_{w=1}^{KW} \sum_{t=1}^{KT} \omega_{lwt}^2 \frac{\partial(\delta\mathcal{E}_{lwt})}{\partial\theta_i} \frac{\partial(\delta\mathcal{E}_{lwt})}{\partial\theta_j} \right), f_i = - \sum_{l=1}^{KL} \beta_l \left(\sum_{w=1}^{KW} \sum_{t=1}^{KT} \omega_{lwt}^2 \delta\mathcal{E}_{lwt}(\bar{\Theta}) \frac{\partial(\delta\mathcal{E}_{lwt})}{\partial\theta_i} \right). \quad (21)$$

Метод расчета функций чувствительности зависит от типа параметра. В контексте рассматриваемых задач расчет чувствительности по сути является расчетом поля влияния того или иного параметра.

Для каждой компоненты θ_m вектора параметров Θ задается приращение $\partial\theta_m$, для которого будут рассчитываться производные $\partial(\delta\mathcal{E}_{lwt})/\partial\theta_m$.

Например, для того чтобы вычислить поле влияния параметра, соответствующего координатам латеральных границ объектов прямоугольной формы или шаблоном координатам верхней и нижней границ объектов, решается следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rotrot} \bar{\mathbf{A}}^{33|m} + \sigma^{mr} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}^{33|m}}{\partial t} = (\sigma^{mr} - \sigma^r) \bar{\mathbf{E}}. \quad (22)$$

В случае индукционного возбуждения поля задается нулевое начальное условие, а в случае возбуждения поля с помощью заземленного источника для расчета начального распределения решаются дифференциальные уравнения вида:

$$-\text{div}(\sigma^{mr} \text{grad} V^{33|m}) = \text{div}(\sigma^{mr} - \sigma^r) \text{grad} V, -\frac{1}{\mu_0} \Delta \bar{\mathbf{A}}^{33|m,0} = -\sigma^{mr} \text{grad} V^{33|m} - (\sigma^{mr} - \sigma^r) \text{grad} V. \quad (23)$$

В соотношениях (22) и (23) поля $\bar{\mathbf{E}}$ и V являются результатами решения соответствующих прямых задач, описанных в главе 1, для текущих значений параметров $\theta_m = \bar{\theta}_m$, полученных на предыдущей итерации и определяющих текущее распределение компонент тензора σ^r . Значения компонент тензора σ^{mr} отличны от значений компонент тензора σ^r только в местах, где изменилась проводимость из-за приращения параметра θ_m на величину $\partial\theta_m$.

Для получения физически адекватных геофизических и гидродинамических моделей, а также для обеспечения плавной, устойчивой и достаточно быстрой сходимости используется адаптивная регуляризация. При этом вводится глобальная и локальная система ограничений на параметры. Глобальные ограничения – это ограничения, которые контролируют, чтобы не нарушались

основные физические свойства. Локальные ограничения – это ограничения, которые вычисляются на каждой итерации инверсии. Во-первых, для обеспечения стабильной сходимости предлагается ограничивать изменение каждого из параметров на одной итерации, а во-вторых, для геометрических параметров вводятся дополнительные ограничения так, чтобы не нарушалась морфология структурных частей геологической модели или априорные данные. Таким образом, коэффициенты γ_m на каждой итерации решения обратной задачи подбираются автоматически так, чтобы с одной стороны, получаемые параметры θ_m минимизировали функционал, а с другой стороны, удовлетворяли заданным ограничениям. Процедура адаптивной регуляризации описана в работе [19].

В пятой главе описана структура программного комплекса, предназначенного для трехмерной обработки данных различных технологий электроразведки и построения цифровых моделей нефтяных месторождений на основе решения прямых и обратных задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации, и программного комплекса, предназначенного для проектирования конструкций из современных, в том числе композитных материалов на основе решения связанных задач термоупругости. Помимо общей структуры программных комплексов в главе представлено описание основных взаимосвязей между модулями, особенностей их реализации и структур данных.

Для решения задач геоэлектромагнетизма и многофазной фильтрации были разработаны единые принципы представления и геометрической параметризации геологической модели для решения этих задач, а также общая вычислительная схема и алгоритм решения соответствующих обратных задач. Поэтому решение этих задач было реализовано в едином программном комплексе [39].

Программный комплекс включает в себя четыре основные составляющие: интерфейс пользователя, подсистема решения обратной задачи, клиент-серверная часть (управляющая программа), подсистемы решения прямых задач.

Графические интерфейсы для решения задач геофизики и нефтедобычи обладают определенной спецификой, зарегистрированы отдельно [42, 43] и обеспечивают взаимодействие с пользователем. Они включают в себя функции пре- и постпроцессора. Препроцессор позволяет в удобных для специалиста-геофизика/геолога терминах задавать модель изучаемой среды и указывать, какие физические и геометрические параметры этой модели являются искомыми для обратной задачи. Соответствующие данные препроцессор выгружает в виде файлов, которые идут на вход подсистемам решения прямых и обратных задач. Препроцессор также позволяет загружать и редактировать конфигурационные файлы, содержащие параметры для других подсистем программного комплекса. Постпроцессор, в свою очередь, позволяет загружать результаты решения прямых и обратных задач и отображать их в виде графиков значений измеряемых величин от времени или координаты, а также визуализировать стартовые и полученные геологические модели в разрезе, плане и в трехмерном виде.

Общая схема подсистемы решения обратной задачи и ее взаимодействие с другими частями программного комплекса представлена на рис. 2. Пунктирными линиями показаны основные блоки данных и их связь с модулями. Эта подсистема включает в себя модули перевода геологической модели в набор параметров и обратно, вычисление локальных ограничений на параметры, сборку СЛАУ на основе откликов от текущей геологической модели и чувствительностей, а также решение СЛАУ с адаптивным подбором параметров регуляризации.

Для расчета откликов от текущей геологической модели (текущего распределения параметров) и полей влияния параметров управление передается клиент-серверной части [44]. Она включает в себя два исполняемых модуля: модуль клиента, который подготавливает и отправляет данные (файлы) на удаленный вычислительный узел, и модуль сервера, который передает полученные от клиента данные подсистеме решения прямых задач и после окончания вычислений возвращает клиенту полученные результаты. После завершения всех подзадач управление вновь возвращается подсистеме решения обратной задачи.

