

На правах рукописи



Филиппова Елена Владимировна

**АКТИВНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ
СТОХАСТИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫХ
СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ**

Специальность 05.13.17 – «Теоретические основы информатики»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет»

- Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Чубич Владимир Михайлович
- Официальные оппоненты: Ломов Андрей Александрович,
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт математики
им. С.Л. Соболева СО РАН, лаборатория
дифференциальных и разностных уравнений,
старший научный сотрудник;
- Спивак Семен Израилевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Башкирский государственный университет»,
заведующий кафедрой математического
моделирования
- Ведущая организация: Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования «Сибирский
федеральный университет»

Защита диссертации состоится «12» февраля 2015 г. в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте <http://www.nstu.ru>.

Автореферат разослан « » декабря 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

 Чубич Владимир Михайлович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Разработка информационных технологий идентификации сложных динамических систем стохастической природы является одним из перспективных развивающихся научных направлений. При этом особое внимание исследователей сосредоточено на разработке методов, наиболее полно учитывающих специфику объектов исследований.

Проблема идентификации является одной из основных проблем в теории и практике автоматического управления. Наличие работоспособной математической модели позволяет эффективно решать задачи расчета и проектирования управляющих и навигационных систем, построения прогнозирующих моделей (например, в экономике и бизнес-процессах), конструирования следящих и измерительных систем.

Актуальность темы исследования обусловлена использованием широкого круга сложных систем на практике, описываемых стохастическими нелинейными моделями (системы управления подвижными объектами — летательными аппаратами различных классов и различного назначения), в том числе содержащими существенные нелинейности. Анализ специальных программных продуктов идентификации выявил отсутствие программного обеспечения, позволяющего проводить активную параметрическую идентификацию стохастических систем (в том числе нелинейных) в пространстве состояний. В связи с этим актуальным является создание соответствующих программных пакетов. Кроме того, технологии создания информационных, управляющих, навигационных систем относятся к приоритетным направлениям, входящих в Перечень критических технологий, принятым правительством в 2011 году.

На практике применяются два подхода к решению задачи параметрической идентификации. Первоначально построение динамических моделей развивалось в рамках пассивного подхода, при котором используются реально действующие в системе сигналы. В настоящее время большую популярность как в нашей стране, так и за ее пределами, завоевывают методы активной идентификации, предполагающие применение специальных тестирующих сигналов. Например, в методе конечно-частотной идентификации, развиваемом А.Г. Александровым и Ю.Ф. Орловым, испытательный сигнал представляет собой суммы гармоник, число которых не превышает размерности пространства состояний.

Применение методов теории оптимального эксперимента при параметрической идентификации стохастических динамических систем способствует повышению качества результатов за счет более полного учета свойств динамического объекта и процедур сбора данных. Не смотря на существенный прогресс в этой области, многие вопросы активной параметрической идентификации стохастических динамических систем на основе планирования эксперимента по-прежнему остаются открытыми.

Степень разработанности проблемы. Наиболее развиты в теоретическом и прикладном отношении вопросы активной параметрической идентификации для линейных стационарных и нелинейных непрерывно-дискретных систем с детерминированными уравнениями состояний. В этом направлении, в частности, можно отметить работы таких отечественных и зарубежных специалистов как А.Ж. Абденов, Ю.П. Адлер, В.Г. Горский, В.И. Денисов, В.Н. Овчаренко, А.А. Попов, В.М. Стасышин, В.М. Чубич, а также К. Жобертье, Л. Льюнг, Р. Мехра, Э. Морелли. Для непрерывно-дискретных систем со стохастическими уравнениями состояний и измерений, более широко применяемых на практике, многие вопросы остаются открытыми.

На момент написания диссертационной работы для стохастических линейных и нелинейных непрерывно-дискретных систем, описываемых моделями в пространстве состояний во временной области, были получены выражения для элементов информационной матрицы одноточечного плана, сформулированы и доказаны основополагающие теоремы и предложены алгоритмы планирования оптимальных входных сигналов. В данной диссертационной работе предпринята попытка распространить концепцию активной идентификации на многомерные стохастические нелинейные непрерывно-дискретные системы, описываемые нестационарными моделями в пространстве состояний, содержащих, в том числе и существенные нелинейности. Рассмотрен случай, когда неизвестные параметры входят в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы шумов системы и измерений в различных комбинациях.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является развитие теоретических и методологических аспектов активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов и разработка соответствующего программного обеспечения.

Для достижения поставленной цели должны быть решены следующие задачи:

1. Разработка процедур оценивания неизвестных параметров математических моделей методом максимального правдоподобия с возможностью вычисления градиентов по рекуррентным аналитическим формулам.
2. Разработка процедур синтеза оптимальных входных сигналов с возможностью вычисления соответствующих градиентов по рекуррентным аналитическим формулам.
3. Разработка программного обеспечения активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем, снабженного пользовательским интерфейсом.

Предметом исследования является проблема активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов.

Методологическая база исследования. Для проведения диссертационного исследования использовались методы теории планирования эксперимента, математической статистики, теории случайных процессов, вычислительной математики, теории управления и линейной алгебры, нелинейного программирования.

Научная новизна результатов исследования. Впервые рассмотрены теоретические и прикладные аспекты задачи активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем, содержащих в том числе и существенные нелинейности, в пространстве состояний для случая, когда неизвестные параметры входят в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы шумов системы и измерений в различных комбинациях. При этом получены следующие новые результаты, которые **выносятся на защиту**:

1. Разработаны алгоритмы и программы вычисления критериев максимального правдоподобия и их градиентов для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате применения временной и статистической линеаризации.

2. Впервые получены аналитические выражения для производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате применения временной и статистической линеаризации, разработаны и программно реализованы алгоритмы их вычисления.

3. Предложена технология активного построения математических моделей для стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов.

4. Разработанное на основе предложенных алгоритмов программное обеспечение вошло составной частью в не имеющие аналогов программный комплекс ПК-II активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно - дискретных систем и программную систему APIS 1.0 активной параметрической идентификации стохастических динамических систем.

5. Проведены численные исследования эффективности и целесообразности применения концепции активной идентификации при построении моделей стохастических непрерывно-дискретных систем, содержащих, в том числе и существенные нелинейности.

