

На правах рукописи



Митин Константин Александрович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-
КОНВЕКТИВНОЙ ТЕПЛОТДАЧИ ОТ КРИСТАЛЛОВ В
МЕТОДАХ ВЫРАЩИВАНИЯ ПОЛИ- И МОНОКРИСТАЛЛОВ**

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: профессор кафедры прикладной математики НГТУ, доктор физико-математических наук Бердников Владимир Степанович

Официальные оппоненты: Черных Геннадий Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение науки Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской Академии науки, главный научный сотрудник лаборатории математического моделирования

Зудов Владимир Николаевич, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение науки Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской Академии науки, ведущий научный сотрудник лаборатории физики быстропротекающих процессов

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение науки Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской Академии науки, г. Москва

Защита состоится 21 апреля 2016 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета Д.212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте <http://www.nstu.ru>.

Автореферат разослан _____ 2016г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

к.т.н.



Фаддеенков А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Развитие многих современных областей техники, таких как микроэлектроника, нелинейная оптика, силовая энергетика и лазерная техника, в значительной степени обусловлено использованием высококачественных монокристаллов. Надежность и параметры готовых приборов на основе монокристаллов в первую очередь зависят от однородности пространственного распределения оптических и электрофизических свойств монокристаллов. Требования к структурному совершенству монокристаллов непрерывно растут и ужесточаются. Структурное совершенство монокристаллов определяется их тепловой историей. Жесткая конкуренция вынуждает производителей стремиться к снижению себестоимости производства. Достигнуть этого можно только путем непрерывного совершенствования ростовых технологий. Для этого необходимо знать особенности гидро- и газодинамики и конвективного теплообмена в ростовых камерах. Эффективным способом изучения сложных сопряженных процессов теплообмена является численное моделирование.

Актуальность применения численного моделирования обусловлена высокой стоимостью и низкой скоростью традиционного метода оптимизации ростовых установок путем проведения технологических экспериментов. Причиной подобного состояния дел является слабая изученность сопряженных процессов теплообмена между кристаллом, расплавом и окружающей средой. Сложность проведения технологических экспериментов на реальных ростовых установках делает актуальным применение физического и численного моделирования процессов роста кристаллов. Численное моделирование позволяет получать труднодоступную при физическом моделировании информацию о полях температуры и термических напряжений в твердых телах и взаимосвязи сопряженного теплообмена с локальной структурой конвективных течений. Использование результатов численного моделирования позволяет сократить количество физических и технологических экспериментов и провести оптимизацию технологических процессов в более сжатые сроки.

Для анализа технологических процессов и поиска способов управления полями температуры в растущих кристаллах на разных стадиях технологического процесса необходимо понимание относительной роли различных механизмов теплообмена.

При увеличении размеров кристаллов неизбежны процессы ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях на образующих кристаллов. Изменение режимов течения резко меняет закономерности теплоотдачи с поверхности кристаллов и полей температуры в объеме кристаллов. Общие закономерности ламинарно-турбулентных переходов естественно исследовать на каноническом объекте в теории свободноконвективного

теплообмена – вертикальном слое жидкости, заключенном между стенками, нагретыми до разных температур. Закономерности локального теплообмена в режиме ламинарно-турбулентного перехода, изученные при сопряженной постановке задачи, являются универсальными и имеют прямое отношение к технологическим задачам роста кристаллов.

При производстве основного материала микроэлектроники – монокристаллического кремния электронного, качества в качестве исходного сырья используется поликремний. В промышленном производстве поликремния наибольшее распространение получил Siemens-процесс. Теплофизические основы метода исследованы недостаточно полно.

Цель работы. Разработать комплекс программ для численного моделирования стационарного и нестационарного сложного сопряженного теплообмена в кондуктивном, свободноконвективном, радиационно-кондуктивном и радиационно-конвективном режиме в 2D и 3D постановках. Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи. Разработать методы и алгоритмы для численного моделирования сопряженного свободноконвективного теплообмена в ламинарных режимах и режиме ламинарно-турбулентного перехода в свободноконвективном пограничном слое. Разработать методы и алгоритмы для численного моделирования сопряженного теплообмена в осесимметричной постановке в кондуктивном, радиационно-кондуктивном, свободноконвективном и радиационно-конвективном режимах. Разработать методы и алгоритмы для численного моделирования сопряженного свободноконвективного теплообмена в трехмерной постановке.

Предмет и объект исследования. Объект исследования – сложный сопряженный теплообмен в кондуктивном, радиационно-кондуктивном, конвективном и радиационно-конвективном режиме. Предмет исследования – пакет программ для численного моделирования сложного сопряженного теплообмена в различных режимах.

Методы исследования. В основу математической модели конвективного теплообмена заложена система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, записанная в безразмерном виде в переменных: температура, вихрь скорости, векторный потенциал скорости. При проведении численного моделирования использован метод конечных элементов. Для получения частных производных использовались согласованные результаты. Для расчета радиационных потоков использован модифицированный метод угловых коэффициентов.

Научная новизна. Предложен новый метод аппроксимации вихря скорости на жестких криволинейных границах, основанный на применении согласованных результатов, для системы уравнений Навье-Стокса, записанной в переменных «Температура – вихрь скорости – векторный потенциал поля скорости». Метод одинаково хорошо подходит как для двумерных, так и для трехмерных задач.

Предложен модифицированный метод угловых коэффициентов для осесимметричной постановки задачи. Метод позволяет легко учитывать многократные отражения радиационных потоков в системе. Для увеличения быстродействия вычисления проводятся в полуаналитическом виде, расчет углов видимости проводится на основе метода обратной трассировки лучей.

Впервые в сопряженной постановке с помощью прямого численного моделирования (DNS) воспроизведен экспериментально наблюдаемый (в ИТ СО РАН) ламинарно-турбулентный переход в свободноконвективных пограничных слоях, развивающихся на вертикальных стенках, нагретых до разных температур. Рассмотрен плоский слой жидкости, заключенный между низкотеплопроводными вертикальными стенками. Воспроизведена наблюдаемая экспериментально структура вторичного течения. При критическом значении числа Релея возникает система горизонтально-ориентированных всплывающих вторичных вихрей. В результате возникает тепловая волна, бегущая в пограничном слое и проникающая внутрь твердой вертикальной стенки с конечной теплопроводностью. Дана оценка влиянию конечной теплопроводности вертикальных границ на конвективный теплообмен и ламинарно-турбулентный переход в плоских слоях жидкости и газа.

Показано, что в методе Чохральского поля температуры в кристаллах различной теплопроводности существенно зависят от режимов теплоотдачи с образующих кристалла. Конвективный теплообмен существенно влияет на распределение температуры в кристаллах и приводит к эффективному охлаждению, особенно у основания кристалла. Радиационная теплоотдача существенно меняет распределение температуры на поверхности и внутри кристалла как в радиационно-кондуктивном, так и в радиационно-конвективном режиме теплообмена, значительно возрастают локальные тепловые потоки с боковой поверхности кристалла. Показано, что вклад конвективного теплообмена остается существенным и в режиме радиационно-конвективной теплоотдачи с поверхности кристалла. Показано, что с увеличением длины кристалла в методе Чохральского во всех режимах теплообмена существенно растет эффективность охлаждения, и меняются соотношения между осевыми и радиальными градиентами температуры в кристалле.

Впервые в сопряженной трехмерной постановке рассмотрена пространственная форма конвективных течений и влияние конвективного теплообмена на поле температуры в единичном U-образном кремниевом стержне-основе, разогреваемом электрическим током. Учтена зависимость электрического сопротивления от температуры. Показано, что структура конвективных течений имеет трехмерный характер и в системе возникают закрученные потоки. Конвективный механизм теплообмена оказывает значительное влияние на поле температуры в U-образном стержне. В резуль-

тате чего поля температуры и термических напряжений в кристалле становятся неоднородными.

