На правах рукописи

Чубич Владимир Михайлович

АКТИВНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Специальность 05.13.17 – «Теоретические основы информатики»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Новосибирск - 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный консультант:	доктор технических наук, профессор Денисов Владимир Иванович
Официальные оппоненты:	Лецкий Эдуард Константинович, доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ), заведующий кафедрой «Автоматизированные системы управления»;
	Ломов Андрей Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, старший научный сотрудник;
	Огородников Василий Александрович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, главный научный сотрудник
Ведущая организация:	Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Защита состоится «20» февраля 2014 г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, Новосибирск, пр. К.Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета.

Автореферат разослан «   » декабря 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Райфельд Михаил Анатольевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В настоящее время математическое моделирование играет фундаментальную роль в науке и технике и является одним из активно развивающихся перспективных научных направлений в области информатики.

Проблема идентификации, связанная с построением математических моделей динамических систем по экспериментальным данным, относится к одной из основных проблем теории и практики автоматического управления. Ее качественное решение способствует эффективному применению на практике современных математических методов и наукоемких технологий, например, при расчете и проектировании систем управления подвижными (в том числе авиационно-космическими) и технологическими объектами, построении прогнозирующих моделей (например, в экономике и бизнес-процессах), конструировании следящих и измерительных систем.

Первоначально методология построения динамических моделей развивалась в рамках пассивного подхода, при котором идентификация проводится в режиме нормальной эксплуатации исследуемой системы. Современная теория включает в себя также методы активной идентификации, предполагающие подачу на вход исследуемой системы определенным образом синтезированных управляющих сигналов. Например, в конечно-частотном методе оценивания параметров линейных стационарных моделей непрерывных или дискретных систем, развиваемом А.Г. Александровым и Ю.Ф. Орловым, тестирующий сигнал представляет собой сумму гармоник, число которых не превышает размерности пространства состояний.

Применение теории планирования экспериментов при параметрической идентификации динамических систем также предоставляет исследователю дополнительные эффективные возможности в получении качественной модели. Связанное с этим научное направление развивается достаточно интенсивно как в нашей стране, так и за ее пределами. Несмотря на достигнутый определенный прогресс в этой области, можно отметить, что в настоящий момент рассмотрены и решены далеко не все вопросы, относящиеся к проблеме активной параметрической идентификации стохастических динамических систем на основе планирования эксперимента. Данное обстоятельство особенно с учетом необходимости привлечения все более серьезного математического аппарата для качественного описания поведения сложных динамических систем позволяет считать весьма актуальной разработку соответствующего математического и программного обеспечения.

Степень разработанности проблемы. Проблеме активной параметрической идентификации динамических систем на основе планирования эксперимента посвящено большое число публикаций в нашей стране и за ее пределами. Среди этих трудов доминирующее положение занимают работы, посвященные вопросам планирования входных сигналов для моделей передаточных функций и моделей в пространстве состояний. Отметим, что в современных исследованиях синтез оптимальных входных сигналов осуществляется как методами теории оптимального планирования эксперимента, так и методами теории оптимального управления.

Анализ современного состояния проблемы активной параметрической идентификации стохастических динамических систем показал, что наиболее значительный прогресс в ее решении достигнут применительно к линейным стационарным моделям и к моделям (в общем случае нелинейным) с детерминированными уравнениями состояний. Этому способствовали, в частности, труды таких признанных специалистов, как А.Ж. Абденов, Ю.П. Адлер, В.Г. Горский, В.И. Денисов, Э.К. Лецкий, В.Н. Овчаренко, А.А. Попов, А.М. Талалай в нашей стране и Г. Гудвин, М. Зейроп, Л. Льюнг, Р. Мехра, Р. Пейн, Л. Пронзато, Э. Уолтер за рубежом. Указанная проблема не рассматривалась для стохастических линейных нестационарных и нелинейных моделей с вхождением неизвестных параметров в уравнения состояния и измерения, в начальные условия и в ковариационные матрицы шумов системы и измерений. В данной диссертационной работе решается проблема активной параметрической идентификации преимущественно для таких моделей.

Предмет исследования. Предмет исследования диссертационной работы составляет проблема активной параметрической идентификации стохастических динамических систем с предварительно выбранной модельной структурой.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка математического и программного обеспечения активной параметрической идентификации, ориентированного в основном на работу с гауссовскими линейными нестационарными и линеаризованными дискретными и непрерывно-дискретными моделями, содержащими неизвестные параметры в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе ставятся и решаются следующие основные задачи:

1. Вывод выражений для информационных матриц Фишера (ИМФ) в случае линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей с разработкой соответствующих вычислительных алгоритмов.

2. Вывод соотношений для производных информационных матриц Фишера по компонентам входного сигнала или вектора начальных условий и разработка соответствующих вычислительных алгоритмов.

3. Разработка градиентных процедур планирования входных сигналов или начальных условий, ориентированных на применение как методов теории планирования оптимального эксперимента, так и методов теории оптимального управления.

4. Разработка снабженных пользовательским интерфейсом программных комплексов активной параметрической идентификации стохастических динамических систем.

Теоретическая и методологическая база исследования. Исследования базируются на корректном использовании результатов теории планирования эксперимента, математической статистики, теории случайных процессов, методов оптимизации, теории автоматического управления и линейной алгебры.

Научная новизна. Получены следующие новые результаты, которые **выносятся на защиту**:

1. Впервые выведены выражения ИМФ для гауссовских линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей с параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

2. Разработаны алгоритмы вычисления ИМФ для гауссовских линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей.

3. Разработаны алгоритмы вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных дискретных и непрерывно-дискретных моделей, дискретных моделей, полученных в результате временной или статистической линеаризации и непрерывно - дискретных моделей, полученных в результате временной линеаризации.

4. Разработаны прямые и двойственные градиентные процедуры синтеза А- и D- оптимальных входных сигналов для гауссовских линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей с параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

5. Разработан алгоритм вычисления производных ИМФ по компонентам вектора начальных условий для линейных нестационарных дискретных моделей.

6. Разработаны и программно реализованы прямая и двойственная градиентные процедуры синтеза А- и D- оптимальных начальных условий для линейных нестационарных дискретных моделей с параметрами в уравнениях состояния и измерения, в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

7. Показано, что в случае использования следа ИМФ в качестве критерия оптимальности задача планирования входных сигналов для гауссовских дискретных моделей, полученных в результате временной линеаризации, может быть сведена к задаче дискретного оптимального управления. Разработана и программно реализована соответствующая процедура синтеза оптимальных входных сигналов.

8. Разработаны и программно реализованы прямая и двойственная процедуры синтеза А- и D- оптимальных входных сигналов для установившегося режима гауссовских линейных стационарных дискретных моделей с неизвестными параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

9. Разработаны снабженные пользовательским интерфейсом программные комплексы ПК-I и ПК-II, предназначенные для активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных и непрерывно-дискретных систем соответственно.

Все научные результаты, выносимые на защиту, получены автором лично. Исключение составляют алгоритмы вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных непрерывно-дискретных моделей и моделей, полученных в результате временной линеаризации, разработанные совместно с аспиранткой Новосибирского государственного технического университета Е.В. Филипповой, а также программные комплексы ПК-I и ПК-II.

Программный комплекс ПК-I создан совместно с доцентом кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета О.С. Черниковой. При этом автором разработаны программы вычисления ИМФ и их производных по компонентам входного сигнала, программы нахождения значений критериев максимального правдоподобия и программы построения A- и D-оптимальных входных сигналов.

Программный комплекс ПК-II создан совместно с Е.В. Филипповой. Здесь автором разработаны программа вычисления ИМФ, программа нахождения значения критерия максимального правдоподобия и программы построения A- и D-оптимальных входных сигналов.

Проектирование и реализация интерфейса к программным комплексам ПК-I и ПК-II осуществлялись совместно с О.С. Черниковой и Е.В. Филипповой.

Практическая значимость и реализация результатов исследования. Применение разработанного в диссертации программно-математического обеспечения позволит получать для технических систем различной природы качественные математические модели в пространстве состояний и может использоваться при расчете и проектировании систем автоматического управления.

Результаты диссертационных исследований нашли практическое применение в ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет» (хоздоговорные работы на кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок, учебный процесс на факультете прикладной математики и информатики) и в Институте фундаментальной подготовки Сибирского федерального университета (научные исследования и учебный процесс на кафедре математического обеспечения дискретных устройств и систем), что подтверждено соответствующими справками о внедрении.

Разработанные процедуры и алгоритмы реализованы в программных комплексах ПК-I и ПК-II активной параметрической идентификации стохастических нелинейных соответственно дискретных и непрерывно-дискретных систем (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011612716. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). - 2011; Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011612718. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). - 2011), в программном комплексе ПК-III активной параметрической идентификации стохастических нестационарных линейных дискретных систем (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012612281. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). - 2012).