Все научные результаты, выносимые на защиту, получены автором лично. Исключение составляют алгоритмы вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате временной линеаризации, разработанные совместно с д.т.н., доцентом В.М. Чубичем.

Практическая ценность и реализация результатов исследования. Программные комплексы ПК-II и APIS 1.0, разработанные в рамках диссертационной работы, апробированы в ОАО «ФНПЦ «Алтай» г. Бийск при оценива-

нии параметров математических моделей, описывающих внутрикамерные процессы при огневых стендовых испытаниях энергетических установок, что подтверждается актом о внедрении.

Результаты диссертационного исследования нашли практическое применение в ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет» в учебных процессах на факультете прикладной математики и информатики и на факультете автоматике, что подтверждается справками о внедрении.

Разработанные процедуры и алгоритмы реализованы в программном комплексе активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем (ПК-II) (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011612718. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2011), в интерактивной программной системе активной параметрической идентификации стохастических динамических систем (APIS 1.0) (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012617399. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2012). Разработанная программная система может использоваться для решения задачи активной идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем во временной области. Отдельные программные модули могут быть использованы для решения задач параметрической идентификации и синтеза А – и D – оптимальных входных сигналов.

Проведение диссертационных исследований было поддержано грантами Федерального агентства по образованию (государственный контракт от «18» ноября 2009 г. № П2365, научный руководитель Чубич В.М.) и Министерства образования и науки Российской Федерации (государственный контракт от «05» октября 2010 г. № 14.740.11.0587, научный руководитель Чубич В.М.) в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.»

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует п.5 области исследований «Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях, разработка и исследование методов и алгоритмов анализа текста, устной речи и изображений» паспорта специальности научных работников 05.13.17 – «Теоретические основы информатики» по техническим наукам.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих международных и всероссийских конференциях: II Ежегодная всероссийская научно-практическая конференция «Перспективы развития информационных технологий» (Россия, Новосибирск, 2010); X Международная конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (Россия, Новосибирск, 2010); Российская научно-техническая конференция «Обработка информационных сигналов и математическое моделирование» (Россия, Новосибирск, 2012); XI

Международная конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (Россия, Новосибирск, 2012); XXIV Международная заочная научно-практическая конференция «Технические науки - от теории к практике» (Россия, Новосибирск, 2013); XII Всероссийское совещание по проблемам управления (Россия, Москва, 2014).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 17 печатных работ, в том числе: 6 статей в ведущих научных журналах, входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ; 3 статьи в сборнике научных трудов; 6 публикаций в материалах Международных и Российских конференций; 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников из 113 наименований и приложения. Общий объем работы составляет 151 страниц, включая 147 страниц основного текста, 29 рисунков и 5 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, определены научная новизна и практическая ценность работы, дано краткое содержание работы по разделам.

В первом разделе представлена проблема активной параметрической идентификации стохастических динамических систем при предварительно выбранной модельной структуре, ставятся цели и задачи диссертационного исследования.

В подразделе 1.1 изложены теоретические аспекты активной параметрической идентификации. Процедура активной идентификации [4-8,15] при предварительно выбранной модельной структуре предполагает выполнение следующих основных этапов:

1. Оценивание неизвестных параметров, входящих в модель, по данным измерений, соответствующим определенному пробному сигналу;
2. Синтез на основе полученных оценок оптимального по некоторому выбранному критерию сигнала (планирование эксперимента);
3. Пересчет оценок неизвестных параметров по данным измерений, соответствующим синтезированному сигналу.

Выполнен краткий аналитический обзор методов решения оптимизационных задач при оценивании неизвестных параметров математической модели и планировании входных сигналов, осуществлен мотивированный выбор используемого метода последовательного квадратичного программирования.

В подразделе 1.2 проведен анализ современного состояния проблемы активной параметрической идентификации непрерывно-дискретных систем на основе планирования эксперимента.

Структурно - вероятностное описание используемых в диссертационной работе моделей содержится в подразделе 1.3. В предположении, что структура

математической модели исследуемой системы задана, рассматривается управляемая, наблюдаемая, идентифицируемая модель динамической системы вида:

$$\frac{d}{dt}x(t) = f[x(t), u(t), t] + \Gamma(t)w(t), t \in [t_0, t_N]; \quad (1)$$

$$y(t_{k+1}) = h[x(t_{k+1}), t_{k+1}] + v(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2)$$

где $x(t)$ – n - вектор состояния; $u(t)$ – детерминированный r – вектор управления (входа); $w(t)$ – p - вектор шума системы (возмущения); $y(t_{k+1})$ – m -вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m - вектор шума (ошибки) измерения.

Будем считать, что

- $\{w(t), t \in [t_0, t_N]\}$ и $\{v(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1\}$ образуют стационарные белые гауссовские шумы, для которых

$$E[w(t)] = 0, \quad E[w(t)w^T(\tau)] = Q\delta(t - \tau);$$

$$E[v(t_{k+1})] = 0, \quad E[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})] = R\delta_{ki};$$

$$E[v(t_{k+1})w^T(\tau)] = 0, k, i = 0, 1, \dots, N-1, \tau \in [t_0, t_N]$$

(здесь и далее $E[\cdot]$ - оператор математического ожидания, $\delta(t - \tau)$ - дельта-функция Дирака, δ_{ki} - символ Кронекера);

- начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$E[x(t_0)] = \bar{x}(t_0), \quad E\left\{\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]^T\right\} = P(t_0)$$

и не коррелирует с $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ при любых значениях переменной k ;

- неизвестные параметры сведены в вектор $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s)$, включающий в себя элементы вектор - функций $f[x(t), u(t), t]$, $h[x(t_{k+1}), t_{k+1}]$, матриц $\Gamma(t)$, Q , R , $P(t_0)$ и вектора $\bar{x}(t_0)$ в различных комбинациях.

В подразделе 1.4 определяется цель, и ставятся задачи исследования, достижение которых предполагает разработку, программную реализацию и исследование эффективности процедуры активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем, содержащих, в том числе, и существенные нелинейности.