Подсистема решения прямых задач реализует вычислительные схемы, представленные в главах 1 и 2, и включает в себя набор исполняемых программных модулей, позволяющих решать прямые задачи (выполнять 3D-моделирование) для различных технологий электроразведки и моделировать процесс многофазной фильтрации. На каждом вычислительном узле выполняется внутреннее распараллеливание в зависимости от типа прямой задачи. В качестве примера на рис. 3 приведена подсистема решения прямых задач для расчета геоэлектромагнитных полей во временной области.

Общая схема программного комплекса для решения трехмерных задач термоупругости в конструкциях со сложной 3D-геометрией и анизотропными свойствами представлена на рис. 4.

Этот комплекс включает в себя графический интерфейс (ПК-1) с подсистемами, модули генерации конечноэлементных СЛАУ для расчета напряженно-деформированного состояния и температурного поля (ПК-2 и ПК-3), модуль решения конечноэлементных СЛАУ (ПК-4), модуль определения концентраторов напряжений (ПК-5), модуль деформирования элементов конструкции при конечных деформациях (ПК-6) и модуль расчета источников напряжений при немеханических воздействиях (ПК-7). Основная вычислительная составляющая программного комплекса, реализующая генерацию конечноэлементных СЛАУ для расчета напряженно-деформированного состояния, в том числе при деформировании элементов конструкции при конечных деформациях с учетом источников напряжений при немеханических воздействиях зарегистрирована в ФИПС Роспатент [47]. Подсистемы NoCa и модуль MeNoCa, предназначенные для расчета обтекателей гиперзвуковых летательных аппаратов, зарегистрированы в виде отдельных программ [45, 46].

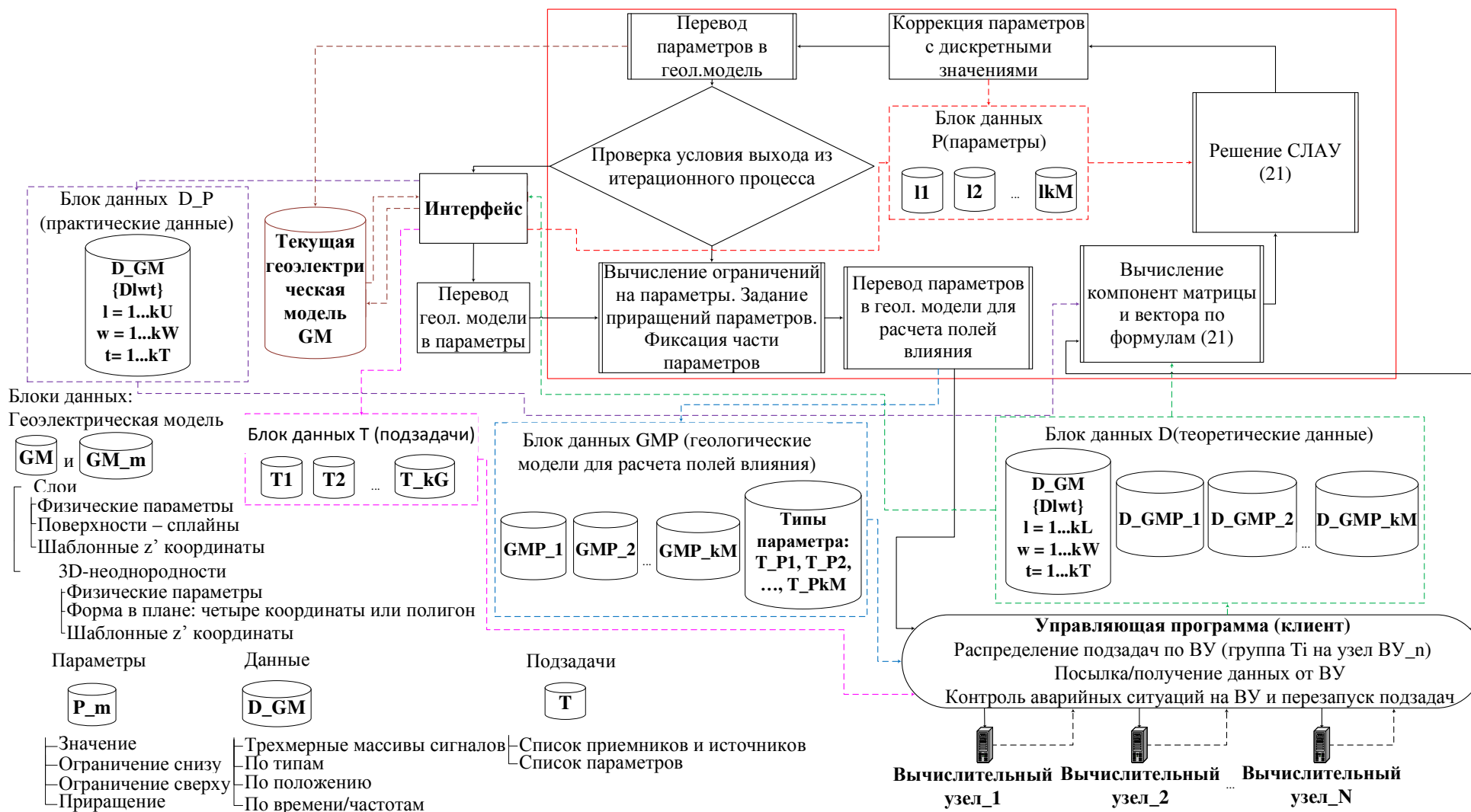


Рисунок 2 - Подсистема решения обратной задачи программного комплекса, предназначенного для трехмерной обработки данных различных технологий электроразведки и решения задач промышленной эксплуатации нефтяных месторождений