Диссертационная работа выполнялась в рамках тематических планов НИР НГТУ по заданию Министерства образования и науки Российской Федерации на 2002-2005 гг. «Математическое моделирование многофакторных объектов на основе наблюдений» (№ 1.1.02), на 2006-2008 гг. «Моделирование статических и динамических многофакторных объектов стохастической природы и исследование вероятностных закономерностей» (№ 1.1.06), на 2009-2010 гг. «Методы и технологии моделирования и планирования экспериментов для исследования сложных многофакторных объектов» (№ 1.1.09), а также являлась частью исследований по ведомственной целевой программе «Развитие научного потенциала высшей школы» в 2006-2008 гг. (код проекта РНП.2.1.2.43) и федеральной целевой программой «Интеграция науки и высшего образования на 2002-2006 гг.» (код проекта Б0097/1376).

Проведение диссертационных исследований было поддержано грантами Федерального агентства по образованию (государственный контракт от «18» ноября 2009 г. № П2365, научный руководитель Чубич В.М.) и Министерства образования и науки Российской Федерации (государственный контракт от «05» октября 2010 г. № 14.740.11.0587, научный руководитель Чубич В.М.) в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.»

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует п. 5 области исследований «Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях, разработка и исследование методов и алгоритмов анализа текста, устной речи и изображений» паспорта специальности научных работников 05.13.17 – «Теоретические основы информатики» по техническим наукам.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и симпозиумах: Российская научно-техническая конференция «Информатика и проблемы телекоммуникаций» (г. Новосибирск, 1994 г.); Международные конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (г. Новосибирск, 1994 г., 2010 г.); Международные научно-технические конференции «Информатика и проблемы телекоммуникаций» (г. Новосибирск, 1995 г., 1997г.); Российско-Корейские Международные Симпозиумы «Наука и технологии» KORUS’2003, KORUS’2004, KORUS’2005 (г. Ульсан, Корея, 2003 г., г.Томск, 2004 г., г. Новосибирск, 2005 г.); Всероссийская научно-практическая конференция «Перспективы развития информационных технологий» (г. Новосибирск, 2010 г.); Международная научно-техническая конференция «Системный анализ и информационные технологии» SAIT’2010 (г. Киев, Украина, 2010г.); Международная конференция IASTED по автоматике, управлению и информационным технологиям «Управление, диагностика и автоматика» ACIT-CDA’2010 (г. Новосибирск, 2010 г.), а также на научных сессиях факультета прикладной математики и информатики ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет».

Публикации. Всего по результатам выполненных исследований опубликованы 42 работы общим объемом 39,6 п.л. (авторских 21,3 п.л.), в том числе монография, 20 статей в журналах из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук, 4 статьи в других журналах и сборниках научных трудов, 12 публикаций в материалах и сборниках трудов Международных и Российских конференций, 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из списка основных обозначений и сокращений, введения, шести глав, заключения, списка использованных источников из 212 наименований и приложения. Общий объем работы составляет 247 страниц, включая 243 страницы основного текста, 34 рисунка и 7 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первом разделе** рассматривается проблема активной параметрической идентификации стохастических динамических систем и ставятся задачи диссертационного исследования.

Изложению теоретических и методологических основ активной параметрической идентификации на основе планирования эксперимента посвящен подраздел 1.1.

В общем случае процедура активной идентификации на основе планирования эксперимента включает в себя выполняемые в определенной последовательности следующие этапы: определение структуры математической модели; подготовка данных наблюдений; оценивание параметров, входящих в модель; планирование эксперимента; проверка адекватности модели.

В диссертационной работе решается проблема активной идентификации стохастических динамических систем с предварительно выбранной модельной структурой. В этом случае *процедура активной параметрической идентификации* [12-15,17-21] предполагает

а) вычисление оценок неизвестных параметров по измерительным данным, соответствующим некоторому плану эксперимента;

б) синтез на основе полученных оценок оптимального плана эксперимента;

в) пересчет оценок параметров по измерительным данным, соответствующим синтезированному плану.

Оценивание неизвестных параметров математической модели осуществляется по данным наблюдений Ξ в соответствии с критерием идентификации χ. Сбор числовых данных происходит в процессе проведения идентификационных экспериментов, которые выполняются по некоторому дискретному плану ξ_ν.

Критерий идентификации формируется в соответствии с выбранным методом статистического оценивания. Выделим, прежде всего, метод наименьших квадратов, не требующий знания закона распределения измерительных данных, метод максимального правдоподобия, использующий знание закона распределения выборочных данных, и метод максимума апостериорной вероятности, предполагающий случайность оцениваемых параметров и знание законов распределения оцениваемых параметров и измерительных данных.

Структурно-вероятностное описание рассматриваемых в диссертационной работе моделей и детерминированная природа подлежащих оцениванию неизвестных параметров обусловили выбор в качестве метода статистического оценивания *метод максимального правдоподобия* (ММП). Известно, что при выполнении некоторых общих условий (условий регулярности), накладываемых на функцию правдоподобия, оценки максимального правдоподобия обладают такими важными для практики асимптотическими свойствами как асимптотическая несмещенность, состоятельность, асимптотическая эффективность и асимптотическая нормальность.

При заданном критерии идентификации задача нахождения оценок неизвестных параметров заключается в решении задачи нелинейного программирования с ограничениями:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\chi(\theta; \Xi) \right].$$

В диссертационной работе для численного нахождения оценок неизвестных параметров, а также для синтеза непрерывных оптимальных планов используется *метод последовательного квадратичного программирования*.

При построении моделей динамических систем теория планирования эксперимента позволяет различными способами воздействовать на повышение точности оценивания неизвестных параметров. В диссертационной работе рассматривается планирование входных сигналов и начальных условий.

Приводятся необходимые для последующего изложения материалов диссертации сведения из теории планирования эксперимента [1,2,4,6,12-15,19-21]: даются определения дискретного (точного) и непрерывного нормированных планов, нормированной информационной матрицы, A–, D –, G–оптимальных планов; указываются свойства нормированных информационных матриц; формулируется обобщенная теорема эквивалентности; рассматриваются прямая и двойственная градиентные процедуры синтеза непрерывных A– и D – оптимальных планов; выписываются градиенты, необходимые для применения этих процедур; дается алгоритм «округления» непрерывного плана до точного.

В подразделе 1.2 выполняется анализ современного состояния проблемы активной параметрической идентификации стохастических динамических систем на основе планирования эксперимента.

Структурно - вероятностное описание используемых в диссертационной работе моделей содержится в подразделе 1.3. Предполагается, что все модели удовлетворят условиям управляемости, наблюдаемости и идентифицируемости.

Рассмотрены вопросы активной параметрической идентификации нелинейных

$$x(t_{k+1}) = f\left[x(t_k), u(t_k), t_k\right] + \Gamma(t_k) w(t_k); \tag{1}$$

$$y(t_{k+1}) = h\left[x(t_{k+1}), t_{k+1}\right] + v(t_{k+1}),\ k = 0,1,\ldots,N-1, \tag{2}$$

линейных нестационарных

$$x(t_{k+1}) = a\left[u(t_k), t_k\right] + F(t_k)x(t_k) + \Gamma(t_k)w(t_k); \tag{3}$$

$$y(t_{k+1}) = A(t_{k+1}) + H(t_{k+1})x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}),\ \ k = 0,1,\ldots,N-1, \tag{4}$$

и линейных стационарных

$$x(t_{k+1}) = Fx(t_k) + \Psi u(t_k) + \Gamma w(t_k); \tag{5}$$

$$y(t_{k+1}) = Hx(t_{k+1}) + v(t_{k+1}),\ \ k = 0,1,\ldots,N-1, \tag{6}$$

дискретных моделей. Здесь $x(t_k)$ – n - вектор состояния; $u(t_k)$ – детерминированный r - вектор управления (входа); $w(t_k)$ – p - вектор шума системы (возмущения); $y(t_{k+1})$ – m - вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m - вектор шума (ошибки) измерения. Случайные векторы $w(t_k)$ и $v(t_{k+1})$ образуют стационарные белые гауссовские последовательности, для которых

$$E\left[w(t_k)\right] = 0,\ E\left[w(t_k)w^T(t_i)\right] = Q\delta_{ki};$$

$$E\left[v(t_{k+1})\right] = 0,\ E\left[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})\right] = R\delta_{ki};$$

$$E\left[\nu(t_{k+1})w^T(t_i)\right] = 0,\ k,i = 0,1,\ldots,N-1$$

($E[\bullet]$ - оператор математического ожидания, δ_{ki} - символ Кронекера). Начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$E\left[x(t_0)\right] = \bar{x}(t_0),\quad E\left\{\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]^T\right\} = P(t_0)$$

и не коррелирует с $w(t_k)$ и $v(t_{k+1})$ при любых значениях переменной k. Неизвестные постоянные параметры $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s)$ могут содержаться в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

Также в диссертационной работе рассмотрены вопросы активной параметрической идентификации нелинейных

$$\frac{d}{dt}x(t) = f\left[x(t), u(t), t\right] + \Gamma(t)w(t),\ t \in \left[t_0, t_N\right]; \tag{7}$$

$$y(t_{k+1}) = h\left[x(t_{k+1}), t_{k+1}\right] + v(t_{k+1}),\ k = 0,1,\ldots,N-1, \tag{8}$$