На защиту выносятся:

1. Реализация пакета программ, позволяющего численно исследовать стационарные и нестационарные ламинарные конвективные течения и в режимы ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях. Разработанные средства позволяют исследовать сложный сопряженный теплообмен в кондуктивном, радиационно-кондуктивном, конвективном, радиационно-конвективном режимах. Это позволило количественно оценить относительную роль различных механизмов теплообмена.
2. Новый метод аппроксимации вихря скорости на жестких криволинейных границах, основанный на применении согласованных результатов.
3. Вариант метода расчета угловых коэффициентов для осесимметричной постановки задачи, позволяющий учитывать многократные отражения радиационных потоков в системе. Для увеличения быстродействия вычисления проводятся в полуаналитическом виде, расчет углов видимости проводится на основе метода обратной трассировки лучей.
4. Результаты прямого численного моделирования (DNS) сопряженного теплообмена в режимах ламинарного течения и ламинарно-турбулентного перехода в плоском вертикальном слое жидкости, заключенном между низкотеплопроводными вертикальными стенками, нагретыми до разных температур.
5. Результаты численного моделирования сложного сопряженного теплообмена кристаллов различной теплопроводности и длины в различных режимах теплообмена с окружающей средой в упрощенной модели ростового узла метода Чохральского. Анализ относительной роли механизмов теплообмена, влияния длины и теплопроводности кристалла на поля температуры, градиентов температуры и термических напряжений в объеме кристалла.
6. Результаты численного моделирования сопряженного теплообмена в режиме термогравитационной конвекции единичного U-образного кремниевого стержня-основы, разогреваемого с помощью электрического тока.

Практическая значимость работы. Полученные в работе численные результаты имеют фундаментальное значение для понимания процессов теплоотдачи от кристаллов в технологических системах, подобных методу Чохральского и методу Сименса. Исследования проведены в рамках проектов, поддержанных РФФИ (гранты под научным руководством д.ф.-м.н. Бердникова В.С. №№ 09-08-01245-а, 12-08-00487-а, 15-08-07991а). При выполнении междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 34 «Фундаментальные проблемы роста и исследования физических

свойств кристаллов, перспективных для электроники и оптики» (2009 – 2011, научный координатор – академик Александров К.С.). В рамках фундаментальных научно-исследовательских проектов: № II.7.5.10 «Теплофизические процессы при получении плёнок, слитков, поли- и монокристаллов» – руководитель д.ф.-м.н. Бердников В.С. (гос. рег. 01201053729, 2010 – 2012); № III.18.2.5. «Фундаментальные теплофизические проблемы при росте кристаллов и плёнок» – руководитель д.ф.-м.н. Бердников В.С. (гос. рег. 01201350443, 2013 – 2016); № III.19.2.3 «Турбулентность и организованные структуры в одно- и двухфазных системах» – руководитель чл.-корр. Маркович Д.М. (2010 – 2012); № III.22.7.1 «Турбулентность и организованные структуры в неравновесных системах» – руководитель чл.-корр. Маркович Д.М. (2013 – 2016).

Представленные результаты позволяют на качественном и количественном уровне увидеть основные тенденции перестройки взаимосвязанных полей температуры в газе и в составном твердом теле “кристалл – затравка – шток” в широком диапазоне характерных перепадов температуры, определить тенденции в изменениях полей градиентов температуры и термических напряжениях при увеличении длины кристалла.

Достоверность полученных результатов обеспечена решением тестовых задач, сравнением с известными аналитическими решениями и результатами расчетов известными из литературы. Результаты, полученные по ламинарно-турбулентному переходу в вертикальном слое жидкости, сравнивались с экспериментальными данными (полученными в ИТ СО РАН). Результаты работы опубликованы в реферируемых российских научных журналах и докладывались на ведущих конференциях по теплообмену. Работа проводилась при поддержке упомянутых выше грантов и проектов, прошедших тщательную экспертизу.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует п. 4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» и п. 5 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» паспорта специальности научных работников 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по техническим наукам.

Апробация работы. Результаты исследований докладывались на конференциях различного уровня: X, XI и XIII Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Актуальные вопросы теплофизики и физической гидродинамики» (Новосибирск, 2008, 2010, 2014), Всероссийской научной студенческой конференции «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск – 2009, 2014), Всероссийской молодежной конференции «Устойчивость и турбулентность течений гомогенных и гетерогенных

жидкостей» (Новосибирск – 2010), Всероссийских конференциях «Аэродинамика и прочность конструкций летательных аппаратов» (СибНИА, Новосибирск – 2011, 2015), 4-ой международной конференции «Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках» (Москва – 2011), Международных конференциях «Кремний – 2009», «Кремний – 2011», «Кремний – 2012», «Кремний – 2014» (Новосибирск – 2009, Москва – 2011, Санкт-Петербург – 2012, Иркутск – 2014), XI и XII Международных конференциях по актуальным проблемам электронного приборостроения (АПЭП–2012, АПЭП–2014, Новосибирск – 2012, 2014), XIII и XIV Международных молодежных конференциях по люминесценции и лазерной физике (тур. база “Песчанка” (озеро Байкал) – 2012, Иркутск – 2014), Российской научно-технической конференции «Обработка информационных сигналов и математическое моделирование» (Новосибирск – 2013), 5 и 6 Российских национальных конференций по теплообмену (РНКТ-5, РНКТ-6, Москва – 2010, 2014), Всероссийской конференции молодых ученых «Проблемы механики; теория, эксперимент и новые технологии» (Новосибирск - 2014), Conference of APAM (National Tsing Hua University, Hsin Chu, Taiwan, 2011).

Личный вклад автора заключается: в разработке и тестировании всех алгоритмов и моделей, предложенных в диссертации; программной реализации, отладке пакета программ и проведения численных исследований теплоотдачи от кристалла в методе Чохральского и прямого численного моделирования ламинарно-турбулентного перехода в вертикальном слое; активном участии в анализе и графическом оформлении полученных результатов; в формулировке выводов и заключения по диссертации; в разработке пакета программ для численного моделирования свободноконвективного теплообмена U-образного тела. Анализ полученных результатов и подготовка публикаций осуществлялись совместно с соавторами и научным руководителем. Постановка задачи выполнена совместно с научным руководителем.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 25 печатных работы, в том числе: 6 статей в ведущих научных журналах, входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ; 7 статей в сборниках научных трудов, 12 публикаций в материалах и докладах Международных и Российских конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников из 115 наименований. Объем диссертации – 171 страница, включая 78 рисунка и 8 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, определены научная новизна и практическая ценность работы, дано краткое содержание работы по разделам.

Первая глава посвящена анализу современного состояния в области исследований сопряженного конвективного, радиационно-кондуктивного и радиационно-конвективного теплообмена при росте кристаллов методом Чохральского и в классических задачах свободной конвекции. Из задач свободной конвекции наиболее близкими по физике протекающих процессов являются задачи о течении в вертикальных слоях жидкости со стенками, нагретыми до разных температур, плоской и цилиндрической геометрий. Еще одна задача актуальная для современных технологий – получение поликристаллов кремния в реакторах восстановления трихлорсилана. В работе рассмотрена простейшая модель протекающих процессов: сопряженный теплообмен разогреваемых электрическим током кремниевого стержня и U-образного тела с холодными стенками прямоугольного корпуса реактора. Отмечено, что в настоящее время математическое моделирование сопряженного теплообмена переживает этап становления. Задачи сопряженного теплообмена для геометрий, близких к геометриям, применяемым в реальных технологических процессах, и учитывающим как конвективный, так и радиационный механизм теплообмена, слабо изучены.

Вторая глава содержит постановки задач для моделирования ламинарно-турбулентного перехода в вертикальном слое жидкости в сопряженной постановке, теплоотдачи от кристалла в методе Чохральского в различных режимах теплообмена, трехмерная сопряженная постановка теплоотдачи от U-образного кремниевого стержня, разогреваемого электрическим током. Приведены методики численного моделирования конвективного и радиационного теплообмена. Проведено сравнение с тестовыми задачами, известными аналитическими решениями и результатами, известными из литературы.

При моделировании сопряженного теплообмена в вертикальном слое жидкости расчетная область состояла из слоя жидкости, заключенного между двумя вертикальными оргстеклянными стенками, нагретыми на внешней стороне до заданных разных температур. На рабочих границах вертикальных стенок заданы условия идеального теплового контакта. Горизонтальные границы вертикального слоя жидкости считаются адиабатическими. На всех жестких границах все три компоненты скорости равны нулю.