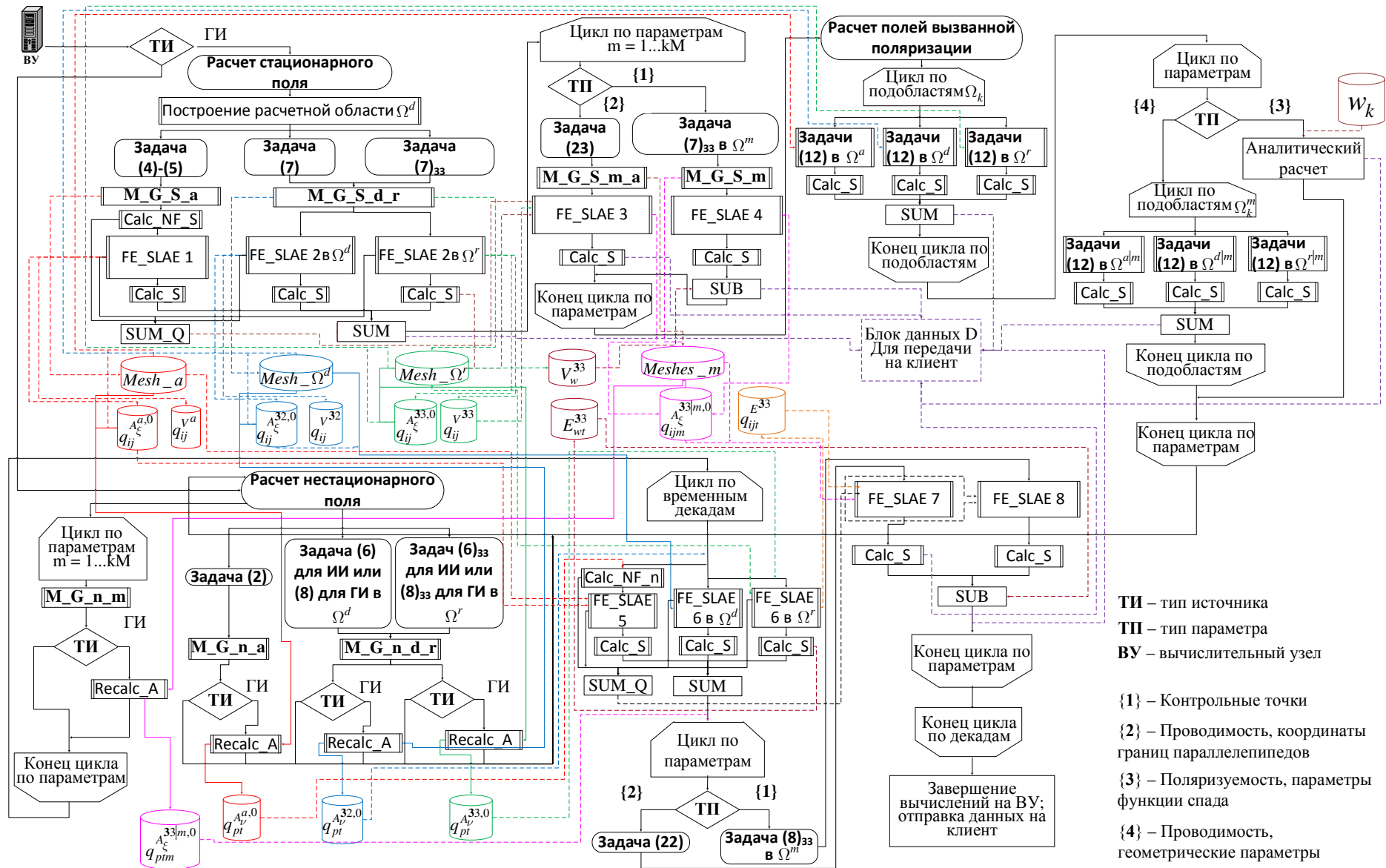


Рисунок 3 - Подсистема решения прямой задачи: расчет геоэлектromагнитных полей во временной области

поля с многоразносными зондированиями при картировании нефтяных коллекторов в Восточной и Западной Сибири, задачи наземной электроразведки методом ЭМЗ-ВП при поиске рудных месторождений в Казахстане, технологии, использующие большой гальванически заземленный источник и индукционный приемник, перемещаемый по площади с помощью БПЛА, а также задачи нефтедобычи.

Важно отметить, что во всех рассмотренных синтетических примерах отклики от целевых объектов были перекрыты характерными для соответствующей задачи откликами существенно неоднородной вмещающей среды, т.е. были рассмотрены наиболее сложные реалистичные ситуации. При этом было показано, что для успешного определения местоположения и свойств целевых объектов необходимо использовать различные методики в зависимости от решаемой задачи и технологии съемки.

На рис. 5-8 показаны результаты 3D-инверсии на полевых данных, полученных с использованием аэросистемы «Импульс-Аэро» (ООО ГП «Сибгеотех», г.Новосибирск) в районе одного из месторождений якутской кимберлитовой провинции. Инверсия проводилась в два этапа. На первом этапе восстанавливалось сопротивление и форма поверхностей перекрывающих слоев (рис. 5). На втором этапе 3D-инверсии в местах оставшихся невязок в третьем слое были заданы локальные блочные структуры с повышенной электрической проводимостью, у которых восстанавливались геометрические и физические параметры. Результаты второго этапа инверсии представлены на рис. 6-7, а сравнение практических данных с расчетными, полученными на первом и втором этапах инверсии, показано на рис. 8.

Из рисунков видно, что на втором этапе были восстановлены локальные 3D-неоднородности двух типов: неоднородности с относительно небольшой толщиной (обозначены как O1_R, O2_R, O3_R, O4_R) и вытянутые неоднородности (трубчатой формы), которые обозначены как Body1_R и Body2_R. Видно, что положение вытянутых объектов хорошо соответствует положению кимберлитовой трубки (рис. 6в).

На рис. 9-10 представлены расчетные и наблюдаемые данные добычи по скважинам одного из месторождений высоковязкой нефти республики Татарстан. Эксперимент проводился следующим образом. По 2/3 времени «жизни» месторождения (20 лет) была решена обратная задача (выполнена автоадаптация), в результате которой была построена гидродинамическая модель. На оставшиеся 10 лет делался прогноз. Из представленных результатов видно, что расчетные и наблюдаемые данные добычи очень хорошо соответствуют друг другу как в период автоадаптации, так и в прогнозный период.

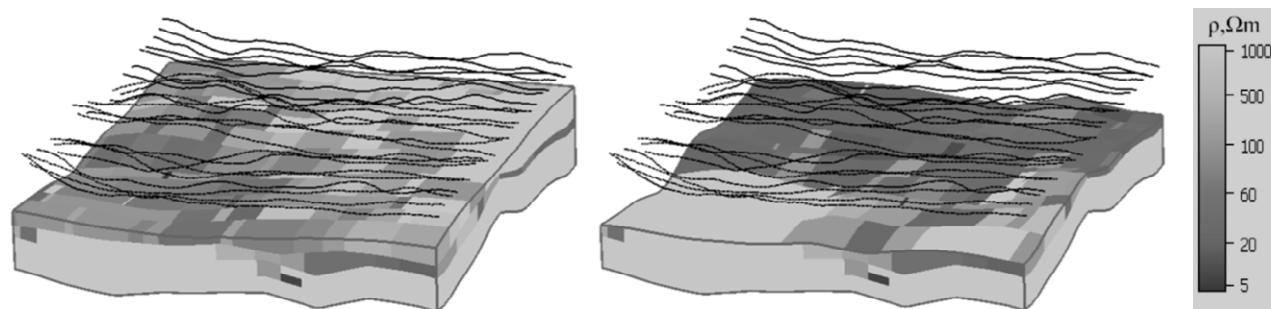


Рисунок 5 - Распределение ρ в верхних слоях, полученное на первом этапе 3D-инверсии