и линейных нестационарных

$$\frac{d}{dt}x(t) = a\left[u(t), t\right] + F(t)x(t) + \Gamma(t)w(t),\ t \in \left[t_0, t_N\right]; \tag{9}$$

$$y(t_{k+1}) = A(t_{k+1}) + H(t_{k+1})x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}),\ \ k = 0,1,\ldots,N-1, \tag{10}$$

непрерывно – дискретных моделей. Здесь $x(t)$ – n - вектор состояния; $u(t)$ – детерминированный r - вектор управления (входа); $w(t)$ – p - вектор шума системы (возмущения); $y(t_{k+1})$ – m- вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m-вектор шума (ошибки) измерения. Случайные векторы $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ являются стационарными белыми гауссовскими шумами, для которых

$$E\left[w(t)\right] = 0, \quad E\left[w(t)w^T(\tau)\right] = Q\delta(t-\tau);$$

$$E\left[v(t_{k+1})\right] = 0, \quad E\left[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})\right] = R\delta_{ki};$$

$$E\left[v(t_{k+1})w^T(\tau)\right] = 0,\ k,i = 0,1,\ldots,N-1,\ \tau \in \left[t_0, t_N\right]$$

($\delta(\bullet)$ - дельта-функция Дирака**).** Начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$E\left[x(t_0)\right] = \bar{x}(t_0), \quad E\left\{\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]\left[x(t_0) - \bar{x}(t_0)\right]^T\right\} = P(t_0)$$

и не коррелирует с $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ при любых значениях переменной k. Неизвестные постоянные параметры $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s)$ могут содержаться в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

При активной параметрической идентификации нелинейных систем, описывающихся моделями (1), (2) или (7), (8), в диссертационной работе применяются *временная* [7,8,14,15,17,19,20] и *статистическая линеаризации* [11,12,21], в результате чего исходная задача сводится к соответствующей задаче для модели вида (3), (4) или (9), (10) со специальным образом определенными векторами $a(t_k)$, $A(t_{k+1})$ и матрицами $F(t_k), H(t_{k+1})$.

В подразделе 1.4 определяется цель и ставятся задачи исследования.

Во **втором разделе** рассмотрены алгоритмические аспекты оценивания неизвестных параметров моделей стохастических динамических систем методом максимального правдоподобия. Основу раздела составляют алгоритмы из [1], модифицированные в плане вычислительной экономичности и универсальности, что позволило обеспечить возможность их применения как к линейным нестационарным, так и к линеаризованным дискретным и непрерывно - дискретным моделям.

Предположим, что экспериментатор может произвести ν независимых запусков системы, причем сигнал U_1 он подает на вход системы k_1 раз, сигнал U_2 - k_2 раз и т.д., наконец, сигнал U_q - k_q раз. В этом случае дискретный нормированный план эксперимента представляет собой совокупность точек $U_1, U_2, \ldots, U_q$ и соответствующих им долей повторных запусков:

$$\xi_\nu = \left\{ \begin{matrix} U_1, U_2, \ldots, U_q \\ \dfrac{k_1}{\nu}, \dfrac{k_2}{\nu}, \ldots, \dfrac{k_q}{\nu} \end{matrix} \right\}, \; U_i \in \Omega_U, \; i=1,2,\ldots,q. \tag{11}$$

Множество планирования Ω_U определяется ограничениями на условия проведения эксперимента.

Обозначим через Y_{ij} j-ю реализацию выходного сигнала, соответствующую i-му входному сигналу U_i $(j=1,2,\ldots,k_i)$: $Y_{ij} = \begin{bmatrix} y^{ij}(t_1) \\ y^{ij}(t_2) \\ \ldots \\ y^{ij}(t_N) \end{bmatrix}$. В результате проведения по плану ξ_ν идентификационных экспериментов будут подготовлены данные наблюдений $\Xi = \left\{ \left(U_i, Y_{ij} \right), i = 1, 2, ..., q,\ j = 1, 2, ..., k_i \right\}$.

Воспользуемся ММП для оценивания неизвестных параметров. В соответствии с этим методом необходимо найти такие значения параметров $\hat{\theta}$, для которых

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\chi\left(\theta; \Xi\right) \right] = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[-\ln L\left(\theta; \Xi\right) \right], \tag{12}$$

где $\ln L\left(\theta; \Xi\right)$ - логарифмическая функция правдоподобия, которую необходимо составить.

Поскольку запуски системы выполняются независимо, критерий максимального правдоподобия $\chi(\theta; \Xi)$ связан с логарифмическими функциями правдоподобия для одного запуска $\ln L(\theta; U_i, Y_{ij})$ соотношением

$$\chi(\theta; \Xi) = -\sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{k_i} \ln L(\theta; U_i, Y_{ij}), \tag{13}$$

где $\ln L(\theta; U_i, Y_{ij})$ выписывается для каждой модельной структуры по-своему.

Применение метода последовательного квадратичного программирования для численного решения оптимизационной задачи (12) предполагает разработку алгоритмов, позволяющих вычислять значения критерия идентификации и его градиента.

В подразделе 2.1 излагаются вопросы оценивания параметров моделей дискретных систем. В этом случае точки спектра плана (11) имеют следующую структуру:

$$U_i^T = \left\{ \left[u^i(t_0) \right]^T, \left[u^i(t_1) \right]^T, \ldots, \left[u^i(t_{N-1}) \right]^T \right\},\ i = 1, 2, \ldots, q.$$

Для линейных нестационарных моделей дискретных систем критерий максимального правдоподобия (13) записывается в виде [1]

$$\chi(\theta; \Xi) = \frac{Nm\nu}{2} \ln 2\pi +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1}) \right)^T B^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) + \frac{\nu}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B(t_{k+1}), \tag{14}$$

где $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ вычисляются по уравнениям дискретного фильтра Калмана.

Для линеаризованных моделей дискретных систем выражение критерия максимального правдоподобия (13) записывается следующим образом [12,15,21]:

$$\chi(\theta;\Xi)=\frac{Nm\nu}{2}\ln 2\pi+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1})\right)^T\left(B^i(t_{k+1})\right)^{-1}\varepsilon^{ij}(t_{k+1})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{k=0}^{N-1}k_i\ln\det B^i(t_{k+1}), \qquad (15)$$

где $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B^i(t_{k+1})$ вычисляются по уравнениям дискретного фильтра Калмана и зависят от вида (временная или статистическая) линеаризации модели.

Приводятся алгоритмы вычисления значений критериев максимального правдоподобия (14) и (15) при некотором значении θ.

Продифференцировав равенства (14) и (15) по θ_α, получим аналитические выражения для производных $\frac{\partial\chi(\theta;\Xi)}{\partial\theta_\alpha}$, послужившие основой при разработке алгоритмов вычисления градиентов соответствующих критериев максимального правдоподобия.

В подразделе 2.2 рассматриваются вопросы оценивания параметров моделей непрерывно - дискретных систем. В этом случае точки спектра плана (11) имеют следующий вид: $U_i=u^i(t),\ t\in[t_0,t_N],\ i=1,2,\ldots,q$.

Для линейных нестационарных моделей непрерывно - дискретных систем критерий максимального правдоподобия записывается в виде (14), но $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ вычисляются здесь по уравнениям непрерывно - дискретного фильтра Калмана.

Для линеаризованных моделей непрерывно - дискретных систем критерий максимального правдоподобия определяется выражением (15), в котором $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B^i(t_{k+1})$ вычисляются по уравнениям непрерывно - дискретного фильтра Калмана и зависят от вида (временная или статистическая) линеаризации модели [14,20].

Приводятся алгоритмы вычисления значений критериев максимального правдоподобия и их градиентов для линейных нестационарных и линеаризованных непрерывно – дискретных моделей.

Третий раздел посвящен теоретическим и прикладным аспектам планирования эксперимента для моделей стохастических дискретных систем.

В подразделе 3.1 обсуждаются вопросы вычисления ИМФ. ИМФ занимает одно из центральных мест в теории планирования эксперимента, поскольку именно она используется для вычисления информационной матрицы всего плана и фигурирует в алгоритмах численного построения оптимальных планов.

Доказывается *теорема 3.1* [7] о выражении элементов ИМФ для линейной нестационарной дискретной модели (3), (4) с приведенными априорными предположениями и неизвестными параметрами Θ, входящими в матрицы $F(t_k)$, $\Gamma(t_k)$, $H(t_{k+1})$, Q, R, $P(t_0)$ и векторы $a(t_k)$, $A(t_{k+1})$, $\overline{x}(t_0)$.

Следствие из теоремы 3.1. Для математической модели линейной стационарной дискретной системы (5), (6) с неизвестными параметрами Θ, входящими в матрицы F, Ψ, Γ, H, Q, R, $P(t_0)$ и вектор $\overline{x}(t_0)$, выражение элементов ИМФ совпадает с соответствующим результатом из [1,3].