Решение удалось получить, сводя исходную задачу к соответствующей задаче для модели вида

$$\frac{d}{dt}x(t) = a[u(t), t] + F(t)x(t) + \Gamma(t)w(t), t \in [t_0, t_N]; \quad (3)$$

$$y(t_{k+1}) = A(t_{k+1}) + H(t_{k+1})x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (4)$$

применяя *временную* и *статистическую* линеаризации со специальным образом определенными векторами $a[u(t), t]$, $A(t_{k+1})$ и матрицами $F(t)$, $H(t_{k+1})$, выражения для которых приведены в подразделе 1.5.

Во втором разделе обеспечено выполнение этапа процедуры активной идентификации, отвечающего за параметрическое оценивание, в основу которого легли алгоритмы из [11]. Оценивание неизвестных параметров математической модели (1), (2) осуществляется по данным наблюдений Ξ в соответствии с критерием идентификации χ .

Предполагается, что экспериментатор может произвести v независимых запусков системы, причем сигнал $u^1(t)$ подается на вход системы k_1 раз, сигнал $u^2(t)$ - k_2 раз и т.д., наконец, сигнал $u^q(t)$ - k_q раз. В этом случае дискретный (точный) нормированный план эксперимента ξ_v представляет собой совокупность точек $u^1(t), u^2(t), \dots, u^q(t)$ (спектр плана) и соответствующих им долей повторных запусков:

$$\xi_v = \left\{ \begin{array}{l} u^1(t), u^2(t), \dots, u^q(t) \\ \frac{k_1}{v}, \quad \frac{k_2}{v}, \quad \dots, \quad \frac{k_q}{v} \end{array} \right\}, \quad u^i(t) \in \Omega_u, \quad t \in [t_0, t_N], \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

Обозначим через Y_{ij} j -ю реализацию выходного сигнала ($j = 1, 2, \dots, k_i$), соответствующую i -му входному сигналу $u^i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, q$). Тогда в результате проведения по плану ξ_v идентификационных экспериментов будет сформировано множество

$$\Xi = \left\{ \left(u^i(t), Y_{ij} \right), \quad j = 1, 2, \dots, k_i, \quad t \in [t_0, t_N], \quad i = 1, 2, \dots, q \right\}, \quad \sum_{i=1}^q k_i = v.$$

Оценки, полученные методом максимального правдоподобия (ОМП), обладают хорошими асимптотическими свойствами, проявляющиеся для больших объемов выборок, а именно: при условии регулярности модели ОМП являются асимптотически несмещенными, состоятельными, асимптотически эффективными и асимптотически нормальными. Априорные предположения, сделанные выше, и выполненная линеаризация, позволяют воспользоваться методом максимального правдоподобия (ММП), являющимся одним из наиболее универсальных и эффективных методов параметрического оценивания. Подраздел 2.1 посвящен критерию максимального правдоподобия для линейных нестационарных моделей вида (3), (4).

В соответствии с ММП необходимо найти такие значения параметров $\hat{\theta}$, для которых

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Omega_{\theta}} [\chi(\theta; \Xi)] = \arg \min_{\theta \in \Omega_{\theta}} [-\ln L(\theta; \Xi)], \quad (5)$$

где

$$-\ln L(\theta; \Xi) = \frac{Nm\nu}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T B^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) + \frac{\nu}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B(t_{k+1}). \quad (6)$$

$\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ вычисляются по следующим уравнениям непрерывно-дискретного фильтра Калмана:

$$\frac{d}{dt} \hat{x}^{ij}(t | t_k) = F(t) \hat{x}^{ij}(t | t_k) + a \left[u^i(t), t \right], \quad t_k \leq t \leq t_{k+1};$$

$$\frac{d}{dt} P(t | t_k) = F(t)P(t | t_k) + P(t | t_k)F^T(t) + \Gamma(t)Q\Gamma^T(t), \quad t_k \leq t \leq t_{k+1};$$

$$\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) = y^{ij}(t_{k+1}) - H(t_{k+1})\hat{x}^{ij}(t_{k+1} | t_k) - A(t_{k+1});$$

$$B(t_{k+1}) = H(t_{k+1})P(t_{k+1} | t_k)H^T(t_{k+1}) + R;$$

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1} | t_k)H^T(t_{k+1})B^{-1}(t_{k+1});$$

$$\hat{x}^{ij}(t_{k+1} | t_{k+1}) = \hat{x}^{ij}(t_{k+1} | t_k) + K(t_{k+1})\varepsilon^{ij}(t_{k+1});$$

$$P(t_{k+1} | t_{k+1}) = [I - K(t_{k+1})H(t_{k+1})]P(t_{k+1} | t_k)$$

для $k = 0, 1, \dots, N-1$, $j = 1, 2, \dots, k_i$, $i = 1, 2, \dots, q$ с начальными условиями $\hat{x}(t_0 | t_0) = \bar{x}(t_0)$, $P(t_0 | t_0) = P(t_0)$.

Задача (5) с целевой функцией (6) является задачей нелинейного программирования с ограничениями. Поскольку для численного решения оптимизационных задач был выбран *метод последовательного квадратичного программирования*, необходимо разработать алгоритмы вычисления значения критерия идентификации и его градиента.

Выражение (6) можно записать в эквивалентной форме, вида

$$\chi(\theta; \Xi) = \frac{1}{2} \left\{ Nm\nu \ln 2\pi + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\nu \ln \det B(t_{k+1}) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{k_i} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T B^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (7)$$

Продифференцировав равенство (7) по θ_{α} ($\alpha = 1, 2, \dots, s$), получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \chi(\theta; \Xi)}{\partial \theta_\alpha} = & \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \frac{v}{2} \text{Sp} \left(\mathbf{B}^{-1}(t_{k+1}) \frac{\partial \mathbf{B}(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \right) + \right. \\
& + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{k_i} \left[\left(\frac{\partial \varepsilon^{ij}(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \right)^T \mathbf{B}^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) - \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T \mathbf{B}^{-1}(t_{k+1}) \frac{\partial \mathbf{B}(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \mathbf{B}^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (8)
\end{aligned}$$

В подразделе 2.2 представлены разработанные алгоритмы вычисления критерия максимального правдоподобия и его градиента для линейных нестационарных моделей *при некотором фиксированном значении вектора неизвестных параметров*, в основу которого легли соотношения (7), (8). Входящие в выражение (8) производные находятся с использованием уравнений непрерывно-дискретного фильтра Калмана.