Задача решалась в безразмерном виде в двухмерной постановке в декартовых координатах. В качестве масштаба геометрических размеров выбрана толщина слоя – $L = 60$ мм. Для скорости использован масштаб ν/L , где ν – кинематическая вязкость жидкости. Масштаб температуры – $\Delta T =$

$T_{\max} - T_{\min}$, где T_{\max} и T_{\min} – температуры на внешних сторонах горячей и холодной стенок, соответственно.

При расчете чисел Грасгофа, Прандтля и других параметров были использованы фиксированные значения теплофизических свойств 96% этилового спирта при 293 К: коэффициент динамической вязкости $\mu = 11,98 \cdot 10^{-4}$ кг/м·с; коэффициент объемного расширения $\beta = 1,05 \cdot 10^{-3}$ 1/К; коэффициент кинематической вязкости $\nu = 14,83 \cdot 10^{-7}$ м²/с; коэффициент теплопроводности $\lambda_f = 0,179$ Вт/м·К; коэффициент температуропроводности $\alpha_f = 92,18 \cdot 10^{-9}$ м²/с. Коэффициент теплопроводности материала стенок – оргстекла $\lambda_s = 0,147$ Вт/м·К. Толщина вертикальных стенок принята равной 6 мм. Размерная высота вертикального слоя жидкости составила 756 мм. Размерность сетки составляла в ламинарном режиме 10^5 , а в нестационарных режимах течения $2,5 \cdot 10^6$ узлов.

Выполнено сгущение сетки по горизонтальной координате к жестким вертикальным границам. В режиме ламинарно-турбулентного перехода минимальный шаг по горизонтальной координате достигается у жесткой стенки $h_{\min} = 2 \cdot 10^{-4}$, максимальный шаг достигается в центре слоя $h_{\max} = 10^{-2}$. По вертикальной координате сетка равномерная с шагом $h_z = 2,5 \cdot 10^{-3}$. В среднем на всплывающий вторичный вихрь приходится вдоль 150 узлов, поперек 50 узлов.

Конвективный теплообмен в жидкости описывается безразмерной системой уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, записанной в переменных температура, вихрь и функция тока:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + V_y \frac{\partial \omega}{\partial y} + V_x \frac{\partial \omega}{\partial x} = \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) + Gr \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\omega, \quad V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Здесь $Gr = g \cdot \beta \cdot L^3 (T_{\max} - T_{\min}) \cdot \nu^{-2}$ – число Грасгофа, где g – ускорение свободного падения, $\text{Pr} = \nu / \alpha_f$ – число Прандтля, α_f – коэффициент температуропроводности жидкости, T – безразмерная температура, ω – безразмерный вихрь, ψ – безразмерная функция тока, V_x и V_y вертикальная и горизонтальная компоненты вектора скорости. Кондуктивный теплообмен в вертикальных стенках описывается уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0,$$

где α_s - коэффициент температуропроводности материала вертикальных стенок, y и x – горизонтальная и вертикальная пространственные координаты соответственно.

Для геометрий, применяемых при выращивании монокристалла методом Чохральского, характерна осевая симметрия. Учитывая свойства осесимметрии, проведено численное моделирование для двумерной области в цилиндрических координатах. В качестве расчетной области взята верхняя часть ростовой камеры, состоящей из монокристалла, штока, стенок ростовой камеры и экрана отделяющего зону расплава от ростовой камеры.

На всех жестких границах все три компоненты скорости равны нулю. На фронте кристаллизации задана максимальная температура в системе. Стенки корпуса ростовой камеры – холодные. На экране, отделяющего зону расплава от ростовой камеры задано условие теплоизолированности. На образующих кристалла и штока заданы условия идеального теплового контакта с учетом радиационной добавки.

Задача решалась в безразмерном виде в осесимметричной постановке. В качестве масштабов геометрических размеров выбран радиус кристалла $R_s = 50$ мм. Для скорости использован масштаб ν/R_s , где ν – кинематическая вязкость аргона. Масштаб температуры – $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$, где T_{\max} и T_{\min} – температуры на фронте кристаллизации и на корпусе ростовой камеры, соответственно. Масштабом для радиационных тепловых потоков является $R_s^2/\lambda_f \cdot \Delta T$.

Расчет радиационных потоков проводился на основе зонального метода при следующих предположениях: расчетная область ограничена замкнутой системой поверхностей; все поверхности системы – серые, диффузно-излучающие и диффузно-отражающие; поверхности могут быть разбиты на зоны, в пределах которых радиационные свойства и температура могут считаться постоянными; среда, заполняющая ростовую камеру – диатермична.

Численное моделирование проводилось при постоянных значениях теплофизических свойств аргона, взятых при давлении 1 бар и температуре 1600 К: кинематическая вязкость $\nu = 2,542 \times 10^{-4}$ м²/с; коэффициент объемного расширения газа $\beta = 6,4 \times 10^{-4}$ 1/К; теплопроводность $\lambda_f = 0,0583$ Вт/м·К; температуропроводность $\alpha = 3,74 \times 10^{-4}$ м²/с. Степень черноты всех поверхностей системы – 0.5.

При моделировании стационарной термогравитационной конвекции в газовой среде использована безразмерная система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, записанная в переменных температуры, векторного потенциала поля скорости и вихря:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ -\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\omega}{r^2} - u \frac{\omega}{r} = \text{Gr} \frac{\partial T}{\partial r}, \\ -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \frac{\psi}{r^2} = -\omega \end{cases}$$

здесь $\text{Gr} = g \cdot \beta \cdot R_S^3 (T_{\max} - T_{\min}) \cdot \nu^{-2}$ – число Грасгофа, $\text{Pr} = \nu/\alpha_f$ – число Прандтля.

При поиске полей термических напряжений решалась квазистационарная задача термоупругости, используя концепцию термоупругого потенциала перемещений. Значения термоупругого потенциала перемещений может быть найдено из решения следующего уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha \cdot T,$$

где F – термоупругий потенциал перемещения, μ – коэффициент Пуассона, α – коэффициент линейного расширения. Поле термических напряжений по распределению термоупругого потенциала перемещений вычисляется из следующего соотношения:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\mu} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial i \partial j} - \Delta F \cdot \delta_{ij} \right) \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases} \quad (i, j = r, z, \varphi).$$

Здесь σ – величина термических напряжений, E – модуль Юнга, Δ – лапласиан, δ_{ij} – символ Кронекера. Эквивалентное напряжение по Мизесу определяется по следующему соотношению:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{(\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + 6(\sigma_{rz}^2 + \sigma_{r\varphi}^2 + \sigma_{z\varphi}^2)}{2}}.$$

При вычислении термических напряжений принято, что нормальное напряжение на всех поверхностях кристалла равно нулю: $\sigma_{nn}|_{\Gamma} = 0$. Коэффициент Пуассона $\mu = 0,25$, коэффициент линейного расширения кристалла $\alpha = 5,2 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, модуль Юнга $E = 1,59 \cdot 10^{11} \text{Па}$.

Численное моделирование проводилось на неравномерной сетке 101×501 узлов, состоящей из треугольных конечных элементов с заданными на них линейными функциями. Вычисления проводились при двух значениях теплопроводности кристалла. При низкой теплопроводности $\lambda_{SL} = 1,51 \text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$, характерной для оксидных монокристаллов, и при высокой теплопроводности $\lambda_{SH} = 26 \text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$, характерной для монокристаллического кремния.

При моделировании сопряженного конвективного теплообмена U-образного тела, разогреваемого электрическим током, расчетная область (рис. 1) состояла из U-образного стержня – 1 и ростовой камеры, заполненной газом, – 2. Граница 3 – торцы кристалла. Граница 4 – слой диэлектрика между кристаллом и стенками ростовой камеры. Граница 5 – стенки-образующие U-образного стержня различного пространственного расположения. Граница 6 – изотермические холодные стенки ростовой камеры. 7 – точка, в которой поддерживается постоянная в системе температура, она находится на грани z_0 , ее координаты фиксированные: $z = 2,0$ и $y = 0,6$.