Приводятся незначительно измененные по сравнению [7] алгоритмы вычисления ИМФ для линейных нестационарных и линеаризованных моделей.

В подразделе 3.2 обсуждаются теоретические и прикладные аспекты планирования входных сигналов для моделей стохастических дискретных систем. Планирование входных сигналов является, по-видимому, наиболее эффективным способом управления экспериментом, использующимся при построении моделей стохастических динамических систем. Отметим, что свобода в выборе входных характеристик существенно зависит от приложений.

При планировании входных сигналов непрерывный нормированный план задается в виде

$$\xi = \begin{Bmatrix} U_1, U_2, \dots, U_q \\ p_1,\ p_2, \dots, p_q \end{Bmatrix},\ p_i \ge 0,\ \sum_{i=1}^{q} p_i = 1,\ U_i \in \Omega_U,\ i = 1,2,\dots,q. \qquad (16)$$

При этом каждая точка спектра плана представляет собой последовательность импульсов, «развернутую во времени», т.е. $U_i = \begin{bmatrix} u^i(t_0) \\ u^i(t_1) \\ \ldots\ldots \\ u^i(t_{N-1}) \end{bmatrix}$. Замкнутое ограниченное множество Ω_U представляет собой область допустимых входных сигналов.

Применение прямой и двойственной градиентных процедур синтеза непрерывных A – и D - оптимальных планов предполагает умение вычислять производные ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных и линеаризованных моделей дискретных систем.

Будем считать, что в модели состояния линейной нестационарной системы (3)

$$a(t_k) = b(t_k) + \Psi(t_k)u(t_k).$$

В этом случае можно представить ИМФ в виде суммы двух слагаемых, одно из которых зависит от входного сигнала, а другое - нет:

$$M(U;\Theta) = W(U;\Theta) + V(\Theta). \tag{17}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial M(U;\theta)}{\partial u_\alpha(t_\beta)} = \left\| \frac{\partial M_{ij}(U;\theta)}{\partial u_\alpha(t_\beta)} \right\| = \left\| \frac{\partial W_{ij}(U;\theta)}{\partial u_\alpha(t_\beta)} \right\|, \ i,j = 1,2,\ldots,s, \quad \beta = 0,1,\ldots,N-1, \quad \alpha = 1,2,\ldots,r.$$

В диссертационной работе выписаны рекуррентные соотношения, необходимые для нахождения производных ИМФ по компонентам входного сигнала и приведены соответствующие вычислительные алгоритмы как для линейных нестационарных дискретных моделей, так и для моделей, полученных в результате временной линеаризации [15].

В случае применения статистической линеаризации к уравнениям (1), (2) в результирующей линеаризованной модели вида (3), (4) векторы $a[\bullet]$, $A[\bullet]$ и матрицы $F[\bullet]$, $H[\bullet]$ зависят от $\{u(t_0), u(t_1), \ldots, u(t_k)\}$ и разложение (17) становится невозможным. Это существенно усложняет вычисление производных ИМФ по компонентам входного сигнала.

Остановимся на варианте с нелинейным уравнением состояния (1) и линейным уравнением измерения (2), что устраняет зависимость $A[\bullet]$ и $H[\bullet]$ от входного сигнала и в некоторой степени упрощает ситуацию. В диссертационной работе приведены все аналитические выкладки, необходимые для нахождения производных ИМФ по компонентам входного сигнала применительно к моделям, полученным в результате статистической линеаризации. Представлен также соответствующий вычислительный алгоритм, незначительно измененный по сравнению с разработанным в [11].

Применение в качестве критерия оптимальности на множестве одноточечных планов следа ИМФ позволяет свести задачу планирования входного сигнала к задаче дискретного оптимального управления и применить соответствующие методы для ее решения. В [17] показано, что для моделей, полученных в результате временной линеаризации, задача

$$U^* = \arg \max_{U \in \Omega_U} SpM(U;\Theta)$$

эквивалентна определенной задаче дискретного оптимального управления с суммарным показателем качества (решалась методом последовательного квадратичного управления с конечно – разностной аппроксимацией градиента) или задаче оптимизации конечного состояния (решалась методом последовательного улучшения управлений Шатровского, специально адаптированным к дискретному случаю).

Завершается подраздел 3.2 рассмотрением вопросов планирования входных сигналов в установившемся режиме для моделей линейных стационарных дискретных систем.

При планировании входных сигналов в установившемся режиме непрерывный нормированный план задается в виде

$$\xi = \begin{Bmatrix} \bar{U}_1, \bar{U}_2, \ldots, \bar{U}_q \\ p_1,\ p_2, \ldots,\ p_q \end{Bmatrix}, \quad p_i \ge 0, \quad \sum_{i=1}^{q} p_i = 1, \quad \bar{U}_i \in \Omega_{\bar{U}}, \quad i = 1, 2, \ldots, q \ ,$$

где $\bar{U}_i = \begin{bmatrix} u^i\left(t_{\bar{k}+1}\right) \\ u^i\left(t_{\bar{k}+2}\right) \\ \cdots \\ u^i\left(t_{N-1}\right) \end{bmatrix}$; $\Omega_{\bar{U}}$ - замкнутое ограниченное множество; $t_{\bar{k}}$ соответствует началу установившегося режима (моменту времени, начиная с которого ковариационная матрица ошибок одношагового прогнозирования в фильтре Калмана практически не меняется).

Доказывается *теорема 3.2* [13] о выражении элементов ИМФ для линейной стационарной дискретной модели (5), (6) с приведенными априорными предположениями и неизвестными параметрами Θ, входящими в матрицы F, Ψ, Γ, H, Q, R, $P(t_0)$ и вектор $\bar{x}(t_0)$.

Приводится разработанный в [13] алгоритм вычисления ИМФ для линейных стационарных дискретных моделей с неизвестными параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

В подразделе 3.3 рассматриваются вопросы планирования начальных условий для линейных нестационарных дискретных моделей, в которых неизвестные параметры содержатся в уравнениях состояния и измерения, в ковариационных матрицах шумов системы и измерений. Планирование начальных условий считается еще одним эффективным способом управления экспериментом, использующимся при построении моделей стохастических динамических систем, и может оказаться полезным для автономных систем, когда нет возможности планировать входные сигналы.

При планировании начальных условий непрерывный нормированный план задается в виде

$$\xi = \begin{Bmatrix} \bar{x}_1(t_0), \bar{x}_2(t_0), \ldots, \bar{x}_q(t_0) \\ p_1 \ , \quad p_2 \ , \ldots, \quad p_q \end{Bmatrix}, \ p_i \ge 0, \ \sum_{i=1}^{q} p_i = 1, \ \bar{x}_i(t_0) \in \Omega_{\bar{x}(t_0)}, \ \ i = 1, 2, \ldots, q.$$

Замкнутое ограниченное множество $\Omega_{\bar{x}(t_0)}$ представляет собой область допустимых начальных условий.

Применение прямой и двойственной градиентных процедур синтеза непрерывных A – и D - оптимальных планов предполагает умение вычислять производные ИМФ по компонентам вектора начальных условий для линейных нестационарных моделей дискретных систем. Аналитические соотношения для производных вытекают из представления ИМФ в виде суммы двух слагаемых, одно из которых зависит от вектора начальных условий, а другое - нет:

$$M(\bar{x}(t_0);\Theta) = W(\bar{x}(t_0);\Theta) + V(\Theta).$$

В диссертационной работе представлен алгоритм вычисления производных ИМФ по компонентам вектора начальных условий, незначительно измененный по сравнению с разработанным в [16].

Подраздел 3.3 завершает пример планирования начальных условий из [16] для модели процесса изменения температуры в двухкомнатной квартире. Приведенные результаты получены при помощи программного комплекса активной параметрической идентификации стохастических нестационарных линейных дискретных систем ПК-III [24], созданного совместно с доцентом кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета О.С. Черниковой. В нем автору принадлежат программы построения A- и D- оптимальных начальных условий.

Четвертый раздел посвящен теоретическим и прикладным аспектам планирования входных сигналов для моделей стохастических непрерывно-дискретных систем.

К задаче планирования входных сигналов для моделей непрерывно-дискретных систем можно прийти от дискретного случая путем предельного перехода, сгущая точки фиксации управляющих импульсов во времени.

Непрерывный нормированный план в данном случае задается в виде

$$\xi = \begin{Bmatrix} u^1(t), u^2(t), \ldots, u^q(t) \\ p_1 \;\;,\;\; p_2 \;,\ldots,\; p_q \end{Bmatrix}, \quad p_i \ge 0, \quad \sum_{i=1}^{q} p_i = 1, \quad u^i(t) \in \Omega_u, \quad i = 1,2,\ldots,q. \quad (18)$$

При этом каждая точка спектра плана представляет собой управляющую вектор – функцию $u^i(t)$, определенную на временном интервале $t \in [t_0, t_N]$. Ω_u - замкнутое ограниченное множество допустимых входных сигналов.