Для моделей, полученных в результате применения временной или статистической линейаризации, выражение (7) примет вид:

$$\begin{aligned}
\chi(\theta; \Xi) = & \frac{1}{2} \left\{ Nmv \ln 2\pi + \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^q \left[k_i \ln \det \mathbf{B}^i(t_{k+1}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{j=1}^{k_i} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T \left(\mathbf{B}^i(t_{k+1}) \right)^{-1} \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Градиент критерия идентификации станет равным

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \chi(\theta; \Xi)}{\partial \theta_\alpha} = & \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^q \left\{ \frac{k_i}{2} \text{Sp} \left(\left(\mathbf{B}^i(t_{k+1}) \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{B}^i(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \right) + \right. \\
& + \sum_{j=1}^{k_i} \left[\left(\frac{\partial \varepsilon^{ij}(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \right)^T \left(\mathbf{B}^i(t_{k+1}) \right)^{-1} \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) - \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T \left(\mathbf{B}^i(t_{k+1}) \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{B}^i(t_{k+1})}{\partial \theta_\alpha} \left(\mathbf{B}^i(t_{k+1}) \right)^{-1} \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (10)
\end{aligned}$$

В подразделе 2.3 и 2.4 представлены разработанные алгоритмы вычисления критерия максимального правдоподобия и его градиента для линейаризованных моделей *при некотором фиксированном значении вектора неизвестных параметров* как для временной, так и для статистической линейаризации на основе выражений (9), (10).

Третий раздел посвящен теоретическим и прикладным аспектам планирования эксперимента. В подразделе 3.1 приведены некоторые основопола-

гающие понятия и результаты теории планирования оптимального эксперимента. Планирование входных сигналов является, по-видимому, наиболее эффективным способом управления экспериментом, используемым при построении моделей стохастических динамических систем. Отметим, что свобода в выборе входных характеристик существенно зависит от приложений.

Под *непрерывным нормированным планом* ξ условимся понимать совокупность величин

$$\xi = \left\{ \begin{array}{l} u^1(t), u^2(t), \dots, u^q(t) \\ p_1, p_2, \dots, p_q \end{array} \right\}, p_i \geq 0, \sum_{i=1}^q p_i = 1, u^i(t) \in \Omega_u, i = 1, 2, \dots, q. \quad (11)$$

Здесь веса p_i могут принимать любые значения в диапазоне от 0 до 1, в том числе и иррациональные. Множество планирования Ω_u определяется ограничениями на условия проведения эксперимента.

Для плана (11) *нормированная информационная матрица* $M(\xi)$ определяется соотношением

$$M(\xi) = \sum_{i=1}^q p_i M(u^i(t); \Theta), \quad (12)$$

где $M(u^i(t); \Theta)$ – информационные матрицы Фишера (ИМФ) точек спектра плана.

Будем считать, что входные сигналы являются кусочно-постоянными функциями, сохраняющими свои значения на интервале между соседними измерениями. В этом случае точки спектра плана (11) будут иметь следующую структуру

$$U_i^T = \left\{ \left[u^i(t_0) \right]^T, \left[u^i(t_1) \right]^T, \dots, \left[u^i(t_{N-1}) \right]^T \right\}, i = 1, 2, \dots, q.$$

Если $L(\Theta; Y_1^N)$ – плотность совместного распределения измерений $Y_1^N = \{y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)\}$ при фиксированном значении вектора параметров Θ , то *информационная матрица Фишера* (ИМФ) одноточечного плана в (12) определяется равенством

$$M(U; \Theta) = -E_Y \left[\frac{\partial^2 \ln L(\Theta; Y_1^N)}{\partial \theta \partial \theta^T} \right].$$

Поскольку для модели (1), (2) информационная матрица плана и сам оптимальный план зависит от неизвестных параметров, в дальнейшем будем иметь в виду только локально-оптимальное планирование.

В подразделе 3.1 приведены свойства информационных матриц, теорема эквивалентности.

Подраздел 3.2 посвящен процедурам построения непрерывных А – и D – оптимальных входных сигналов в классе кусочно-постоянных функций.

Приведённый в подразделе вариант *прямой градиентной процедуры* требует вычисления градиентов

$$\nabla_{\mathbf{U}} X[\mathbf{M}(\xi)] = \left\| \frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial u_{\alpha}^{(i)}(t_{\beta})} \right\|, \quad i = 1, \dots, q, \quad \beta = 0, \dots, N-1, \quad \alpha = 1, \dots, r$$

и

$$\nabla_{\mathbf{P}} X[\mathbf{M}(\xi)] = \left\| \frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial p_i} \right\|, \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

В случае критерия D – оптимальности:

$$\frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial u_{\alpha}^{(i)}(t_{\beta})} = -p_i \text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-1}(\xi) \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{U}_i)}{\partial u_{\alpha}^{(i)}(t_{\beta})} \right], \quad \frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial p_i} = -\text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-1}(\xi) \mathbf{M}(\mathbf{U}_i) \right].$$

В случае критерия А – оптимальности:

$$\frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial u_{\alpha}^{(i)}(t_{\beta})} = -p_i \text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-2}(\xi) \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{U}_i)}{\partial u_{\alpha}^{(i)}(t_{\beta})} \right], \quad \frac{\partial X[\mathbf{M}(\xi)]}{\partial p_i} = -\text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-2}(\xi) \mathbf{M}(\mathbf{U}_i) \right].$$

Другой подход (его называют двойственным) основан на обобщенной теореме эквивалентности. Приведённый в подразделе вариант *двойственной градиентной процедуры* требует вычисления градиента

$$\nabla_{\mathbf{U}} \mu(\mathbf{U}, \xi) = \left\| \frac{\partial \mu(\mathbf{U}, \xi)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} \right\|, \quad \beta = 0, 1, \dots, N-1, \quad \alpha = 1, 2, \dots, r.$$

Для критерия D – оптимальности получаем:

$$\frac{\partial \mu(\mathbf{U}, \xi)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} = \text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-1}(\xi) \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{U})}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} \right].$$

В случае критерия А – оптимальности имеем:

$$\frac{\partial \mu(\mathbf{U}, \xi)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} = \text{Sp} \left[\mathbf{M}^{-2}(\xi) \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{U})}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} \right].$$

В работе предложено использовать комбинированную (прямую двойственную) процедуру, заключающуюся в сочетании прямого и двойственного подходов, первый из которых используется для улучшения начального приближения, а второй – для его последовательного уточнения.