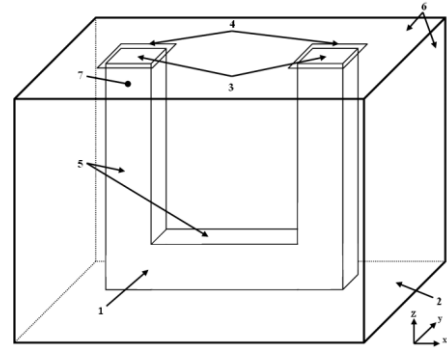


Рис. 1. Схема расчетной области

На всех жестких границах все три компоненты скорости равны нулю. На торцах поликристалла задано условие теплоизоляции, а также начальные значения для электрического потенциала. На диэлектрике заданы краевые условия теплоизоляции для температуры и нулевые для электрического потенциала. Стенки ростовой камеры – холодные с нулевым электрическим потенциалом. На стенках поликристалла поставлены условия идеального теплового контакта.

Для определения величин безразмерных параметров, таких как числа Грасгофа и Прандтля, и относительных геометрических размеров использовались следующие постоянные значения физических параметров: ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; характерный радиус поликристалла $R_{cr} = 0,1 \text{ м}$; температура в контрольной точке $T_{max} = 1273 \text{ К}$; перепад температуры $\Delta T = 70 \text{ К}$. Теплопроводность кремния и теплофизические свойства газовой среды использованы те же, что и при исследованиях теплоотдачи от кристаллов.

Процесс сопряженного конвективного теплообмена в режиме термогравитационной конвекции газа описывается безразмерной системой уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, которая записана в терминах температуры, векторного потенциала скорости и вихря с учетом внутренних источников тепла в твердом теле:

$$\begin{cases} \bar{V} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pr} \Delta T + \frac{R^2}{Pr \cdot (T_{max} - T_{min})} \frac{Q}{\lambda_{cr}} \\ -\nabla \times [\bar{V} \times \bar{\omega}] = \nabla \times [\nabla \times \bar{\omega}] + Gr [\nabla \times (T \cdot \bar{g})] \\ -\Delta \psi_x = \omega_x \quad -\Delta \psi_y = \omega_y \quad -\Delta \psi_z = \omega_z \\ -\frac{\sigma}{R^2} \Delta F = 0 \quad \bar{V} = \nabla \times \bar{\psi} \end{cases}$$

Здесь F – размерный потенциал электрического поля в кристалле, T – безразмерная температура, ω – безразмерный вихрь, ψ – безразмерный векторный потенциал скорости, x , y и z – пространственные координаты, $R(T)$ – сопротивление кремния, зависящее от температуры. Соотношение $Q = U^2/R(T)$ определяет объёмную плотность выделяемого тепла при пропускании постоянного электрического тока по стержню с единицей измерения Вт/м^3 , где U – локальное падение напряжения (вычисляется как разность потенциалов).

Методом конечных элементов решалась задача на установление. При решении использовалась равномерная кубическая конечноэлементная сетка с квадратичными базисными функциями. Размерность сетки составляла $89 \times 49 \times 89$ узлов.

Третья глава содержит описание комплекса программ. Приведена структурная схема комплекса программ. Расписано взаимодействие модулей комплекса.



Рис. 2. Общая архитектура программного комплекса

Комплекс состоит из препроцессора, решателя и блока вывода результатов. Препроцессор позволяет задавать геометрические параметры расчетной области, физические параметры, параметры решателя, просматривать сгенерированную сетку и задавать параметры предварительной обработки результатов (сечения для профилей компонент скорости, реализации в точке для температуры и компонент скорости и т.д.). Решатель содержит в себе логику расчета угловых коэффициентов, решения СЛАУ и численного моделирования методом конечных элементов. Блок вывода результатов позволяет проводить интерполяцию по полученным значениям, строить профили и реализации, рассчитывать градиенты и т.д.

Четвертая глава содержит результаты моделирования сопряженной конвективной теплоотдачи от низкотеплопроводной вертикальной стенки в режиме термогравитационной конвекции в плоском вертикальном слое жидкости, заключенном между вертикальными стенками, нагретыми с внешних сторон до разных температур. Исследования проведены в ламинарном режиме и в режиме ламинарно-турбулентного перехода. Методом конечных элементов в декартовых координатах решены уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска, записанные в переменных температура, вихрь и функция тока. Исследование проведено при числе Прандтля $Pr = 16$ в диапазоне чисел Грасгофа $10^2 \leq Gr \leq 6 \cdot 10^6$.

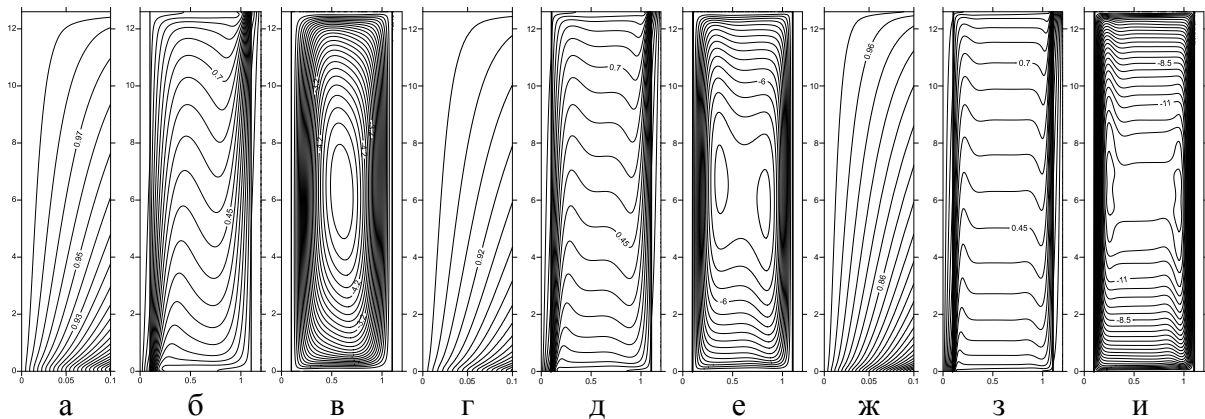


Рис. 3. Поля изотерм в горячей стенке (а, г, ж), во всей области (б, д, з) и изолиний функции тока (в, е, и) при: а–в – $Gr = 11000$; г–е – 10^5 ; ж–и – 10^6

На рис. 3 представлены поля изотерм во всей расчетной области и изолиний функции тока в слое жидкости при различных значениях числа Грасгофа Gr . На рис. 3 сильно увеличен масштаб по горизонтальной координате, чтобы нагляднее показать пространственную структуру полей температуры и пространственную форму течений. При малых перепадах температуры между вертикальными стенками, ограничивающими слой жидкости, пространственная форма течения состоит из подъемного и опускного потока на горячей и холодной стенке соответственно. А так же поворотных течений в нижней и верхней торцевых зонах. В центральной по высоте слоя части течение почти плоскопараллельное. В нижней торцевой зоне поток охлажденной жидкости разворачивается и натекает на нижнюю часть горячей стенки, в результате чего резко возрастает локальная теплоотдача, и поле температуры в стенке становится локально неоднородным.

С ростом чисел Gr нижняя часть горячей стенки охлаждается все более эффективно. В результате усиливаются неоднородности распределения температуры внутри стенки. Внутри стенки растут поперечные и продольные градиенты температуры. Это объясняется ростом скорости натекающей холодной жидкости на нижнюю часть горячей стенки. Аналогичным образом меняется поле температуры в холодной стенке из-за натекающего на ее верхнюю часть горячего потока. Существенно изменяется форма профилей вертикальной компоненты скорости. Распределение вертикальной компоненты скорости постепенно уходит от формы кубической параболы, полученной теоретически Г.З. Гершуни для случая бесконечно длинного вертикального слоя при граничных условиях первого рода при малых числах Gr .