Построение оптимальных планов может быть связано с представлением компонент входных сигналов в виде линейных комбинаций базисных функций (в качестве таковых можно использовать ортогональные полиномы Лежандра, Чебышева, функции Уолша и т.д.) и с последующим поиском коэффициентов таких линейных комбинаций.

В диссертационной работе по аналогии с [6] считается, что входные сигналы являются кусочно-постоянными функциями, сохраняющими свои значения на интервале между соседними измерениями. В этом случае точки спектра плана (18) будут иметь такую же структуру, что и точки спектра плана (16), появится возможность вычислять по рекуррентным аналитическим формулам производные от ИМФ по компонентам входного сигнала и, следовательно, применить прямую и двойственную градиентные процедуры.

В подразделе 4.1 обсуждаются вопросы вычисления ИМФ для линейных нестационарных и линеаризованных непрерывно-дискретных моделей.

Доказывается *теорема 4.1* [8] о выражении элементов ИМФ для линейной нестационарной модели (9), (10) с приведенными априорными предположениями и неизвестными параметрами Θ, входящими в матрицы $F(t)$, $\Gamma(t)$, $H(t_{k+1})$, Q, R, $P(t_0)$ и векторы $a(t)$, $A(t_{k+1})$, $\bar{x}(t_0)$.

Следствие из теоремы 4.1. Для математической модели линейной стационарной непрерывно-дискретной системы

$$\frac{d}{dt}x(t) = Fx(t) + \Psi u(t) + \Gamma w(t), \quad t \in [t_0, t_N];$$
$$y(t_{k+1}) = Hx(t_{k+1}) + v(t_{k+1}), \quad k = 0,1,\ldots,N-1$$

с неизвестными параметрами Θ, входящими в матрицы F, Ψ, Γ, H, Q, R, $P(t_0)$ и вектор $\bar{x}(t_0)$, выражение элементов ИМФ совпадает с соответствующим результатом из [1,5].

Приводятся незначительно измененные алгоритмы вычисления ИМФ для линейных нестационарных и линеаризованных моделей, разработанные в [9].

Вычисление производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате временной линеаризации, излагается в подразделе 4.2.

Будем считать, что в модели состояния линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы (9), (10) на интервале $[t_k, t_{k+1}]$

$$a(t) = b(t) + \Psi(t)u(t_k),$$

неизвестные параметры Θ входят в матрицы $F(t)$, $\Psi(t)$, $\Gamma(t)$, $H(t_{k+1})$, Q, R, $P(t_0)$ и векторы $b(t)$, $A(t_{k+1})$, $\bar{x}(t_0)$.

Для линейных нестационарных непрерывно-дискретных моделей ИМФ также, как и в дискретном случае, представимы в виде (17). Данное обстоятельство использовано при нахождении соответствующих производных по компонентам входного сигнала, в диссертационной работе приведены все аналитические выкладки. Представлены алгоритмы вычисления производных

ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных моделей и моделей, полученных в результате временной линеаризации, незначительно измененные по сравнению с [10].

В **пятом разделе** приведено описание разработанных программных комплексов активной параметрической идентификации стохастических динамических систем на основе планирования входных сигналов.

Программные комплексы ПК-I и ПК-II активной параметрической идентификации стохастических нелинейных соответственно дискретных и непрерывно-дискретных систем [22,23], созданные на основе разработанных автором диссертации алгоритмов, позволяют получать качественные математические модели при минимальных затратах на проведение испытаний.

В подразделе 5.1 приводятся общие сведения о программных комплексах. Уточняется, что в ПК-I по выбору пользователя применяется либо временная, либо статистическая линеаризация, в то время как в ПК-II - только временная линеаризация. Для оценивания параметров модельных структур в программных комплексах используется ММП. Синтез входных сигналов осуществляется в зависимости от выбора прямой, двойственной или комбинированной процедурами в соответствии с критериями A - или D - оптимальности.

Все программные модули, вошедшие в состав программных комплексов, реализованы на языке программирования MATLAB.

Программные комплексы ПК-I и ПК-II предполагают эксплуатацию на персональных компьютерах с процессорами не ниже Pentium III или AMD Athlon под управлением операционной системы Microsoft Windows 9X/2000/2003/XP/Vista/7.

Для работы с программными комплексами необходимо иметь установленную программную систему MATLAB версии не ниже 7.10.

В подразделе 5.2 даются характеристика возможностей и организация программных комплексов. Программные комплексы ПК-I и ПК-II по определенному плану эксперимента и соответствующим ему выходным данным (они могут моделироваться или считываться из файла в случае проведения натурного эксперимента) позволяют

- находить оценки максимального правдоподобия параметров динамических моделей (структурно-вероятностные элементы этих моделей указываются в специально закрепленных для этой цели m-файлах);
- при фиксированных значениях неизвестных параметров синтезировать A- или D- оптимальный план (планируются входные сигналы) с применением прямой, двойственной или комбинированной процедуры планирования.

Программные комплексы можно использовать как в режиме активной, так и в режиме пассивной параметрической идентификации, когда планирование экспериментов не производится.

Организация программных комплексов ПК-I и ПК-II представлена на рисунке 1.

В подразделе 5.3 приводится описание интерфейса программного комплекса ПК-I. Описание интерфейса программного комплекса ПК-II практически повторяет описание интерфейса ПК-I и по этой причине в диссертационной работе не приводится.

В **шестом разделе** рассмотрены примеры активной параметрической идентификации стохастических динамических систем.

Результаты авторских исследований, представленные в [1,2,4], показали эффективность и целесообразность применения концепции активной параметрической идентификации при построении математических моделей стохастических стационарных линейных систем в пространстве состояний. В данном разделе нашли отражение результаты исследований, преимущественно относящиеся к стохастическим системам, описываемым нелинейными дискретными и непрерывно-дискретными моделями. Это стало возможным благодаря разработанному программному обеспечению и, прежде всего, программным комплексам ПК-I и ПК-II активной параметрической идентификации стохастических динамических систем. Рассмотренные примеры в нелинейном случае могут соответствовать замкнутым системам регулирования электропривода постоянного тока и следящим системам. Линейный вариант представлен моделью процесса изменения температуры в двухкомнатной квартире.

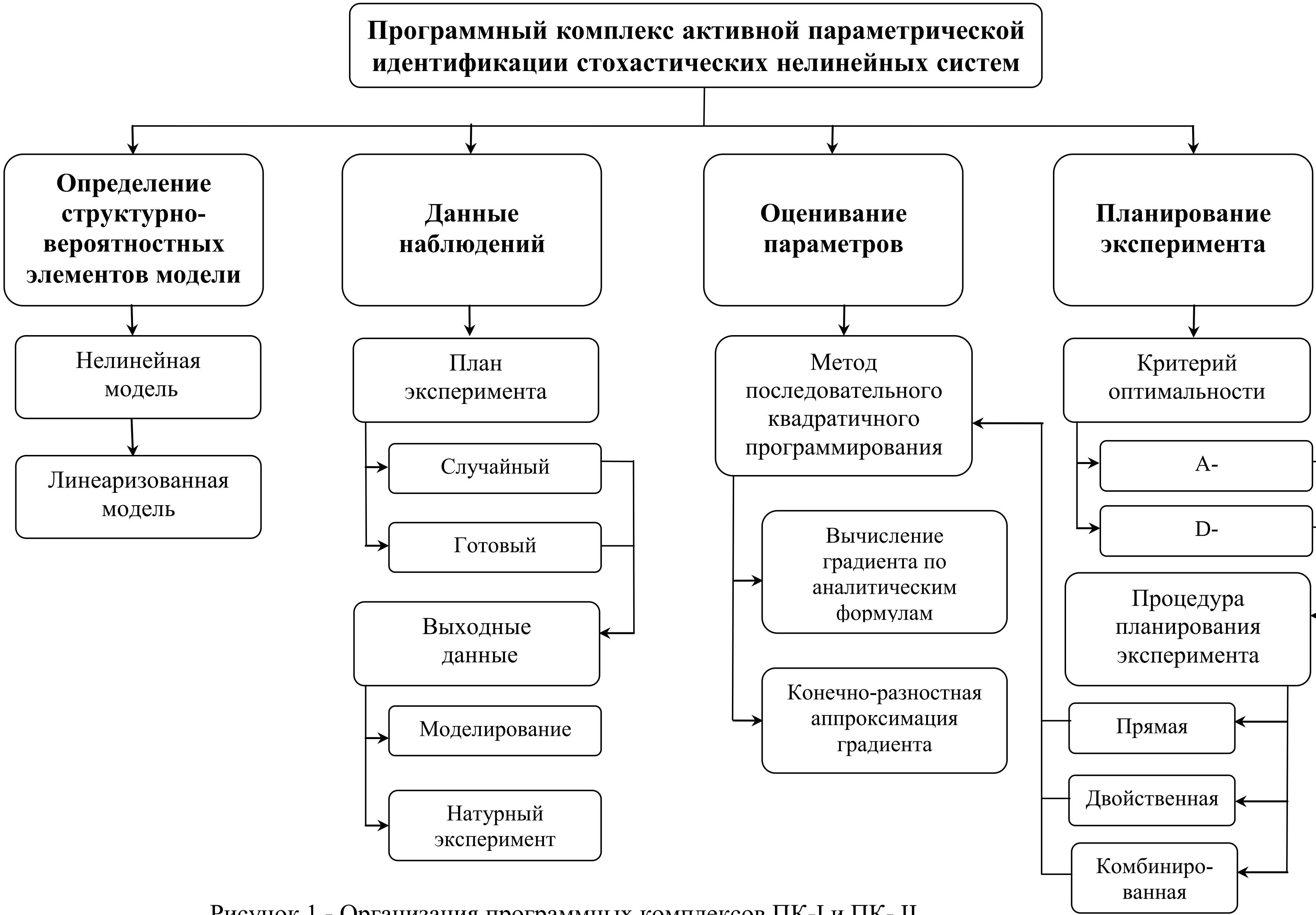


Рисунок 1 - Организация программных комплексов ПК-I и ПК- II

Будем судить о качестве идентификации в пространстве параметров и в пространстве откликов по значениям относительных ошибок оценивания δ_θ, δ_θ^* и δ_Y, δ_Y^*, вычисляющихся, соответственно, по формулам