Для применения прямой и двойственной градиентных процедур синтеза непрерывных оптимальных планов необходимо разработать алгоритмы вычисления ИМФ и ее производной по компонентам точек спектра плана эксперимента.

Для математической модели (3), (4) в подразделе 3.3 приводится выражение для элементов информационной матрицы плана, сосредоточенного в одной точке U , а так же алгоритм вычисления ИМФ для линейных нестационарных моделей. Приведены модификации алгоритма вычисления ИМФ для моделей, полученных в результате временной и статистической линеаризации.

В силу кусочно-постоянного характера $u(t)$ появляется возможность вычислять по рекуррентным аналитическим формулам производные от ИМФ по компонентам входного сигнала и, следовательно, применить прямую и двойственную градиентные процедуры.

Для вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала

$$\frac{\partial M(U; \Theta)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} = \left\| \frac{\partial M_{ij}(U; \Theta)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} \right\|, \quad i, j = 1, \dots, s, \quad \beta = 0, \dots, N-1, \quad \alpha = 1, \dots, r$$

воспользуемся тем, что в модели состояния (3) на интервале между соседними измерениями $y(t_k)$ и $y(t_{k+1})$ вектор $a[u(t), t] = b(t) + \Psi(t)u(t_k)$ и ИМФ можно представить в виде суммы двух слагаемых, первое из которых зависит от входного сигнала U , а второе – нет:

$$M_{ij}(U; \Theta) = W_{ij}(U; \Theta) + V_{ij}(\Theta). \quad (13)$$

В соответствии с указанным разложением имеем:

$$\frac{\partial M(U; \Theta)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} = \left\| \frac{\partial M_{ij}(U; \Theta)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})} \right\| = \frac{\partial W_{ij}(U, \Theta)}{\partial u_{\alpha}(t_{\beta})}, \quad i, j = 1, \dots, s, \quad \beta = 0, \dots, N-1, \quad \alpha = 1, \dots, r.$$

В подразделе 3.4 представлено новое выражение для производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате применения временной линеаризации, а так же приведены разработанные алгоритмы вычисления соответствующих производных [1].

Применение метода статистической линеаризации приводит к моделям состояния и наблюдения, которые в общем случае не являются линейными относительно вектора управления. В этом случае в линеаризованной модели (3), (4) $a[u(t), t]$, $F(t)$, $A(t_{k+1})$ и $H(t_{k+1})$ зависят от $u(t)$ и разложение (13) становится невозможным. Это существенно усложняет вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала.

В подразделе 3.4 представлено новое выражение для производных ИМФ по компонентам входного сигнала для моделей, полученных в результате при-

менения статистической линеаризации, а так же приведен разработанный алгоритм вычисления соответствующей производной [2,3].

Таким образом, в разделе 3 обеспечено выполнение этапа процедуры активной идентификации, отвечающее за планирование входных сигналов.

В четвертом разделе представлено разработанное программное обеспечение, вошедшее составной частью в не имеющие аналогов *программный комплекс ПК-II* активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно - дискретных систем и *программную систему APIS 1.0* [10] активной параметрической идентификации стохастических динамических систем. Данные продукты включают модули, связанные с оцениванием неизвестных параметров математических моделей методом максимального правдоподобия и планированием A – и D – оптимальных входных сигналов, снабжены пользовательским интерфейсом и зарегистрированы как программы для ЭВМ (номера государственной регистрации 20111612718 и 2012617399 соответственно) [16,17].

В подразделе 4.1 приводятся назначение и общие сведения о программном обеспечении. Все программные модули реализованы на языке программирования MATLAB.

Программное обеспечение предполагает эксплуатацию на персональных компьютерах с процессорами не ниже Pentium III или AMD Athlon под управлением операционной системы Microsoft Windows 9X/2000/2003/XP/Vista/7.

Для работы с программной подсистемой необходимо иметь установленную программную систему MATLAB версии не ниже 7.10.

В подразделе 4.2 представлены характеристика возможностей и организация программного обеспечения. Разработанное программное обеспечение позволяет

- задавать в соответствующих m -файлах структурно-вероятностные элементы нелинейной и линеаризованной моделей;
- осуществлять подготовку измерительных данных посредством задания плана эксперимента и соответствующих ему выходных данных (измерительные данные могут моделироваться или могут быть получены из файлов в случае проведения натурального эксперимента);
- находить оценки максимального правдоподобия определенных модельных структур;
- синтезировать A – и D – оптимальные входные сигналы с применением прямой, двойственной или комбинированной процедуры планирования.

Программное обеспечение можно использовать также в режиме пассивной параметрической идентификации, когда планирование экспериментов не производится.

В подразделе 4.3 приводится описание пользовательского интерфейса разработанного программного обеспечения.

В пятом разделе приведены применения разработанного программного обеспечения на примере некоторых стохастических динамических систем, ко-

торые стали возможными благодаря разработанному программному обеспечению.

О качестве идентификации в пространстве параметров и в пространстве откликов будем судить по значениям относительных ошибок оценивания δ_{Θ} , δ_{Θ}^* и δ_Y , δ_Y^* соответственно, вычисляющихся по формулам

$$\delta_{\Theta} = \frac{\|\Theta^* - \hat{\Theta}_{\text{ср}}\|}{\|\Theta^*\|}, \quad \delta_{\Theta}^* = \frac{\|\Theta^* - \hat{\Theta}_{\text{ср}}^*\|}{\|\Theta^*\|}; \quad (14)$$

$$\delta_Y = \frac{\|Y_{\text{ср}} - \hat{Y}_{\text{ср}}\|}{\|Y_{\text{ср}}\|}, \quad \delta_Y^* = \frac{\|Y_{\text{ср}} - \hat{Y}_{\text{ср}}^*\|}{\|Y_{\text{ср}}\|}, \quad (15)$$