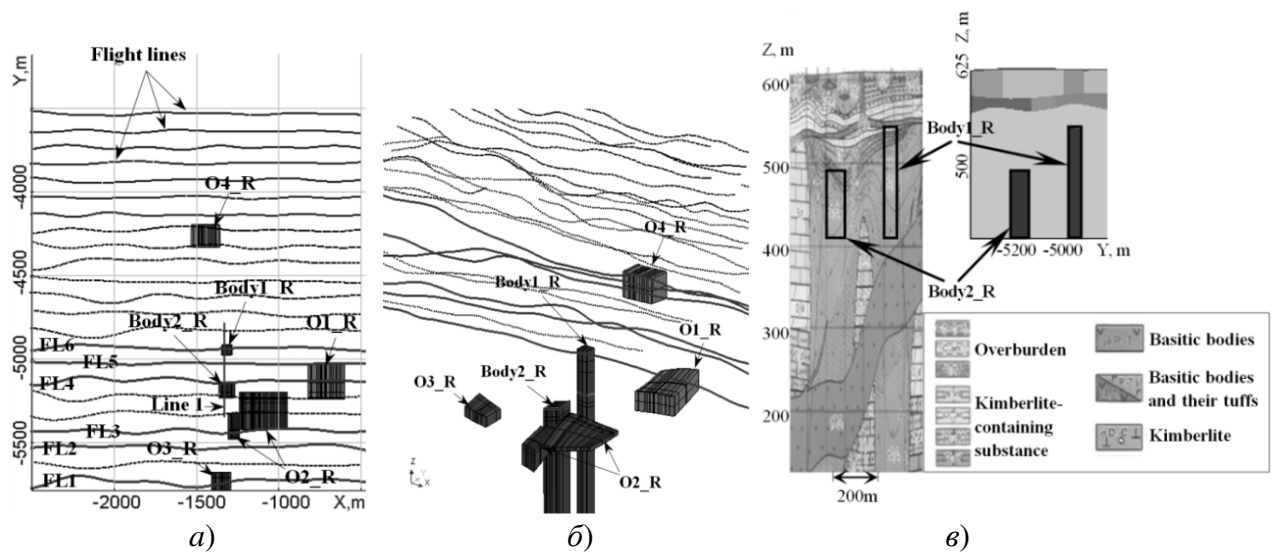


Рисунок 6 - Проводящие 3D неоднородности, полученные в результате второго этапа 3D-инверсии экспериментальных данных (а – вид сверху, б – трехмерный вид, в – в сравнении с геологическим разрезом)

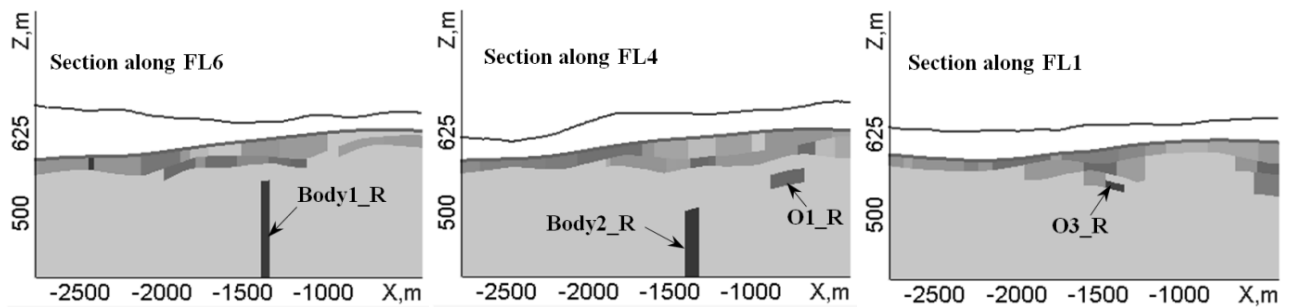


Рисунок 7 - Разрезы геоэлектрической модели, полученные в результате второго этапа 3D-инверсии экспериментальных данных вдоль некоторых полетных линий

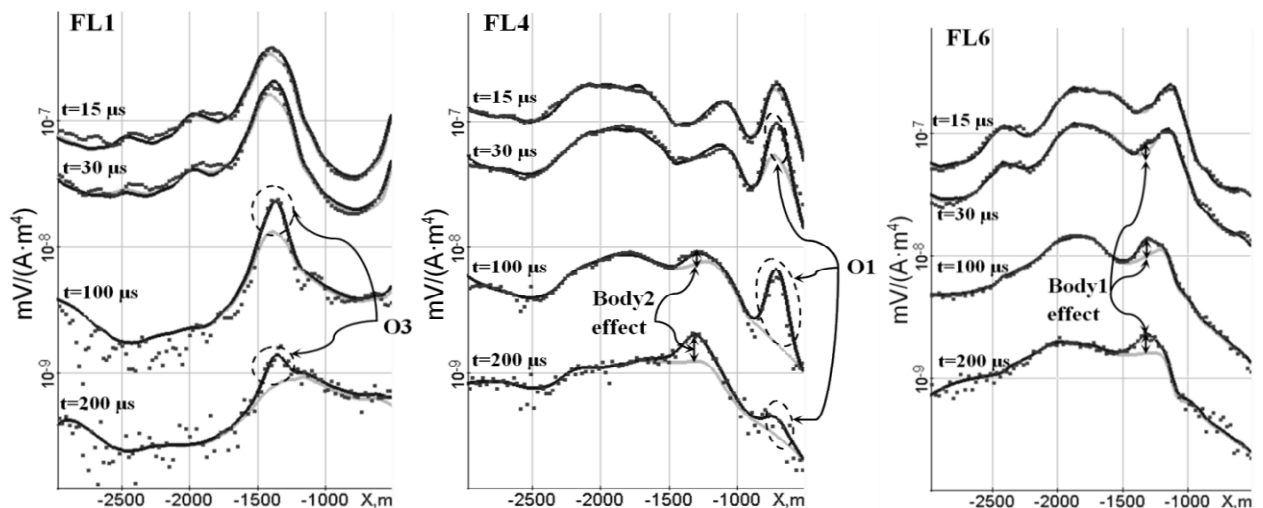


Рисунок 8 - Сигналы вдоль полетных линий после первого (темные сплошные линии) и второго (светлые сплошные линии) этапов 3D-инверсии в сравнении с экспериментальными данными (показаны точки)