При дальнейшем росте числа Gr увеличивается перепад средней температуры между внешними и рабочими поверхностями вертикальных стенок. Заметно меняется пространственная форма. Снижается эффективно действующий перепад средней температуры между рабочими поверхностями вертикальных стенок. Это является следствием того, что перепад

температуры, вычисленный по значениям средней температуры на внутренних рабочих поверхностях, будет ниже перепада температуры, вычисленного по значениям заданных средних температур на внешних поверхностях вертикальных стенок. Таким образом, с ростом перепада температуры между внешними поверхностями твердых стенок возрастает влияние конечной теплопроводности стенок на эффективно действующий перепад температуры.

С дальнейшим ростом Gr конвективные пограничные слои теряют устойчивость. Из нарастающих возмущений формируются вторичные вихри. Наблюдается смена режимов течения. Все вихри на горячей стенке вращаются в одну сторону, в головной части вихрей горячая жидкость уходит от стенки в ядро, а в кормовой части вихрей на стенку натекает холодная жидкость из ядра слоя. В результате на поверхности и внутри вертикальных стенок начинает бежать тепловая волна. Низкая теплопроводность вертикальных стенок приводит к заметному сдвигу фаз волны в жидкости, на поверхности и внутри вертикальной стенки.

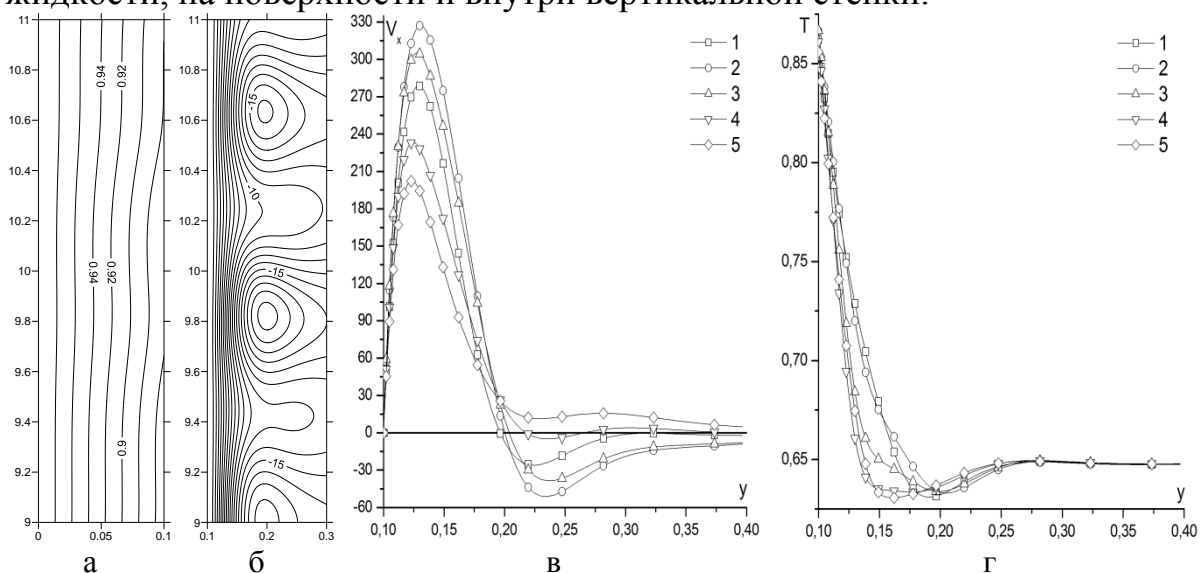


Рис. 4. Изотермы (а) в горячей стенке и изолинии функции тока (б) в пристеночной области в момент времени $t = 18,85$ при $Gr = 6 \cdot 10^6$, профили вертикальной компоненты скорости (в) и профили температуры (г) в сечении $x = 10$ в моменты времени: 1 – 18,85 сек; 2 – 20,3; 3 – 21,75; 4 – 23,2; 5 – 24,65

Учет конечной теплопроводности твердых стенок приводит к снижению интенсивности крупномасштабных конвективных течений, но не приводит к существенному изменению их структуры и структуры вторичных течений в режиме ламинарно-турбулентного перехода, что позволяет сделать вывод о слабом искажении локальных характеристик пограничного слоя в экспериментах с прозрачными стенками.

Пятая глава содержит результаты численного моделирования теплоотдачи от кристалла в методе Чохральского. В области подобной упрощенной технологической геометрии верхней части ростового узла, включающей в себя область над поверхностью расплава и состоящей из кри-

сталла, затравки, штока и холодного корпуса ростовой камеры, проведены расчеты в безразмерной постановке в кондуктивном, радиационно-кондуктивном, конвективном и радиационно-конвективном режиме теплоотдачи от кристалла. Расчеты проведены в диапазоне чисел Грасгофа $100 \leq Gr \leq 16000$ и диапазоне относительных длин кристаллов $1 \leq H/R_S \leq 8$, где H – высота кристалла, R_S – радиус кристалла, при относительной высоте всей области 10. Для определения относительной роли механизмов теплообмена проведены расчеты при фиксированных значениях характерных перепадов температуры между фронтом кристаллизации и холодным корпусом ростовой камеры последовательно в режимах теплопроводности (кондуктивном), радиационно-кондуктивном, конвективном и радиационно-конвективном режимах. Для определения влияния теплопроводности кристалла на кондуктивный, конвективный, радиационно-конвективный и радиационно-конвективный теплообмен проведены расчеты при двух значениях теплопроводности кристалла. При низкой теплопроводности $\lambda_{SL} = 1,51 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, характерной для оксидных монокристаллов, и при высокой теплопроводности $\lambda_{SH} = 26 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, характерной для монокристаллического кремния.

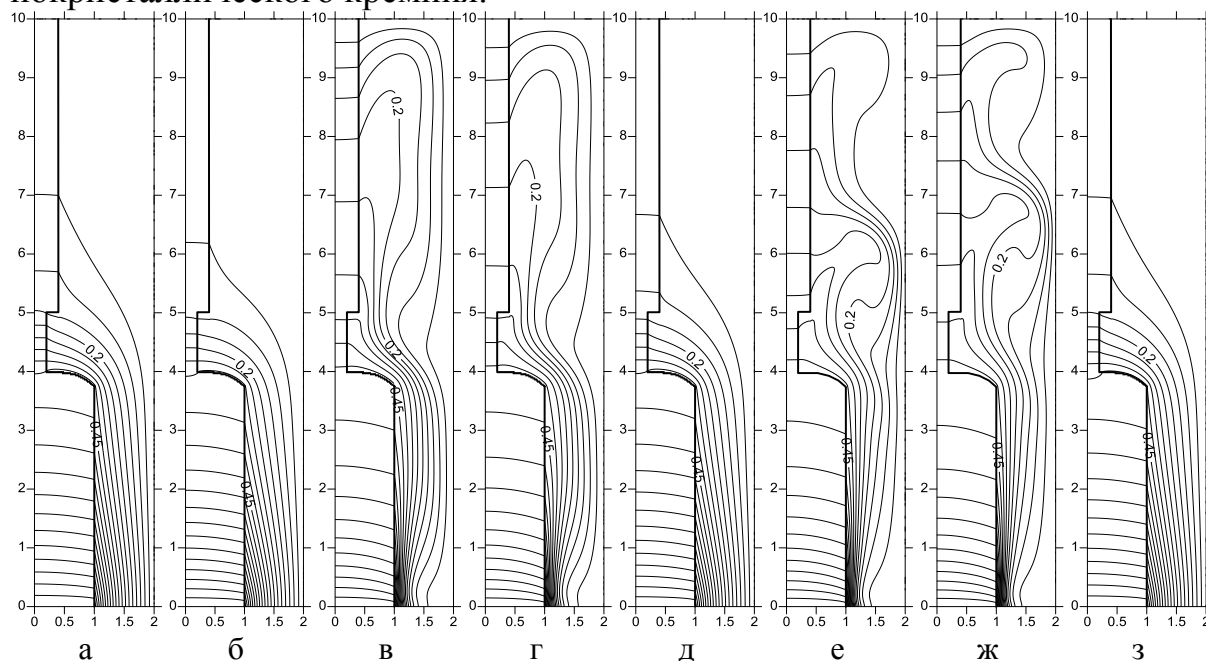


Рис. 5. Изотермы при различных режимах теплообмена: кондуктивном (а); радиационно-кондуктивном (б) при $\Delta T = 84\text{К}$ (эквивалентно $Gr = 1000$ в конвективном режиме); конвективном (в), радиационно-конвективном (г) и радиационно-кондуктивном (д), соответственно, при $\Delta T = 660\text{К}$ ($Gr = 8000$); конвективном (е), радиационно-конвективном (ж) и радиационно-кондуктивном (з) при $\Delta T = 1330\text{К}$ ($Gr = 16000$).