где $\|\cdot\|$ - евклидова векторная норма; Θ^* - вектор истинных значений параметров; $\hat{\Theta}_{\text{ср}}$ - вектор усредненных оценок параметров, соответствующих исходному входному сигналу; $\hat{\Theta}_{\text{ср}}^*$ - вектор усредненных оценок параметров, соответствующих синтезированному входному сигналу; $Y_{\text{ср}} = \{y_{\text{ср}}(t_{k+1}), k=0,1,\dots,N-1\}$, $\hat{Y}_{\text{ср}} = \{\hat{y}_{\text{ср}}(t_{k+1}|t_{k+1}), k=0,1,\dots,N-1\}$, $\hat{Y}_{\text{ср}}^* = \{\hat{y}_{\text{ср}}^*(t_{k+1}|t_{k+1}), k=0,1,\dots,N-1\}$ - усредненные по всем запускам последовательности измерений для вектора Θ , равного Θ^* , $\hat{\Theta}_{\text{ср}}$, $\hat{\Theta}_{\text{ср}}^*$ соответственно, отвечающие выбранному допустимому входному сигналу $U \in \Omega_U$; $\hat{y}(t_{k+1}|t_{k+1})$ находятся при помощи равенства

$$\hat{y}(t_{k+1}|t_{k+1}) = A(t_{k+1}) + H(t_{k+1})\hat{x}(t_{k+1}|t_{k+1}), \quad (16)$$

в котором $\hat{x}(t_{k+1}|t_{k+1}) = E\left[x(t_{k+1}|Y_1^{k+1})\right]$ вычисляются по уравнениям непрерывно-дискретного фильтра Калмана.

В подразделе 5.1 приведен пример активной идентификации системы, описываемой моделью с экспоненциальной нелинейностью [6]. Прототипами данной системы могут служить замкнутые системы регулирования электропривода постоянного тока и следящие системы. В случае применения временной линеаризации удалось улучшить результат на 7.3% в пространстве параметров и на 1.8% в пространстве откликов; в случае применения статистической линеаризации на 3.5% в пространстве параметров и на 2.5% в пространстве откликов.

В подразделе 5.2 приведен пример активной идентификации системы, описываемой моделью маятника с трением с применением как временной [12], так и статистической [13] линеаризации. В первом случае удалось улучшить результат на 5.8% в пространстве параметров и на 2.6% в пространстве

откликов; во втором случае на 5.6% в пространстве параметров и на 3.4% в пространстве откликов.

В подразделе 5.3 рассмотрена система с нелинейным элементом релейного типа с зоной нечувствительности [14]. Прототипами данной системы могут служить замкнутые системы регулирования электропривода постоянного тока и следящие системы. Остановимся на данном примере подробнее:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \theta_1\varphi(x(t)) + \theta_2u(t) + w(t), \quad t \in [t_0, t_N]; \quad (17)$$

$$y(t_{k+1}) = x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (18)$$

где

$$\varphi(x(t)) = \begin{cases} -3.5, & \text{если } x(t) < -1; \\ 0, & \text{если } -1 \leq x(t) \leq 1; \\ 3.5, & \text{если } x(t) > 1, \end{cases}$$

θ_1, θ_2 - неизвестные параметры, причем $-2 \leq \theta_1 \leq -0.1$, $0.01 \leq \theta_2 \leq 2$.

Принимается, что белые шумы $\{w(t), t \in [t_0, t_N]\}$ и $\{v(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1\}$ взаимно некоррелированы и не коррелируют с начальным состоянием $x(t_0)$, причем

$$E[w(t)w^T(\tau)] = 0.008\delta(t - \tau) = Q\delta(t - \tau);$$

$$E[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})] = 0.01\delta_{ki} = R\delta_{ki};$$

$$E[x(t_0)] = -2 = \bar{x}(t_0), \quad E\left\{\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]^2\right\} = 0.1 = P(t_0).$$

Поскольку данная модель содержит существенную нелинейность, выполним статистическую линеаризацию.

Для того, чтобы ослабить зависимость результатов оценивания от выборочных данных, произведем пять независимых запусков системы и усредним полученные оценки неизвестных параметров. Реализации выходных сигналов получим компьютерным моделированием при истинных значениях параметров $\theta_1^* = -1$ и $\theta_2^* = 0.1$ и $t_0 = 0$, $t_N = 50$, $N = 50$. Для каждого запуска, применяя метод максимального правдоподобия, вычислим оценки неизвестных параметров, усредним их и найдем $\hat{\Theta}_{\text{ср}}$. Выберем область планирования $\Omega_U = \{0 \leq u(t_k) \leq 2, k = 0, 1, \dots, N-1\}$. Используя критерий А – оптимальности, синтезируем непрерывный план (в данном случае он оказался одноточечным), в соответствии с которым снова осуществим пять независимых запусков системы, смоделируем данные наблюдений, пересчитаем оценки неизвестных пара-

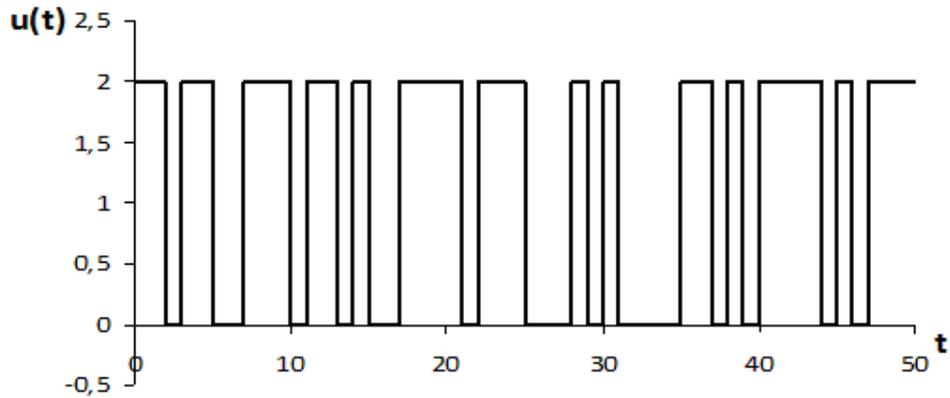


Рисунок 1 - Входной сигнал для оценки качества идентификации в пространстве откликов

Для каждого запуска при $\Theta = \Theta^*$ смоделируем по уравнениям (17), (18) выборку измерений $Y = \{y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)\}$, используя которую для линеаризованной модели сформируем с помощью выражения (16) последовательности $\hat{Y} = \{\hat{y}(t_1 | t_1), \hat{y}(t_2 | t_2), \dots, \hat{y}(t_N | t_N)\}$, $\hat{Y}^* = \{\hat{y}^*(t_1 | t_1), \hat{y}^*(t_2 | t_2), \dots, \hat{y}^*(t_N | t_N)\}$, полагая $\Theta = \hat{\Theta}_{\text{ср}}$ и $\Theta = \hat{\Theta}_{\text{ср}}^*$ соответственно. Последовательности $Y_{\text{ср}}$, $\hat{Y}_{\text{ср}}$, $\hat{Y}_{\text{ср}}^*$ изображены на рисунках 2, 3.