$$\delta_\theta = \frac{\left\|\theta^* - \hat{\theta}_{cp}\right\|}{\left\|\theta^*\right\|}, \qquad \delta_\theta^* = \frac{\left\|\theta^* - \hat{\theta}_{cp}^*\right\|}{\left\|\theta^*\right\|}; \tag{19}$$

$$\delta_Y = \frac{\left\|Y_{cp} - \hat{Y}_{cp}\right\|}{\left\|Y_{cp}\right\|}, \qquad \delta_Y^* = \frac{\left\|Y_{cp} - \hat{Y}_{cp}^*\right\|}{\left\|Y_{cp}\right\|}, \tag{20}$$

где $\|\bullet\|$ – евклидова векторная норма; θ^* – вектор истинных значений параметров; $\hat{\theta}_{cp}$ – вектор усредненных оценок параметров, соответствующих исходному входному сигналу; $\hat{\theta}_{cp}^*$ – вектор усредненных оценок параметров, соответствующих синтезированному входному сигналу; $Y_{cp} = \left\{y_{cp}\left(t_{k+1}\right),\ k = 0,1,\dots,N-1\right\}$, $\hat{Y}_{cp} = \left\{\hat{y}_{cp}\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right), k = 0,1,\dots,N-1\right\}$, $\hat{Y}_{cp}^* = \left\{\hat{y}_{cp}^*\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right),\quad k = 0,1,\dots,N-1\right\}$ – усредненные по всем запускам последовательности измерений для вектора θ, равного θ^*, $\hat{\theta}_{cp}$, $\hat{\theta}_{cp}^*$ соответственно, отвечающие выбранному допустимому входному сигналу $U \in \Omega_U$; $\hat{y}\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right)$ находятся при помощи равенства

$$\hat{y}\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right) = A\left(t_{k+1}\right) + H\left(t_{k+1}\right)\hat{x}\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right), \tag{21}$$

в котором $\hat{x}\left(t_{k+1} \mid t_{k+1}\right) = E\left[x\left(t_{k+1} \mid Y_1^{k+1}\right)\right]$ вычисляются по уравнениям дискретного или непрерывно-дискретного фильтра Калмана.

В подразделе 6.1 рассматриваются примеры активной параметрической идентификации нелинейных дискретных систем с применением линеаризации во временной области [15], с применением статистической линеаризации [21], с использованием решения задачи дискретного оптимального управления [17]. Также приводится пример активной параметрической линейной стационарной системы на основе планирования входных сигналов в установившемся режиме [13]. Остановимся на примере активной параметрической идентификации нелинейной дискретной системы с применением линеаризации во временной области.

Рассмотрим следующую модель стохастической нелинейной системы:

$$x\left(t_{k+1}\right)=\left(1-\frac{\theta_2}{\theta_1}\right)x\left(t_k\right)+\frac{0.01}{\theta_1}\left[u\left(t_k\right)-x\left(t_k\right)\right]e^{0.25\left[u\left(t_k\right)-x\left(t_k\right)\right]}+\frac{0.1}{\theta_1}w\left(t_k\right) \qquad (22)$$

$$y\left(t_{k+1}\right)=x\left(t_{k+1}\right)+v\left(t_{k+1}\right),\ k=0,1,\ldots,N-1, \qquad (23)$$

где θ_1, θ_2 – неизвестные параметры, причем $2\le\theta_1\le10$, $0.05\le\theta_2\le2$.

Будем считать, что выполнены все необходимые априорные предположения, причем

$$E\left[w\left(t_k\right)w\left(t_i\right)\right]=0.6\delta_{ki}=Q\delta_{ki};$$

$$E\left[v\left(t_{k+1}\right)v\left(t_{i+1}\right)\right]=0.3\delta_{ki}=R\delta_{ki};$$

$$E\left[x\left(t_0\right)\right]=0=\bar{x}\left(t_0\right),\ E\left\{\left[x\left(t_0\right)-\bar{x}\left(t_0\right)\right]^2\right\}=0.01=P\left(t_0\right).$$

Выполнив линеаризацию модели состояний (22) во временной области относительно номинальной траектории

$$\begin{cases} x_н\left(t_{k+1}\right)=\left(1-\dfrac{\theta_2}{\theta_1}\right)x_н\left(t_k\right)+\dfrac{0.01}{\theta_1}\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]e^{0.25\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]}, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad k=0,1,\ldots,N-1; \\ x_н\left(t_0\right)=0, \end{cases} \qquad (24)$$

получим линеаризованную модель вида (3), (4), в которой

$$a\left(t_k\right)=\frac{0.01}{\theta_1}\left\{\left[1+0.25\left(u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right)\right]u\left(t_k\right)-0.25\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]^2\right\}e^{0.25\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]};$$

$$F\left(t_k\right)=1-\frac{\theta_2}{\theta_1}-\frac{0.01}{\theta_1}\left\{1+0.25\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]\right\}e^{0.25\left[u_н\left(t_k\right)-x_н\left(t_k\right)\right]};$$

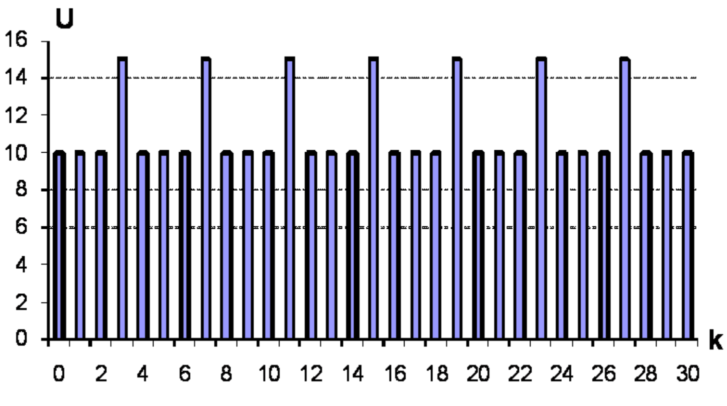
$$\Gamma\left(t_k\right)=\frac{0.1}{\theta_1};\ A\left(t_{k+1}\right)=0;\ H\left(t_{k+1}\right)=1.$$

Таким образом, необходимо оценить параметры θ_1, θ_2, функционально входящие в выражения для $a\left(t_k\right)$, $F\left(t_k\right)$ и $\Gamma\left(t_k\right)$.

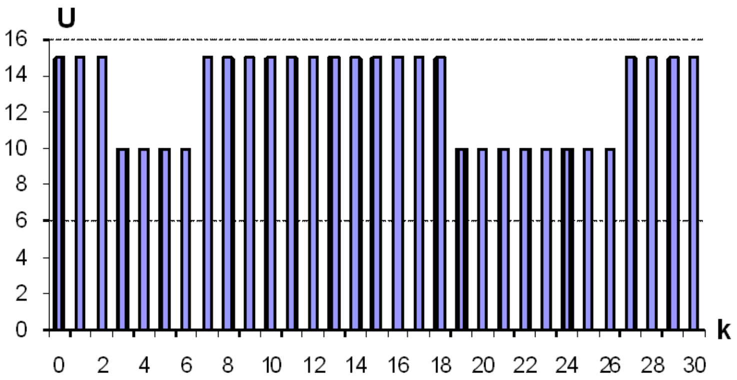
Считая, что для номинальной траектории (24) $u_н\left(t_k\right)=u\left(t_k\right)$, $k=0,1,\ldots,N-1$, обеспечим наилучшее приближение построенной линеаризованной модели к своему нелинейному аналогу.