Поля температуры в кристаллах существенно зависят от режимов теплоотдачи с образующих кристалла (рис. 5). Расчеты полей температуры в кристаллах в режиме теплопроводности часто используются технологами, но являются слишком грубым приближением. Конвективный теплообмен существенно влияет на распределение температуры в кристаллах и

приводит к эффективному охлаждению, особенно у основания кристалла. Это связано с тем, что охлажденные на холодных стенках корпуса ростовой камеры потоки газа набегают на раскаленное основание кристалла. В результате, в значительной мере вырастают осевые и радиальные градиенты температуры у основания кристалла.

Радиационная теплоотдача существенно меняет распределение температуры на поверхности и внутри кристалла как в радиационно-кондуктивном, так и в радиационно-конвективном режиме теплообмена, значительно возрастают локальные тепловые потоки с боковой поверхности кристалла. Вклад конвективного теплообмена остается существенным и в режиме радиационно-конвективной теплоотдачи с поверхности кристалла. Характер радиальных распределений градиентов температуры и термических напряжений качественно не меняется при изменении теплопроводности кристалла. Но при большой теплопроводности термические напряжения в основании кристалла монотонно снижаются с ростом его длины, а при низкой теплопроводности в меньшей степени зависят от длины и, кроме того, зависимость имеет реверсивный характер: сначала градиенты температуры и термические напряжения нарастают при $H/R_s \leq 3$, а затем монотонно снижаются.

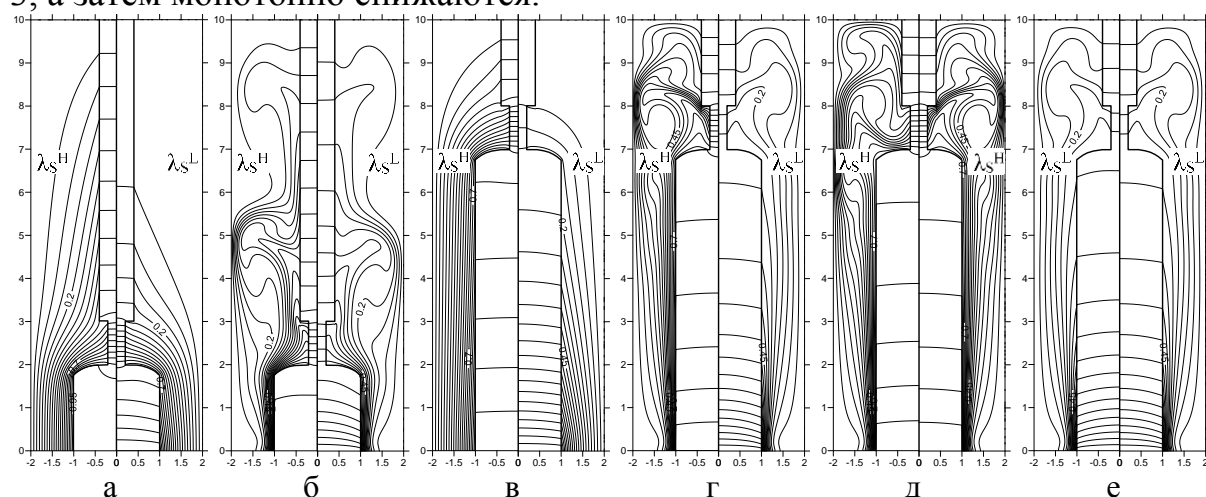


Рис. 6. Изотермы в различных режимах теплоотдачи при различных теплопроводностях (λ_S^L – низкая, λ_S^H – высокая) и длинах кристалла: а, в – кондуктивный режим; б, г – радиационно-конвективный режим; д, е – конвективный (слева) и радиационно-конвективный (справа) режим

С увеличением длины кристалла (рис. 6) существенно растет эффективность охлаждения кристалла, меняются распределения градиентов температуры внутри кристалла и эквивалентных напряжений. При небольших длинах кристалла поля градиентов температуры и эквивалентных напряжений из-за наличия зоны перехода от кристалла к затравке существенно неоднородны. С ростом длины кристалла области с большими градиентами температуры и термических напряжений остаются сосредоточенными в верхней части и вблизи фронта кристаллизации. Центральная часть с существенно меньшими градиентами температуры и напряжения-

ми с ростом длины кристалла постепенно увеличивается. Распределения температуры, градиента температуры и эквивалентных напряжений в центральной области кристалла начинают приближаться к линейному виду.

Представленные результаты позволяют на качественном и количественном уровне увидеть основные тенденции перестройки взаимосвязанных полей температуры в газе и в составном твердом теле “кристалл – заправка – шток”, определить тенденции в изменениях полей градиента температуры и эквивалентных термических напряжениях по Мизесу при увеличении относительной длины кристалла.

В **шестой главе** численно в трехмерной постановке задачи исследован сопряженный свободноконвективный теплообмен разогреваемого за счет пропуска электрического тока U-образного кремниевого стержня, помещенного в прямоугольный контейнер, заполненный газом, с изотермическими холодными стенками. На поверхности U-образного стержня выбрана контрольная точка, в которой за счет изменения напряжения электрического тока, пропускаемого через стержень, поддерживается постоянная температура. Исследована пространственная форма конвективных течений. Исследованы поля температуры в газе и в твердом теле. Рассмотрено влияние размера поперечного сечения U-образного стержня на пространственную форму конвективных течений и поля температуры и градиентов температуры в твердом теле.

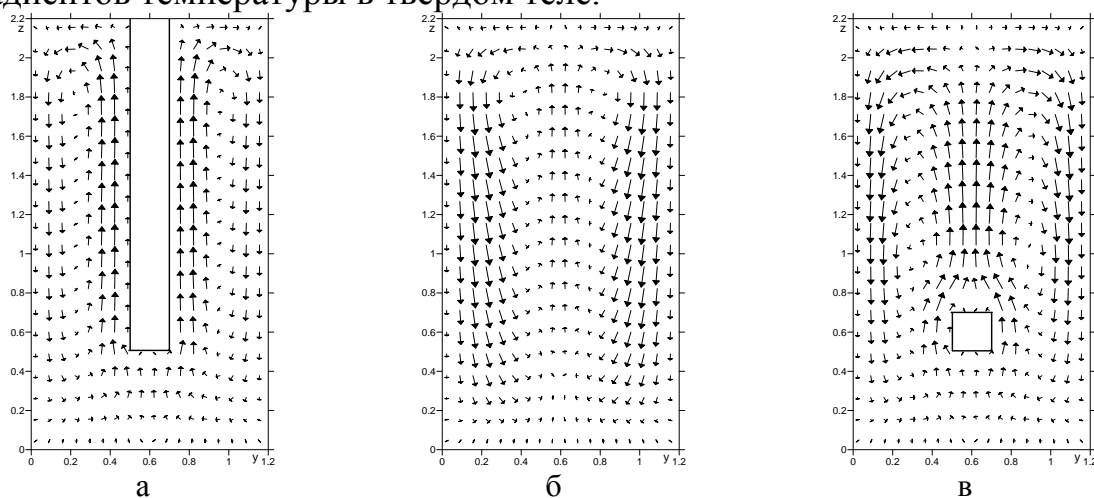


Рис. 7. Поле скорости в сечениях: а – $x = 0,6$; б – $0,25$; в – $1,1$

Структура конвективных течений имеет трехмерный характер и в системе возникают самозакрученные потоки (рис. 7-8). Конвективный механизм теплообмена оказывает значительное влияние на поле температуры внутри разогреваемого электрическим током U-образного тела. В результате чего поле температуры внутри кристалла становится заметно неоднородным (рис. 9).