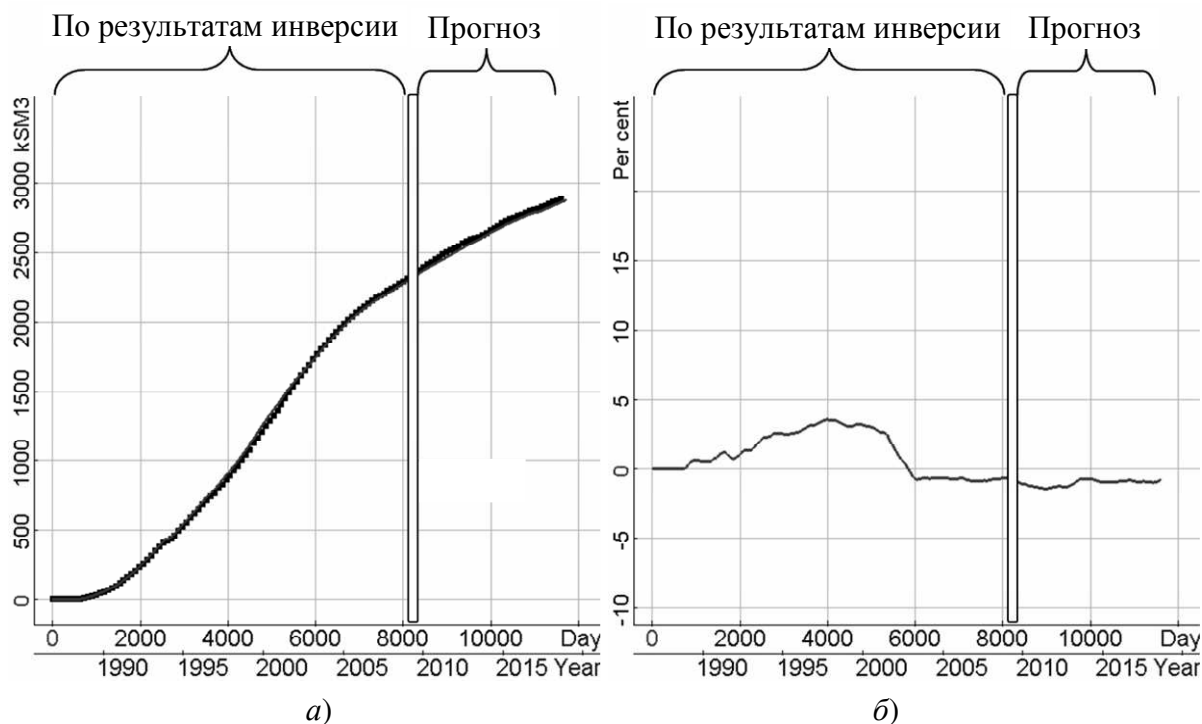


Рисунок 9 – Результаты автоадаптации (накопленная нефть): а) Наблюденная накопленная нефть (показана точками) в сравнении с расчетными данными (сплошная кривая), которые до 2009г. были получены в процессе автоадаптации, а с 2009г. по 2019г. – как прогноз; б) отклонения (в %) между наблюдаемыми и рассчитанными значениями накопленной нефти

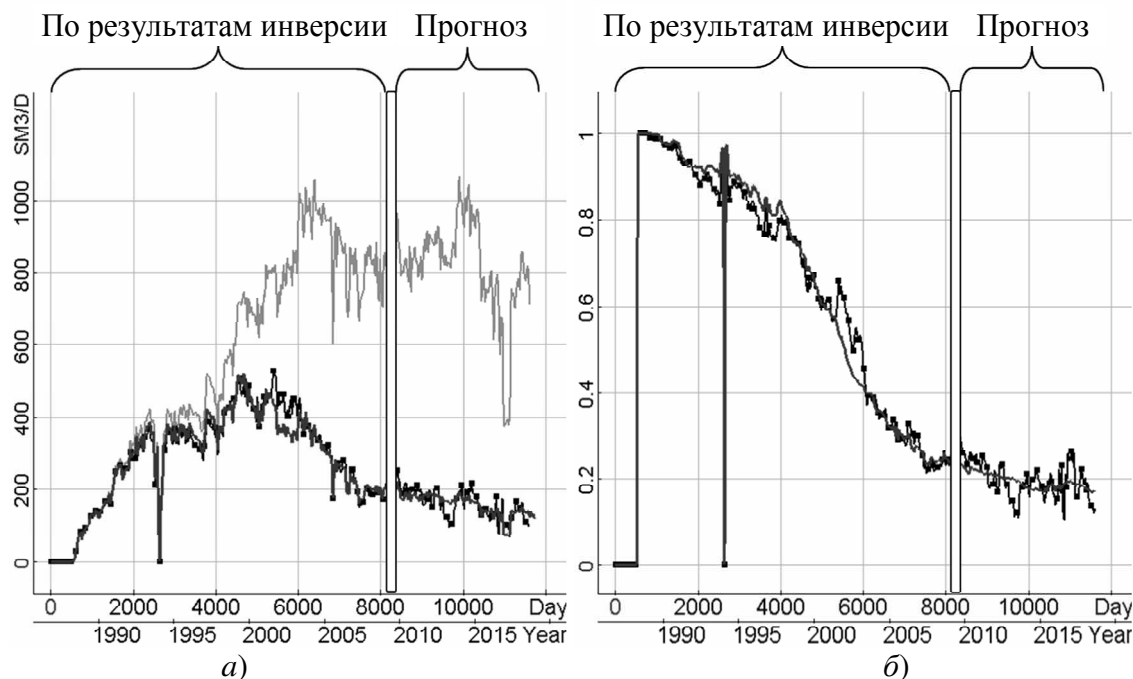


Рисунок 10 – Результаты автоадаптации (дебиты нефти и жидкости): а) графики наблюдаемого дебита нефти в сравнении с расчетными данными, которые до 2009 г. были получены в процессе автоадаптации, а после 2009 г. – как прогноз; б) отношения наблюдаемого и расчетного дебита нефти к дебиту жидкости; наблюдаемые данные показаны точками, расчетные данные показаны сплошными линиями (серым цветом показан график дебита жидкости)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем.