Для того чтобы ослабить зависимость результатов оценивания от выборочных данных, произведем пять запусков системы с исходным входным сигналом. Реализации выходных сигналов получим компьютерным моделированием при истинных значениях параметров $\theta_1^* = 4$, $\theta_2^* = 0.5$ и $N = 31$. Для каждого запуска, применяя метод максимального правдоподобия, вычислим оценки неизвестных параметров, усредним их и найдем $\hat{\theta}_{ср}$. Выберем область планирования $\Omega_U = \left\{ U \in R^N \middle| 10 \le u(t_k) \le 15,\ k = 0,1,\ldots,N-1 \right\}$. Используя критерий A-оптимальности, синтезируем непрерывный план (в данном случае он оказался одноточечным), в соответствии с которым снова осуществим пять независимых запусков системы, смоделируем данные наблюдений, пересчитаем оценки неизвестных параметров, усредним их и получим $\hat{\theta}_{ср}^*$. Результаты выполнения процедуры активной параметрической идентификации представим в таблице 1 из [15].

Таблица 1 - Результаты выполнения процедуры активной идентификации модели (22), (23)

<table>
<tr><td rowspan="2">Входной сигнал</td><td rowspan="2">Номер запуска системы</td><td colspan="2">Значения оценок параметров</td></tr>
<tr><td>$\hat{\theta}_1$</td><td>$\hat{\theta}_2$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Исходный

</td><td>1</td><td>6.678</td><td>0.452</td></tr>
<tr><td>2</td><td>6.192</td><td>0.401</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3.238</td><td>0.522</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3.867</td><td>0.581</td></tr>
<tr><td>5</td><td>4.779</td><td>0.549</td></tr>
<tr><td>$\hat{\theta}_{ср}$</td><td>4.951</td><td>0.501</td></tr>
</table>

Окончание таблицы 1

1	2	3	4
Синтезированный 	1	4.796	0.489
	2	4.535	0.496
	3	3.668	0.497
	4	3.248	0.498
	5	4.828	0.534
	$\hat{\theta}^{*}_{cp}$	**4.215**	**0.503**

Воспользовавшись соотношением (19), найдем значения относительных ошибок оценивания в пространстве параметров δ_θ и δ^{*}_{θ}. Получим, что $\delta_\theta = 0.236$ и $\delta^{*}_{\theta} = 0.053$.

При решении реальных задач истинные значения параметров неизвестны и, таким образом, сравнение качества оценивания в пространстве параметров невозможно. В связи с этим более показательным является сравнение качества идентификации в пространстве откликов.

Выполним пять запусков системы, подав на ее вход псевдослучайный двоичный сигнал U, изображенный на рисунке 2.

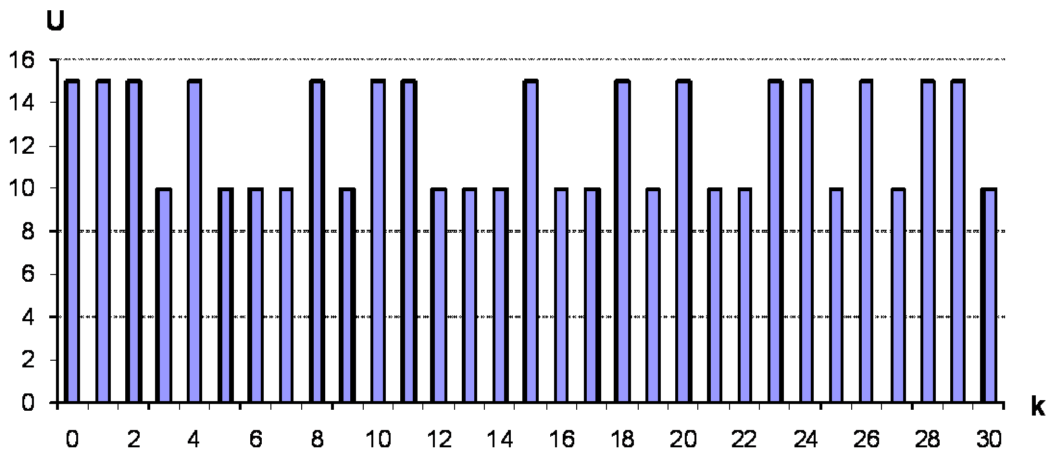


Рисунок 2 - Тестовый сигнал U для анализа качества прогнозирования на основе результатов из таблицы 1

Для каждого запуска при $\theta = \theta^*$ смоделируем по уравнениям (22), (23) выборку измерений $Y = \{y(t_1), y(t_2), ..., y(t_N)\}$, используя которую для линеаризованной модели сформируем с помощью выражения (21) последовательности $\hat{Y} = \{\hat{y}(t_1 | t_1), \hat{y}(t_2 | t_2), ..., \hat{y}(t_N | t_N)\}$, $\hat{Y}^* = \{\hat{y}^*(t_1 | t_1), \hat{y}^*(t_2 | t_2), ..., \hat{y}^*(t_N | t_N)\}$, полагая $\theta = \hat{\theta}_{cp}$ и $\theta = \hat{\theta}^*_{cp}$ соответственно. Усреднив полученные результаты, образуем Y_{cp}, $\hat{Y}_{cp}$, $\hat{Y}^*_{cp}$, представленные на рисунках 3 и 4.

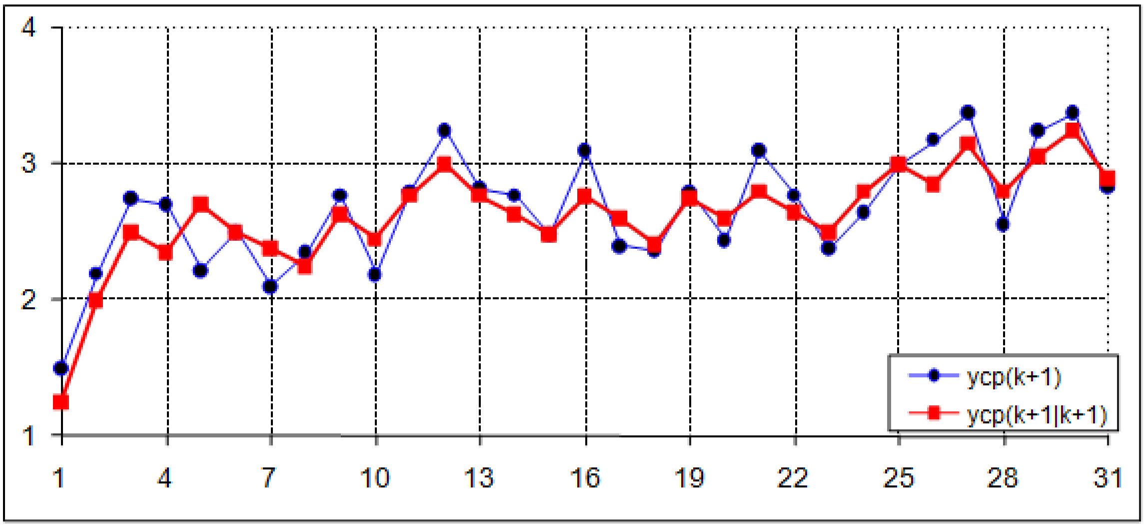


Рисунок 3[1] - Графическое представление Y_{cp} и $\hat{Y}_{cp}$

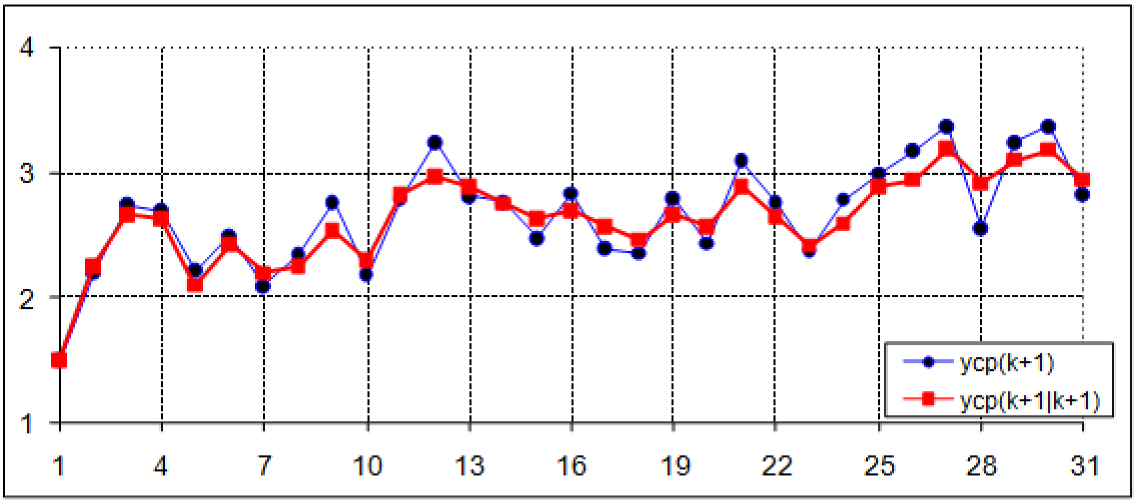


Рисунок 4[2] - Графическое представление Y_{cp} и $\hat{Y}^*_{cp}$

[1] $y_{cp}(k+1)$ соответствует $y_{cp}(t_{k+1})$, а $y_{cp}(k+1|k+1)$ соответствует $\hat{y}_{cp}(t_{k+1} | t_{k+1})$

[2] $y_{cp}(k+1)$ соответствует $y_{cp}(t_{k+1})$, а $y_{cp}(k+1|k+1)$ соответствует $\hat{y}^*_{cp}(t_{k+1} | t_{k+1})$

Воспользовавшись соотношением (20), найдем относительные ошибки оценивания в пространстве откликов δ_Y и δ_Y^*. Получим, что $\delta_Y = 0.078$ и $\delta_Y^* = 0.060$.