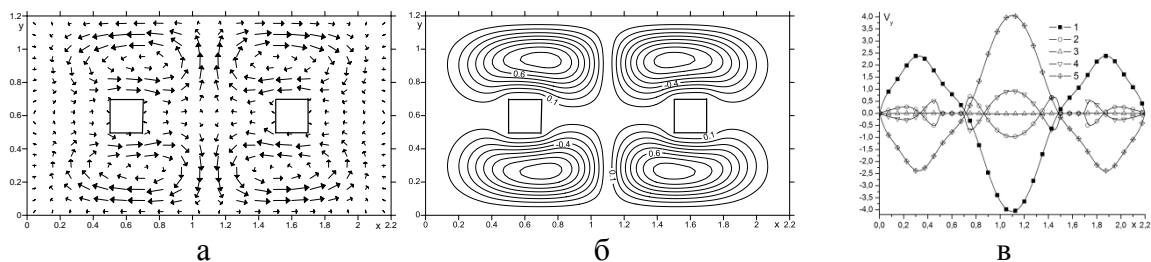


Рис. 8. Поле скорости (а), изолинии функции тока (б), профиль поперечной компоненты скорости (в) на уровне $z = 1,45$, в сечениях: 1 – $y = 0,25$; 2 – $0,55$; 3 – $0,6$; 4 – $0,65$; 5 – $0,95$

На рис. 9 отображены изотермы и поля градиентов внутри U-образного тела в различных сечениях: $x = 0,6$ – по центру вертикального стержня; $y = 0,6$ – по центру U-образного тела; $z = 0,6$ – по центру перемычки; $x = 1,1$ – поперечное центральное сечение перемычки. Хорошо заметно, что поле температуры внутри кристалла выражено неоднородно.

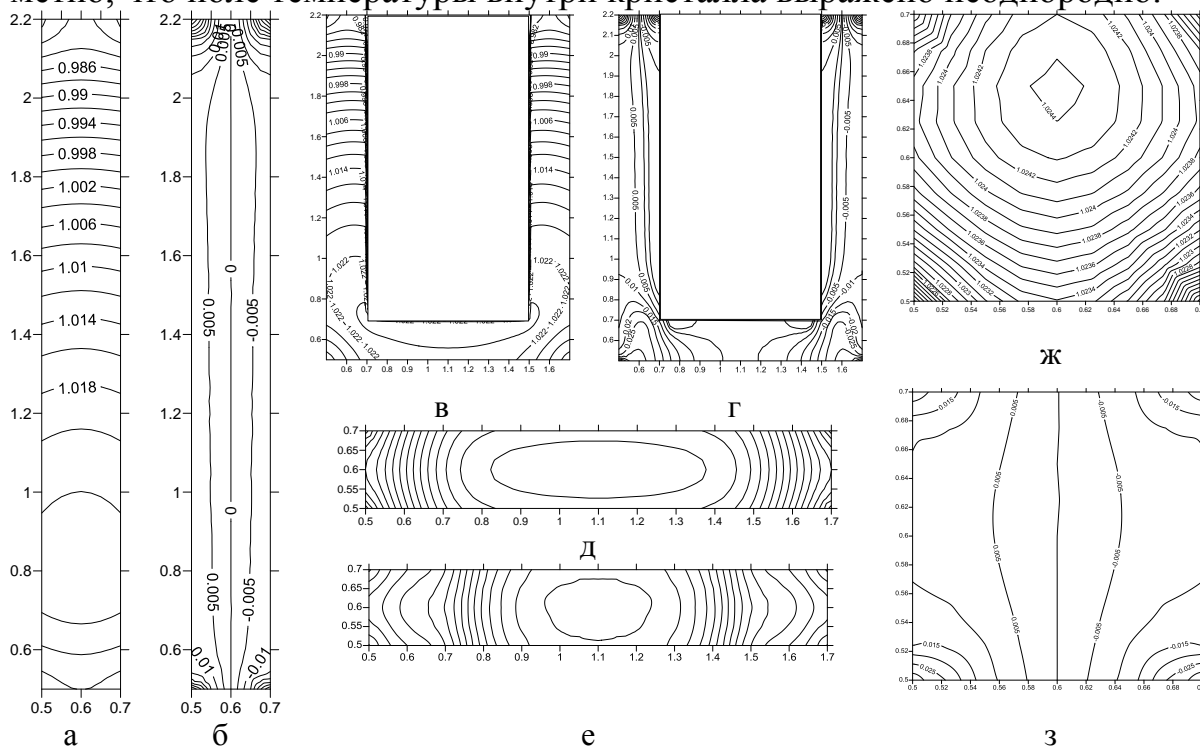


Рис. 9. Изотермы и поля градиентов внутри кристалла соответственно: а, б (dT/dy) – $x = 0,6$; в, г (dT/dx) – $y = 0,6$; д, е (dT/dz) – $z = 0,6$; ж, з (dT/dy) – $x = 1,1$

На рисунке 5в видно, что нижняя часть U-образного тела оказывается перегретой относительно верхней части. Это связано с более интенсивным разогревом за счет наличия перемычки. Интенсивности набегающего на перемычку потока холодного газа недостаточно, чтобы охладить ее до температуры верхней части U-образного тела, где находится контрольная точка. Так же существенно отличается пространственная форма конвективных течений, обтекающих перемычку и вертикальные стержни. Изотермы и поля градиентов температуры в центральном поперечном и продольном сечении перемычки показаны на рисунках 9д, 9е, 9ж и 9з. Видно,

что важную роль играет теплоотдача к холодному дну. Представленные на рисунках 9а, 9б, 9в и 9г данные показывают, что на внешних гранях стержня, обращенных к торцевым стенкам корпуса, и в меньшей степени на гранях, обращенных к лобовой и задней стенкам корпуса, за счет набегания холодных потоков газа резко увеличиваются градиенты температуры в твердом теле. Максимальные градиенты температур наиболее неоднородны и смещены к торцам перемычки.

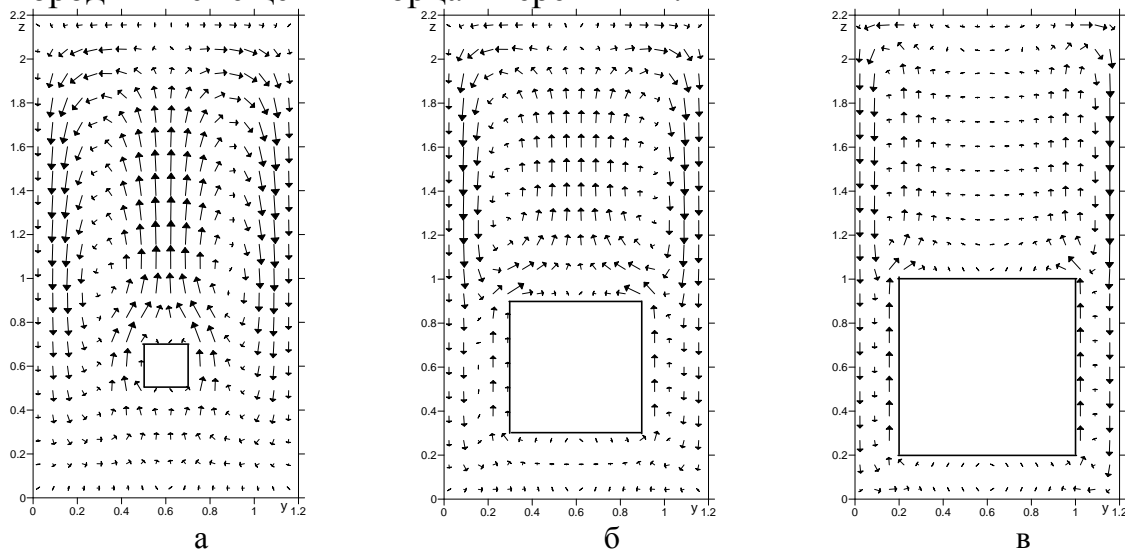


Рис. 10. Поля скорости в сечении $x = 1.1$ при поперечных сечениях стержня: а – $L = 0,1$ и $x = 0,25$; б – $0,3$ и $0,15$; в – $0,4$ и $0,1$