1. Разработаны математические модели для решения прямых задач электроразведки с рельефом, искривленными поверхностями слоев и 3D-объектов при использовании метода двойного выделения поля. Этот метод заключается в коррекции ошибки решения трехмерной задачи с помощью задачи, геометрически и топологически близкой к исходной и решаемой двумя способами: с помощью выделения поля источника в горизонтально-слоистой среде и тем же способом, что и основная задача. Математические модели, а также соответствующие им вариационные постановки и конечноэлементные аппроксимации на неконформных шестигранных сетках разработаны для временной и частотной областей для всех видов источников поля: искусственных индукционных и гальванических (заземленных) источников с учетом эффектов вызванной поляризации, естественного источника (задачи МТЗ). Численные эксперименты, проведенные для задач с различными источниками и режимами возбуждения электромагнитного поля, показали, что предложенный метод двойного выделения позволяет повысить вычислительную эффективность решения прямых задач с существенно искривленными границами слоев более чем на порядок по сравнению с решением задачи «напрямую» с заданием источника в расчетной области.

2. Предложена математическая модель и вычислительная схема расчета электромагнитного поля с учетом индукционной вызванной поляризации во временной области. Исследования вычислительной эффективности показали, что предложенная схема примерно в 3.5 раза быстрее, чем оптимизированная вычислительная схема в частотной области, и примерно в 6 раз быстрее, чем схема во временной области, представленная в работе других авторов. При этом корректность предложенной схемы во временной области подтверждена сравнением с результатами других авторов и сравнением с результатами, полученными при использовании вычислительной схемы в частотной области для трехмерных моделей с объектами сложной формы и рельефом дневной поверхности.

3. Предложен метод учета анизотропии физических свойств при решении задач геоэлектромагнетизма, термоупругости и многофазной фильтрации и разработаны соответствующие вычислительные схемы на основе метода конечных элементов на нерегулярных трехмерных сетках с шестигранными ячейками, позволяющие удобно и экономично описывать изогнутые внешние и внутренние границы расчетных областей. Метод основан на задании полного тензора анизотропии отдельных материалов в локальной системе координат с последующим переводом в глобальную. Это позволяет легко задавать анизотропные свойства материалов при моделировании сред и конструкций сложной формы с криволинейными поверхностями и не использовать различные процедуры гомогенизации.

4. Разработан алгоритм поиска и устранения неявных «перехлестов» при построении матрицы перехода от неконформного конечноэлементного базиса к

конформному при использовании неконформных шестигранных сеток. Это необходимо для построения согласованных (принадлежащих соответствующим гильбертовым пространствам \mathbf{H}^1 или \mathbf{H}^{rot}) базисных функций на неконформных сетках в сложных областях, с множеством разномасштабных трехмерных объектов произвольной формы.

5. Разработаны вычислительные схемы решения трехмерных обратных задач электроразведки и многофазной фильтрации, основанные на методе Гаусса-Ньютона, адаптивной регуляризации и использовании геометрических параметров при параметризации геологической среды. Разработаны общие способы представления геологических моделей с наборами соответствующих геометрических параметров, система локальных ограничений и алгоритм адаптивной регуляризации, обеспечивающий их выполнение при минимизации целевого функционала. Все это позволило обеспечить устойчивую (достаточно монотонную и быструю) сходимость нелинейного процесса, а также «физичность» определяемых свойств геологической среды и исключить пересечения (и самопересечения) границ восстанавливаемых объектов.

6. Разработаны вычислительные схемы решения прямых трехмерных задач для устойчивого расчета производных поля по искомым физическим и геометрическим параметрам обратной задачи. Вычислительные схемы зависят от типа параметра и обеспечивают высокую точность расчета производных при невысоких вычислительных затратах либо за счет использования специальной постановки задачи на выделение поля влияния параметра, либо за счет использования одинаковых или топологически подобных сеток при расчете полей для параметров с приращениями.

7. Разработанные методы решения связанных задач термоупругости реализованы в программном комплексе, который применялся для моделирования конструкций обтекателей гиперзвуковых летательных аппаратов с композитными стенками. Показана возможность применения разработанных вычислительных схем для исследования различных последовательностей укладки композитных материалов при экстремальных нагрузках. Программный комплекс и его подсистемы зарегистрированы в ФИПС Роспатент [45-47].

8. Разработанные методы решения трехмерных прямых и обратных задач электроразведки и нефтедобычи реализованы в программном комплексе, который функционирует в распределенной вычислительной системе. Подсистемы программного комплекса зарегистрированы в ФИПС Роспатент [39-44]. Программный комплекс применялся для обработки практических данных аэро-, наземной и морской электроразведки, выполненной на площадях Восточной и Западной Сибири, Казахстане и Северном море, а также для обработки данных со скважин нефтяных месторождений республики Татарстан. Результаты исследований на практических данных электроразведки подтверждены соответствующими данными бурения и хорошим совпадением практических и расчетных данных, а для задач нефтедобычи – совпадением прогнозов, построенных на основе полученных в результате решения обратных задач цифровых моделей, с реальными данными добычи со скважин месторождения.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в ведущих рецензируемых научных изданиях для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук (в журналах из перечня ВАК):

1. Структура и особенности программного комплекса для геофизических геометрических 3D-инверсий / **Д.В. Вагин** // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – Т. 82, № 2. – С. 35–46.
2. О параметризации геоэлектрической модели в задачах аэроэлектроразведки в средах с рельефом и слоями переменной толщины / Д.С. Киселев, Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина, **Д.В. Вагин**, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2018. – № 4 (41). – С. 77–92.
3. Исследование эквивалентности влияний переменной толщины и проводимости при трёхмерной обработке данных аэроэлектроразведки в сложных средах / Н.В. Кондратьев, Д.С. Киселев, **Д.В. Вагин**, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик // Научный вестник НГТУ. – 2018. – № 4 (73). – С. 59–78.
4. Применение неконформных сеток с шестигранными ячейками для 3D-моделирования технологий аэроэлектроразведки / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, **Д.В. Вагин**, Д.С. Киселев, Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина, О.С. Трубачева // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2018. – № 1 (38). – С. 64–79.
5. Компьютерное моделирование гидроударных систем для исполнительных органов горных и строительных машин / Л.В. Городилов, **Д.В. Вагин** // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2017. – № S23. – С. 149–157.
6. Development of the procedure, algorithm and program to select basic parameters of hydraulic percussion systems / L.V. Gorodilov, **D.V. Vagin**, T.B. Rasputina // Journal of Mining Science. – 2017. – Vol. 53, iss. 5. – P. 855–860.
7. Математический аппарат и программное обеспечение конечноэлементного 3D-моделирования для сопровождения электромагнитных методов инженерной геофизики / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, **Д.В. Вагин**, П.А. Домников, О.С. Трубачева // Инженерные изыскания. – 2015. – № 10-11. – С. 54–59.
8. Методы и алгоритмы конечноэлементного моделирования геоэлектромагнитных полей от произвольно ориентированных катушек / Персова М.Г., Ю.Г. Соловейчик, **Д.В. Вагин**, П.А. Домников, Ю.И. Кошкина // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 1 (22). – С. 123–134.
9. Selection procedure for hydraulic impact system parameters / L.V. Gorodilov, **D.V. Vagin**, O. A. Pashina // Journal of Mining Science. – 2014. – Vol. 50. – Iss. 1. – P. 87-93.
10. Связь кажущегося и истинного зарядов частичных разрядов / А.Г. Овсянников, С. М. Коробейников, **Д. В. Вагин** // Электричество. – 2014. – № 8. – С. 37А–43.
11. Исследование возможностей технологий морской электроразведки с