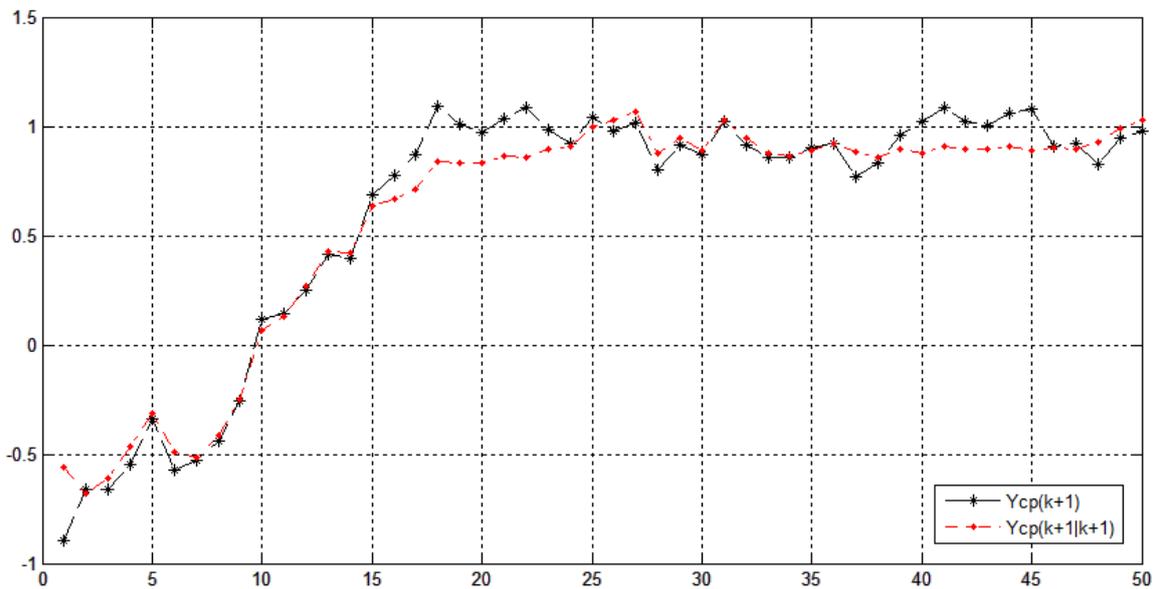


Рисунок 2¹ - Графическое представление $Y_{\text{ср}}$, $\hat{Y}_{\text{ср}}$

¹ $Y_{\text{ср}}(k+1)$ соответствует $y_{\text{ср}}(t_{k+1})$, а $Y_{\text{ср}}(k+1|k+1)$ соответствует $\hat{y}_{\text{ср}}(t_{k+1}|t_{k+1})$

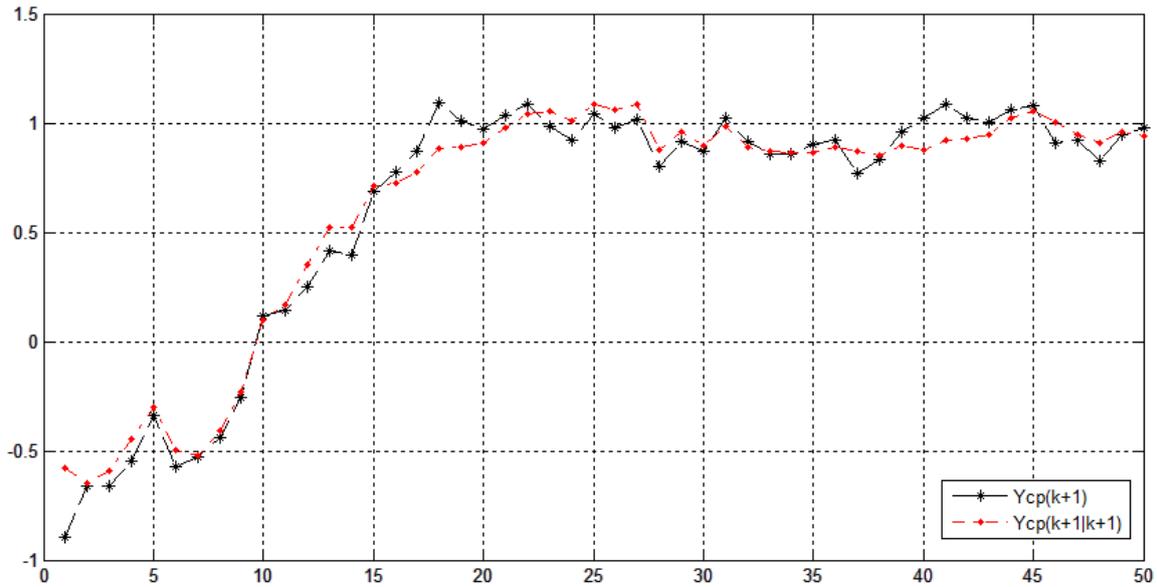


Рисунок 3¹ - Графическое представление Y_{cp} , \hat{Y}_{cp}^*

Воспользовавшись соотношением (15), найдем относительные ошибки оценивания в пространстве откликов δ_Y и δ_Y^* . Получим, что $\delta_Y = 0.094$; $\delta_Y^* = 0.053$.

Таким образом, применяя процедуру активной идентификации, удалось улучшить результат на 11.3% в пространстве параметров и на 4.1% в пространстве откликов.

Еще один пример, но с другими истинными значениями параметров, рассмотрен в [9].