По мере осаждения кремния на U-образный стержень в реакторе выращивания кремния методом водородного восстановления трихлорсилана, растет поперечное сечение стержня. По мере увеличения поперечного сечения стержня растет степень загроможденности ростовой камеры твердым телом, уменьшаются зазоры между стенками камеры и стержнем (рис. 10). В след за этим меняется пространственная форма конвективного течения и поля температуры внутри кристалла и во всей области. Изменение полей температуры в твердом теле влечет за собой изменение тепловых потоков и полей термических напряжений. На внешних гранях вертикальных стержней, обращенных к торцевым стенкам корпуса, изменение структуры конвективного течения и пограничных слоев приводят к резкому увеличению градиентов температуры в твердом теле и их существенной неоднородности. С ростом сечения стержня и загромождения камеры изменение пространственной формы восходящей струи газа, натекающей на нижнюю грань перемычки, приводит к изменению поля изотерм на ней и существенно отличающейся конфигурацией поля градиентов температур. Максимальные градиенты температуры наиболее неоднородны и смещены к торцам перемычки при меньшем поперечном сечении стержня. При всех поперечных сечениях важную роль играет теплоотдача к холодному дну.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Реализован пакет программ, позволяющий проводить численные исследования стационарных и нестационарных конвективных течений в ламинарных режимах и режиме ламинарно-турбулентного перехода. Разработанные средства позволяют проводить исследования сложного сопряженного теплообмена в кондуктивном, радиационно-кондуктивном, конвективном, радиационно-конвективном режимах.
2. Разработан и реализован метод аппроксимации вихря скорости на жестких криволинейных границах, основанных на применении согласованных результатов. Метод подходит для 2D и 3D-моделирования и не налагает дополнительных ограничений на сетку.
3. Разработан и реализован вариант метода расчета угловых коэффициентов для осесимметричной постановки задачи, позволяющий учитывать многократные отражения радиационных потоков в системе. Для увеличения быстродействия вычисления проводятся в полуаналитическом виде, расчет углов видимости проводится на основе метода обратной трассировки лучей.
4. Реализован метод учета радиационных потоков при моделировании сложного теплообмена в сопряженной постановке. Показано, что поля температуры в кристаллах в методе Чохральского существенно зависят от режимов теплоотдачи с образующих кристалла. Конвективный теплообмен существенно влияет на распределение температуры в кристаллах и приводит к эффективному охлаждению, особенно у основания кристалла. Радиационная теплоотдача существенно меняет распределение температуры на поверхности и внутри кристалла как в радиационно-кондуктивном, так и в радиационно-конвективном режиме теплообмена, значительно возрастают локальные тепловые потоки с боковой поверхности кристалла.
5. Разработан и реализован метод, позволяющий при проведении моделирования сложного теплообмена в сопряженной трехмерной постановке учитывать зависимость электрического сопротивления от температуры разогреваемого электрическим током массивного тела. Показано, что разогреваемый электрическим током U-образный кремниевый стержень, помещенный в корпус с изотермическими холодными стенками, разогревается неравномерно. Значительное влияние на поле температуры в кремниевом стержне оказывает конвективный теплообмен. Структура конвективных течений имеет трехмерный характер и в системе возникают закрученные потоки. Выяснено, что с ростом поперечной площади стержня значительно меняется пространственная форма конвективных течений и резко падает интенсивность конвективных течений. Снижение интенсивности и перестройка пространственной формы конвективных течений в значительной мере влияет на поле температуры внутри U-образного тела.

6. С использованием разработанного комплекса программ проведено прямое численное моделирование (DNS) сопряженного конвективного теплообмена в вертикальном слое жидкости в ламинарном режиме и режиме ламинарно-турбулентного перехода, ограниченного вертикальными стенками конечной теплопроводности, на внешних границах которых заданы постоянные температуры. Воспроизведена наблюдаемая экспериментально смена режимов течения и структура вторичных вихрей при ламинарно-турбулентном переходе. Показано, что внутри твердых стенок конечной теплопроводности формируется неоднородное поле температуры, и распределение температуры на рабочих поверхностях стенок становится выражено нелинейным. При $Gr = 6 \cdot 10^6$ наблюдается неустойчивость свободно-конвективного пограничного слоя при $Ra_x = 5,28 \cdot 10^8$. Вниз по потоку формируются вторичные вихри, которые сносятся основным течением. Все вихри на горячей стенке вращаются в одну сторону, в головной части вихрей горячая жидкость уходит от стенки в ядро, а в кормовой части вихрей на стенку натекает холодная жидкость из ядра слоя. В результате на поверхности и внутри вертикальных стенок начинает бежать тепловая волна. Учет конечной теплопроводности твердых стенок приводит к снижению интенсивности крупномасштабных конвективных течений, но не приводит к существенному изменению их структуры и структуры вторичных течений в режиме ламинарно-турбулентного перехода.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Журналы из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук:

1. **Бердников В.С., Митин К.А.** Сопряженный конвективный теплообмен в вертикальном слое жидкости // Журнал "Вестник НГУ: Серия Физика", 2012, т.7, вып.1, с. 70-79.
2. **Бердников В.С., Митин К.А., Митина А.В.** Сопряженный теплообмен U-образного кремниевого стержня с окружающей средой в режиме термогравитационной конвекции газа // Вестник НГУ. Серия физика. – 2014. – Т. 9, вып. 3. С. 63 - 74.
3. **Бердников В.С., Митин К.А., Кислицын С.А.** Влияние нестационарной гравитационно-капиллярной конвекции на поля температуры в тонкой стенке // Научный вестник НГТУ. – 2014. – Т. 57, № 4. С. 131 – 146.
4. **Бердников В.С., Митин К.А., Митина А.В.** Влияние конвективной теплоотдачи на поле температуры в низкотеплопроводной вертикальной стенке // Тепловые процессы в технике – 2015. – Т. 7, № 3. – С. 103-108.

5. **Бердников В. С., Митин К. А., Митина А. В.** Влияние относительного размера U-образного кремниевого стержня на сопряженный теплообмен в режиме термогравитационной конвекции газа // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2015. Т. 10, вып. 3. С. 76–88.
6. **Бердников В.С., Митин К.А.** Влияние режимов теплоотдачи на поля температуры и термических напряжений в монокристаллах // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2016. Т. 80, № 1. С.75-80

В других изданиях:

7. **Бердников В. С., Митин К. А., Митина А. В.** Сопряженный теплообмен разогреваемого электрическим током U-образного кремниевого стержня с окружающей средой в режиме термогравитационной конвекции // Труды XII Международной конференции “Актуальные проблемы электронного приборостроения” (АПЭП - 2014). Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет. – 2014. – Т.6. – С. 189-193.
8. **Бердников В.С., Митин К.А., Клещенок М.С.** Влияние геометрии на поля температуры и термических напряжений в кристаллах кремния в режимах радиационно-конвективной теплоотдачи // Труды XII Международной конференции “Актуальные проблемы электронного приборостроения” (АПЭП - 2014). Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет. – 2014. – Т.6. – С. 194-198.
9. **Бердников В.С., Митин К.А., Митина А.В.** Влияние конвективной теплоотдачи на поле температуры в низкотеплопроводной вертикальной стенке // Шестая российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ-6) 27-31 октября 2014 года, Москва. Секция 2. Свободная конвекция. 07pdf. - 4 стр.
10. **Бердников В.С., Митин К.А.** Радиационно-конвективная теплоотдача от кристалла низкой теплопроводности в окружающую среду в методе Чохральского // Шестая российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ-6) 27-31 октября 2014 года, Москва. Секция 2. Свободная конвекция. 06pdf. – 5 стр.

Подписано в печать 19.02.2016 г. Формат 60 x 84 x 1/16

Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Печ. л. 1.5.

Заказ № 307

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, тел./факс: (383) 346-08-57