- использованием геоэлектромагнитных полей / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, **Д.В. Вагин**, Ю.И. Кошкина // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2013. – № 1. – С. 109–118.
12. Метод расчёта нестационарного электромагнитного поля над изолированной короткозамкнутой петлей в проводящей среде / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович, **Д.В. Вагин**, П.А. Домников // Геофизика. – 2013. – № 4. – С. 10–15.
- Работы, опубликованные в журналах, индексируемых в международной информационно-аналитической системе научного цитирования Web of Science и Scopus:**
13. A method of FE modeling multiphase compressible flow in hydrocarbon reservoirs / Y.G. Soloveichik, M.G. Persova, A.M. Grif, A.S. Ovchinnikova, I.I. Patrushev, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2022. – Vol. 390. – Art. 114468. doi: 10.1016/j.cma.2021.114468.
14. 3D Modeling of time-domain AEM fields with IP effect in complex media with topography / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, D.V. Vagin, A.P. Sivenkova, A.S. Kiseleva, D.S. Kiselev, M.G. Tokareva // Journal of Environmental and Engineering Geophysics. – 2022. – Vol. 27 (1). – P. 23–32. – DOI: <https://doi.org/10.32389/JEEG21-027>.
15. Geometric 3-D inversion of airborne time-domain electromagnetic data with applications to kimberlite pipes prospecting in a complex medium / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, G.M. Trigubovich, **D.V. Vagin**, A.M. Grif, D.S. Kiselev, A.P. Sivenkova // Journal of Applied Geophysics. – 2022. – Vol. 200. – Art. 104611. doi: 10.1016/j.jappgeo.2022.104611.
16. Improving the computational efficiency of solving multisource 3-D airborne electromagnetic problems in complex geological media / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, A.P. Sivenkova, A.M. Grif // Computational Geosciences. – 2021. – Vol. 25, iss. 6. – P. 1957–1981. doi: 10.1007/s10596-021-10095-6.
17. The design of high-viscosity oil reservoir model based on the inverse problem solution / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, A.M. Grif, D.S. Kiselev, I.I. Patrushev, A.V. Nasybullin, B.G. Ganiev // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2021. – Vol. 199. – Art. 108245. doi: 10.1016/j.petrol.2020.108245.
18. Determining the gas diffusion coefficients in dielectric liquids by the bubble dissolution detecting method / S.M. Korobeynikov, A.V. Ridel, **D.V. Vagin** // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. – 2021. – Vol. 9, iss. 19. – P. 31–42. doi: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2021036733.
19. Three-dimensional inversion of airborne data with applications for detecting elongated subvertical bodies overlapped by an inhomogeneous conductive layer with topography / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, A.M. Grif, Y.I. Koshkina, A.P. Sivenkova // Geophysical Prospecting. – 2020. – Vol. 68, iss. 7. – P. 2217–2253. doi: 10.1111/1365-2478.12979.
20. Finite element solution to 3-D airborne time-domain electromagnetic problems in complex geological media using non-conforming hexahedral meshes / M.G.

- Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, Y.I. Koshkina // Journal of Applied Geophysics. – 2020. – Vol. 172. – Art. 103911. doi: 10.1016/j.jappgeo.2019.103911.
21. Finite-element solution to multidimensional multisource electromagnetic problems in the frequency domain using non-conforming meshes / Y.G. Soloveichik, M.G. Persova, P.A. Domnikov, Y.I. Koshkina, **D.V. Vagin** // Geophysical Journal International. – 2018. – Vol. 212, iss. 3. – P. 2159–2193. doi: 10.1093/gji/ggx530.
22. Modeling of aerodynamic heat flux and thermoelastic behavior of nose caps of hypersonic vehicles / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, V.K. Belov, D.S. Kiselev, **D.V. Vagin**, P.A. Domnikov, I.I. Patrushev, D.N. Kurskiy // Acta Astronautica. – 2017. – Vol. 136. – P. 312–331. doi: 10.1016/j.actaastro.2017.02.021.
23. Simulation of apparent and true charges of partial discharges / A.G. Ovsyannikov, S.M. Korobeynikov, **D.V. Vagin** // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. – 2017. – Vol. 24, iss. 6. – P. 3687-3693. doi: 10.1109/TDEI.2017.006635.
24. 3D modeling of thermo-mechanical behavior of composite-made nose caps of hypersonic vehicles / Y.G. Soloveichik, M.G. Persova, **D.V. Vagin**, T.B. Epanchintseva, P.A. Domnikov, K.V. Dundukova, V.K. Belov // Applied Thermal Engineering. – 2016. – Vol. 99. – P. 1152–1164. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2016.01.159.
25. Electromagnetic field analysis in the marine CSEM detection of homogeneous and inhomogeneous hydrocarbon 3D reservoirs / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, P.A. Domnikov, **D.V. Vagin**, Y.I. Koshkina // Journal of Applied Geophysics. – 2015. – Vol. 119. – P. 147–155. – doi: 10.1016/j.jappgeo.2015.05.019.
26. Transient electromagnetic modelling of an isolated wire loop over a conductive medium / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, G.M. Trigubovich, **D.V. Vagin**, P.A. Domnikov // Geophysical Prospecting. – 2014. – Vol. 62, iss. 5. – P. 1193-1201. – doi: 10.1111/1365-2478.12122.
- Работы, опубликованные в других изданиях:**
27. Improving the computational efficiency of 3-D modeling of induced polarization in airborne time-domain electromagnetic problems / M.G. Persova, Yu.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, A.S. Kiseleva, A.P. Sivenkova, E.I. Simon // Conference Proceedings, Engineering and Mining Geophysics 2021, Apr 2021, EAGE. – 2021. – Vol. 2021. – P. 1–9 <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202152081>.
28. The approaches to geometric EM 3-D inversion with consideration for IP effect in survey with electric lines / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, O.S. Trubacheva, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, A.P. Sivenkova, Y.I. Koshkina // Conference Proceedings, GeoBaikal 2020, Oct 2020, EAGE. – 2020. – Vol. 2020. – P. 1–6. doi: 10.3997/2214-4609.202052022.
29. Oil production optimization based on the finite-element simulation of the multi-phase flow in porous media and inverse problem solution. / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, A.M. Grif, I.I. Patrushev, A.S. Ovchinnikova // Conference Proceedings, GeoBaikal 2020, Oct 2020, EAGE. – 2020. – Vol. 2020. – P. 1–6. doi: 10.3997/2214-4609.202052021.