Таким образом, в рассмотренной задаче удалось понизить относительную ошибку оценивания с 23.6% до 5.3% в пространстве параметров и с 7.8% до 6% в пространстве откликов.

Другой пример активной параметрической идентификации нелинейных дискретных систем с применением линеаризации во временной области приводится в [19].

В подразделе 6.2 рассматривается пример активной параметрической идентификации нелинейной непрерывно - дискретной системы с применением линеаризации во временной области [14].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с целью исследования разработано математическое и программное обеспечение активной параметрической идентификации динамических систем, ориентированное преимущественно на гауссовские линейные нестационарные и линеаризованные дискретные и непрерывно-дискретные модели с параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

Решение поставленных задач исследования позволило получить следующие новые научные результаты:

1. Впервые выведены выражения ИМФ для гауссовских линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей.
2. Разработаны алгоритмы вычисления ИМФ для гауссовских линейных нестационарных и линеаризованных дискретных и непрерывно-дискретных моделей.
3. На основе полученных рекуррентных соотношений разработаны алгоритмы вычисления производных ИМФ по компонентам входного сигнала для линейных нестационарных дискретных и непрерывно-дискретных моделей, дискретных моделей, полученных в результате временной или статистической

линеаризации и непрерывно-дискретных моделей, полученных в результате временной линеаризации.

4. Разработаны прямые и двойственные градиентные процедуры синтеза A- и D- оптимальных входных сигналов для перечисленных в предыдущем пункте моделей.

5. На основе полученных рекуррентных соотношений разработан алгоритм вычисления производных ИМФ по компонентам вектора начальных условий для линейных нестационарных дискретных моделей.

6. Разработаны и программно реализованы прямая и двойственная градиентные процедуры синтеза A- и D- оптимальных начальных условий для линейных нестационарных дискретных моделей.

7. Показано, что в случае использования следа ИМФ в качестве критерия оптимальности задача планирования входных сигналов для гауссовских дискретных моделей, полученных в результате временной линеаризации, может быть сведена к задаче дискретного оптимального управления. Разработана и программно реализована соответствующая процедура синтеза оптимальных входных сигналов.

8. Разработаны и программно реализованы прямая и двойственная процедуры синтеза A- и D- оптимальных входных сигналов для установившегося режима гауссовских линейных стационарных дискретных моделей с неизвестными параметрами в уравнениях состояния и измерения, в начальных условиях и в ковариационных матрицах шумов системы и измерений.

9. Разработаны не имеющие аналогов программные комплексы ПК-I и ПК-II, предназначенные для активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных и непрерывно-дискретных систем соответственно.

Приведенные результаты обобщают и развивают результаты, полученные автором применительно к гауссовским линейным стационарным дискретным и непрерывно-дискретным моделям.

Численные исследования показывают, что применение разработанного математического и программного обеспечения способствует существенному уменьшению относительных ошибок оценивания, как в пространстве параметров, так и в пространстве откликов, и обеспечивает построение более качественных моделей по сравнению с процедурой пассивной параметрической идентификации. Для рассмотренных примеров (в п. 6.1.3 во внимание принимался результат, полученный методом последовательного квадратичного программирования) в среднем относительная ошибка оценивания снизилась с 23.7% до 2.9% в пространстве параметров и с 9.3% до 5.8% в пространстве откликов.

В диссертации разработан комплексный подход к решению задач активной параметрической идентификации стохастических динамических систем на основе планирования эксперимента, обеспечивающий построение качественных математических моделей в пространстве состояний.

Основные публикации автора по теме диссертации

Монография:

1. Чубич В.М. Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем: монография /В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова, Д.И. Бобылева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 192с.

Журналы из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук:

2. Чубич В.М. Активная идентификация стохастических линейных дискретных систем, описываемых моделями в пространстве состояний и ARMAX- моделями / В.И. Денисов, И.Л. Еланцева, В.М. Чубич // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2000. – Т.3. - №1(5) – С. 87-100.
3. Чубич В.М. Новое обобщенное выражение для информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических линейных дискретных систем / В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Рябых // Научный вестник НГТУ. - 2001. - №2(1). – С. 29-42.
4. Чубич В.М. Активная параметрическая идентификация стохастических дискретных систем во временной области / В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2003. - Т.6. - №3(15). - С. 70-87.

5. Чубич В.М. Особенности вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических линейных непрерывно-дискретных систем / В.И. Денисов, В.М. Чубич, Д.И. Бобылева // Научный вестник НГТУ. - 2004. - №2(17). – С. 45-57.
6. Чубич В.М. Построение оптимальных планов экспериментов в задачах идентификации стохастических линейных непрерывно-дискретных систем/ В.И. Денисов, В.М. Чубич, Д.И. Бобылева // Научный вестник НГТУ. - 2006. - №4(25) – С. 25-43.
7. Чубич В.М. Вычисление информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных систем / В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ. - 2009. - №1(34). – С. 23-40.
8. Чубич В.М. Особенности вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем /В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ. - 2009. - №1(34). – С. 41-54.
9. Чубич В.М. Алгоритм вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ. - 2009. - №3(36). – С. 15-22.
10. Чубич В.М. Вычисление производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем/ В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Научный вестник НГТУ. - 2010. - №2(39). – С. 53-63.
11. Чубич В.М. Алгоритм вычисления производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации гауссовских нелинейных дискретных систем / В.М. Чубич, Е.С. Коновальчик // Научный вестник НГТУ. - 2010. - №3(40). – С. 27-40.
12. Чубич В.М. Оптимальная идентификация дискретных систем на основе метода статистической линеаризации / В.М. Чубич // Информационные технологии и вычислительные системы. - 2010. - №4. – С. 47-56.

13. Чубич В.М. Активная параметрическая идентификация гауссовских стационарных линейных дискретных систем на основе планирования эксперимента в установившемся режиме / В.М. Чубич, М.И. Вершинина // Научный вестник НГТУ. - 2010. - №4(41). – С. 29-40.
14. Чубич В.М. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе линеаризации во временной области / В.М. Чубич // Информационно-управляющие системы. - 2010. - №6(49). – С. 54-61.
15. Чубич В.М. Информационная технология активной параметрической идентификации стохастических квазилинейных дискретных систем / В.М. Чубич // Информатика и ее применения. - 2011. – Т.5. – Вып.1. – С. 46-57.
16. Чубич В.М. Планирование начальных условий в задаче активной параметрической идентификации гауссовских линейных дискретных систем / В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ. - 2011. - №1(42). – С. 39-46.
17. Чубич В.М. Активная параметрическая идентификация нелинейных дискретных систем на основе линеаризации во временной области и оптимального управления / В.М. Чубич, О.С. Черникова // Проблемы управления. - 2011. - №2. – С. 9-15.

Материалы конференций:

18. Чубич В.М. Синтез оптимального входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Перспективы развития информационных технологий: материалы 2 Всероссийской науч.-практ. конф. - Новосибирск, 2010. – С. 139-144.
19. Chubich V.M. Application of methods of experiment design theory in problem of stochastic nonlinear discrete systems identification [Применение методов теории планирования эксперимента в задаче идентификации стохастических нелинейных дискретных систем] / V.M. Chubich // ACIT-CDA 2010. The IASTED intern. conf. on automation, control, and information technology - control, diagnostics, and automation, Novosibirsk, Russia: proceedings. – Novosibirsk, 2010. - P. 272-279.

20. Чубич В.М. Применение методов теории планирования экспериментов при параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // АПЭП 2010. Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы 10 Международной конф. - Новосибирск, 2010. – Т.6.– С. 85-93.
21. Чубич В.М. Применение метода статистической линеаризации при активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных систем / В.М. Чубич, Е.С. Коновальчик // АПЭП 2010. Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы 10 Международной конф. - Новосибирск, 2010. – Т.6.– С. 94-102.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:

22. Чубич В.М. Программный комплекс активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных систем (ПК-I) / В.М. Чубич, О.С. Черникова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011612716. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). - 2011.
23. Чубич В.М. Программный комплекс активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно - дискретных систем (ПК-II) / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011612718. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). - 2011.
24. Чубич В.М. Программный комплекс активной параметрической идентификации стохастических нестационарных линейных дискретных систем (ПК-III) / В.М. Чубич, О.С. Черникова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012612281. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2012.