Пример системы с нелинейным элементом релейного типа без зоны нечувствительности рассмотрен в [4].

Проведенные на примере трех модельных структур численные исследования показали, что применение процедуры активной параметрической идентификации привело к уменьшению относительных ошибок оценивания, как в пространстве параметров, так и в пространстве откликов, и обеспечило построение более качественных моделей по сравнению с процедурой пассивной параметрической идентификации. Это позволяет говорить об **эффективности и целесообразности применения разработанной процедуры** активной идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем в случае применения как временной, так и статистической линеаризации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В соответствии с целью исследования в диссертации разработано математическое и программное обеспечение активной параметрической идентифика-

¹ $Y_{cp}(k+1)$ соответствует $y_{cp}(t_{k+1})$, а $Y_{cp}(k+1|k+1)$ соответствует $\hat{y}_{cp}^*(t_{k+1}|t_{k+1})$

ции стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов.

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты.

1. Впервые рассмотрена и решена с использованием статистической и временной линеаризации задача активной параметрической идентификации на основе планирования входных сигналов для стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем, описываемых моделями в пространстве состояний, содержащих, в том числе, и существенные нелинейности. Рассмотрен общий случай вхождения неизвестных параметров: в уравнения состояния, наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы шумов системы и измерений.

2. Разработаны алгоритмы вычисления критериев максимального правдоподобия и их градиентов для линейных нестационарных и линеаризованных моделей, позволяющие в соответствии с заданным дискретным планом эксперимента осуществлять оценивание неизвестных параметров.

3. Впервые получено аналитическое выражение для производных ИМФ по компонентам входного сигнала для моделей гауссовских линейных нестационарных систем и разработан алгоритм вычисления соответствующих производных. Разработана модификация алгоритма вычисления производных ИМФ для моделей, полученных в результате временной линеаризации.

4. Впервые осуществлен вывод выражения для производных ИМФ по компонентам входного сигнала для моделей, полученных в результате статистической линеаризации и разработан алгоритм вычисления соответствующих производных.

5. На основе полученных аналитических выражений для производных ИМФ по компонентам входного сигнала разработаны прямые и двойственные градиентные процедуры синтеза A – и D – оптимальных входных сигналов.

6. На основе предложенных алгоритмов разработано программное обеспечение, вошедшее составной частью в не имеющие аналогов программный комплекс ПК-II и программную систему APIS 1.0 активной параметрической идентификации стохастических нелинейных систем.

7. Проведенные численные исследования показали, что применение процедуры активной параметрической идентификации привело к уменьшению относительных ошибок оценивания, как в пространстве параметров, так и в пространстве откликов, и обеспечило построение более качественных моделей по сравнению с процедурой пассивной параметрической идентификации. Для рассмотренных в диссертации примеров в среднем относительная ошибка оценивания снизилась с 14.1% до 7.5% в пространстве параметров и с 8.8% до 5.9% в пространстве откликов. Это подтверждает эффективность и целесообразность применения разработанной процедуры активной идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем в случае применения как временной, так и статистической линеаризации.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Издания из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций:

1. Филиппова Е.В. Вычисление производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. – 2010. – №2(39). – С.53 – 63.
2. Филиппова Е.В. Нахождение производных от информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала для стохастических непрерывно-дискретных моделей, полученных в результате применения статистической линеаризации / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. – 2011. – №4(45). – С. 35 – 48.
3. Филиппова Е.В. Алгоритм вычисления производных от информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала для стохастических непрерывно-дискретных моделей, полученных в результате применения статистической линеаризации / В.И. Денисов, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. – 2012. – №1(46). – С. 29 – 46.
4. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических непрерывно-дискретных систем, полученных в результате применения статистической линеаризации / В.И. Денисов, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2012. – Т. XV. – №4(52). – С. 78–89.
5. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов. Ч. I. / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. – 2013. – №2(51). – С. 25 – 34.
6. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов. Ч. II. / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. – 2013. – №3(52). – С. 24 – 31.

В других изданиях:

7. Филиппова Е.В. Синтез оптимального входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Перспективы развития информационных технологий: сборник материалов II Ежегодной всероссийской научно-практической конференции. – Новосибирск, 2010. – С. 139 – 144.
8. Филиппова Е.В. Применение методов теории планирования экспериментов при параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы 10 Международной конференции. – Новосибирск, 2010. – Т.6. – С. 85 – 93.

9. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастической нелинейной непрерывно-дискретной системы, содержащей релейный элемент с зоной нечувствительности // Обработка информационных сигналов и математическое моделирование: материалы Российской научно-технической конференции. – Новосибирск, 2012. – С. 76 – 79.
10. Филиппова Е.В. Программная система активной параметрической идентификации стохастических динамических систем APIS / В.М. Чубич, О.С. Черникова, Е.В. Филиппова // Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы 11 Международной конференции. – Новосибирск, 2012. – Т.6. – С. 66 – 73.
11. Филиппова Е.В. Оценивание неизвестных параметров в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // XXIV Международная заочная научно-практическая конференция "Технические науки - от теории к практике". – Новосибирск: СибАК, 2013. – С. 14 – 28.
12. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на примере модели маятника с трением // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 1(75). – С. 64 – 73.
13. Филиппова Е.В. Применение метода статистической линеаризации при активной параметрической идентификации маятника с трением / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 2 (76) . – С. 26 – 36.
14. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на примере модели с существенной нелинейностью // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 1(75). – С. 74 – 84.
15. Филиппова Е.В. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования эксперимента / В.И. Денисов, А.А. Воевода, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // XII Всероссийское совещание по проблемам управления: труды, Москва. – 2014. – С. 2795 – 2806. – Режим доступа: <http://vspu2014.ipu.ru/node/8581>.

Работы, зарегистрированные в Роспатент:

16. Филиппова Е.В. Программный комплекс активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно - дискретных систем (ПК-П) / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011612718. – М.: Роспатент. – 2011.
17. Филиппова Е.В. Интерактивная программная система активной параметрической идентификации стохастических динамических систем (APIS 1.0) / В.М. Чубич, О.С. Черникова, Е.В. Филиппова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012617399. – М.: Роспатент. – 2012.