30. The induced polarization effect in airborne EM prospecting of ore deposits in the Ural region / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, A.P. Sivenkova, E.I. Simon, M.G. Tokareva // Conference Proceedings, Engineering and Mining Geophysics 2020, Sep 2020, EAGE. – 2020. – Vol. 2020. – P. 1–6. doi: 10.3997/2214-4609.202051105.
31. An approach to the geometric 3D inversion of airborne EM data for detection and geometrization of local targets overlapped by laterally inhomogeneous layers / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, A.P. Sivenkova, Y.I. Koshkina // Conference Proceedings, Engineering and Mining Geophysics 2020, Sep 2020, EAGE. – 2020. – Vol. 2020. – P. 1–8. doi: 10.3997/2214-4609.202051090.
32. Multidimensional processing of the airborne EM data in the complex media / M.G. Persova, Yu.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, P.A. Domnikov, D.S. Kiselev, Yu.I. Koshkina, E.I. Simon // Conference Proceedings, Engineering and Mining Geophysics 2018, Apr 2018, EAGE. – 2018. – Vol. 2018. – P. 1–10. doi: 10.3997/2214-4609.201800541.
33. The topography effect on the airborne EM data / M.G. Persova, Yu.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, Yu.I. Koshkina, I.I. Patrushev, E.I. Simon // Conference Proceedings, Saint Petersburg 2018, Apr 2018, EAGE. – 2018. – Vol. 2018. – P. 1–6. doi: 10.3997/2214-4609.201800314.
34. Software of 3D modeling and 3D inversion for marine electrical prospecting / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, D.S. Kiselev, Y.I. Koshkina, P.A. Domnikov, M.G. Tokareva // Conference Proceedings, Engineering and Mining Geophysics 2018, Apr 2018, EAGE. – 2018. – Vol. 2018. – P. 1–9. doi: 10.3997/2214-4609.201800549.
35. Geometrical nonlinear 3D inversion of airborne time domain em data / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, Y.I. Koshkina, **D.V. Vagin**, O.S. Trubacheva // 1st Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining, Near Surface Geoscience 2016, EAGE. – 2016. – P. 1–5. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201602114>.
36. Approach to multidimensional geometric inversion of data obtained by multi-spacing TEM soundings / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, Y.I. Koshkina // Conference Proceedings, GeoBaikal 2016, Aug 2016, EAGE. – 2016. – Vol. 2016. – P. 1–6. doi: 10.3997/2214-4609.201601697.
37. Numerical scheme for modelling the electromagnetic field in airborne electromagnetic survey taking into account follow currents in transmitter loop / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **D.V. Vagin**, Y.I. Koshkina, E.I. Simon // 2018 XIV International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). – 2018. – P. 216–221. doi: 10.1109/APEIE.2018.8546324.
38. Finite element modeling of three-dimensional geoelectromagnetic fields excited by arbitrarily oriented induction source / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, P.A. Domnikov, D.V. Vagin // 2014 12th International Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). – 2014. – P. 598–602. doi: 10.1109/APEIE.2014.7040756.

Программы для ЭВМ, зарегистрированные в ФИПС (Роспатент):

39. Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., **Вагин Д.В.**, Гриф А.М., Киселев Д.С., Кошкина Ю.И., Патрушев И.И., Сивенкова А.П., Симон Е.И., Токарева М.Г. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019662177 от 18.09.2019.
40. HDROM (HydroDynamic in Porous Media) / Соловейчик Ю.Г., Персова М.Г., **Вагин Д.В.**, Гриф А.М., Патрушев И.И., Овчинникова А.С. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018665401 от 04.12.2018.
41. HDROM 2.0 (HydroDynamic in Porous Media) / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Овчинникова А.С., **Вагин Д.В.**, Патрушев И.И., Гриф А.М., Карасенко И.И., Гумалевский Р.В. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021661751 от 15.07.2021.
42. Интерфейсная часть информационно-программной системы 3D-обработки данных геологоразведки / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., **Вагин Д.В.**, Киселев Д.С., Кондратьев Н.В., Кошкина Ю.И. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018661744 от 14.09.2018.
43. Программный комплекс для гидродинамического моделирования FlowER / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Овчинникова А.С., Патрушев И.И., **Вагин Д.В.**, Гумалевский Р.В., Орехов Е.В., Карасенко И.И., Насыбулин А.В., Гриф А.М., Киселев Д.С. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019665615 от 26.11.2019.
44. Управляющая программа для распараллеливания вычислений при многомерной обработке аэрогеофизических данных / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., **Вагин Д.В.**, Киселев Д.С., Кондратьев Н.В. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018661743 от 14.09.2018.
45. NoCa / Соловейчик Ю.Г., Персова М.Г., **Вагин Д.В.**, Абрамов М.В., Домников П.А., Кошкина Ю.И. Епанчинцева Т.Б. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015660157 от 23.09.2015.
46. MeNoCa / Соловейчик Ю.Г., Персова М.Г., **Вагин Д.В.**, Дундукова К.В., Абрамов М.В., Епанчинцева Т.Б., Кошкина Ю.И. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015661962 от 13.11.2015.
47. Модуль генерации конечноэлементных систем линейных алгебраических уравнений, предназначенный для расчета напряженно-деформированного состояния / Соловейчик Ю.Г., Персова М.Г., **Вагин Д.В.**, Киселев Д.С., Патрушев И.И., Кошкина Ю.И. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016662863 от 24.11.2016.

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, тел./факс (383) 346-08-57
Формат 60x84 1/16. Объем 2.5 п.л., Тираж 120 экз.
Заказ № 1071. Подписано в печать 30.05.2022 г.